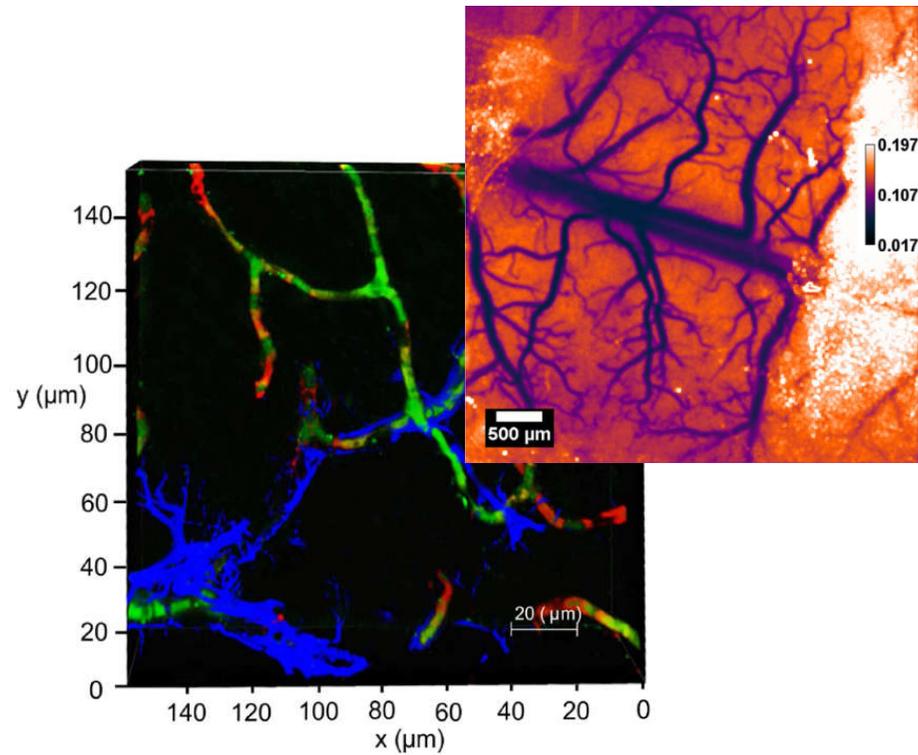


Корреляционный анализ нестационарных процессов

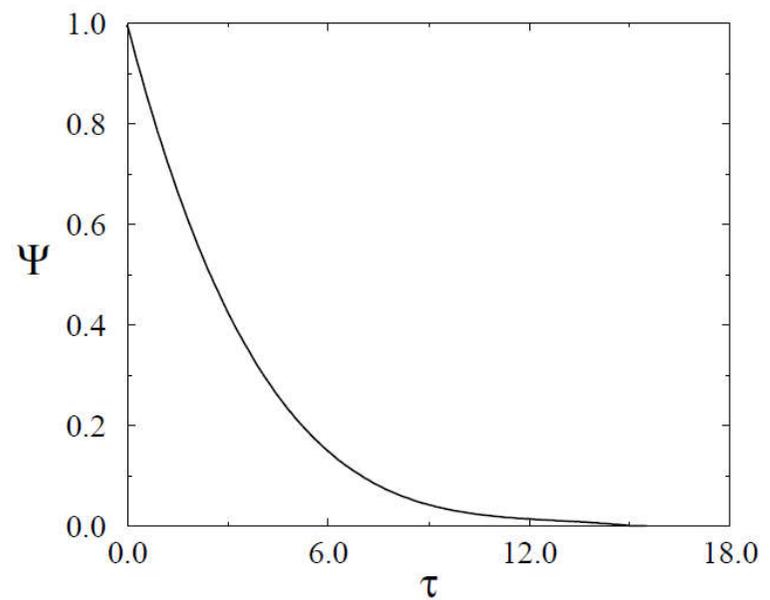
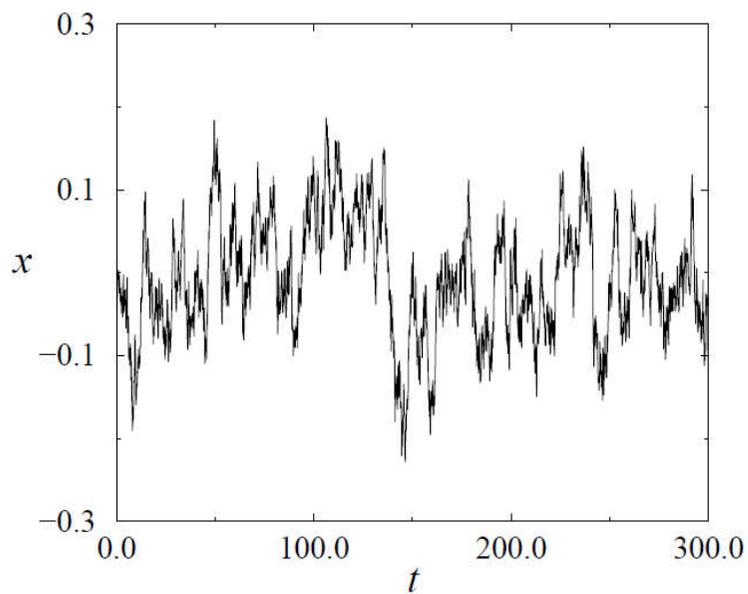


А.Н. Павлов

СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Автокорреляционная функция

$$\Psi(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} (x(t) - \langle X \rangle)(x(t + \tau) - \langle X \rangle) dt$$



Флуктуационный анализ (метод DFA)

- Построение профиля сигнала

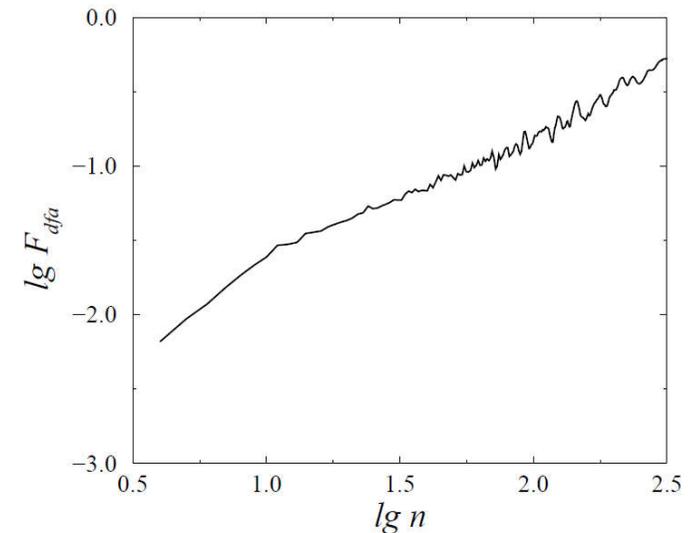
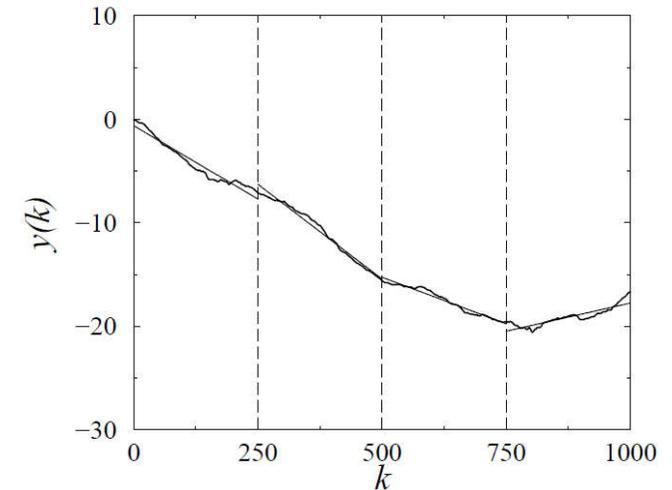
$$y(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle] \quad k = 1, \dots, N$$

- Сегментация $y(k)$ на участки размера n и аппроксимация тренда $y_n(k)$
- Вычисление среднеквадратичных отклонений $F(n)$

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}$$

- Повторение для разных n и расчет степенной зависимости

$$F(n) \sim n^\alpha$$



Флуктуационный анализ (метод DFA)

- Связь между корреляционным и спектральным анализом

$$K(\tau) \sim \tau^{-\gamma} \quad S(\omega) \sim \omega^{-\beta} \quad \beta = 1 - \gamma$$

- Связь между DFA и спектральным анализом

$$\alpha = (\beta + 1)/2$$

$\alpha < 1/2$ анти-корреляции

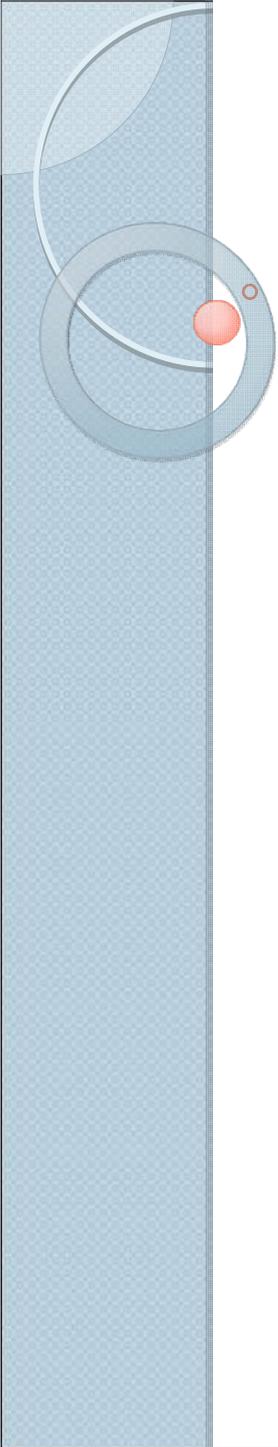
$\alpha = 1/2$ отсутствие корреляций (белый шум)

$\alpha > 1/2$ положительные корреляции

$\alpha = 1$ шум $1/f$

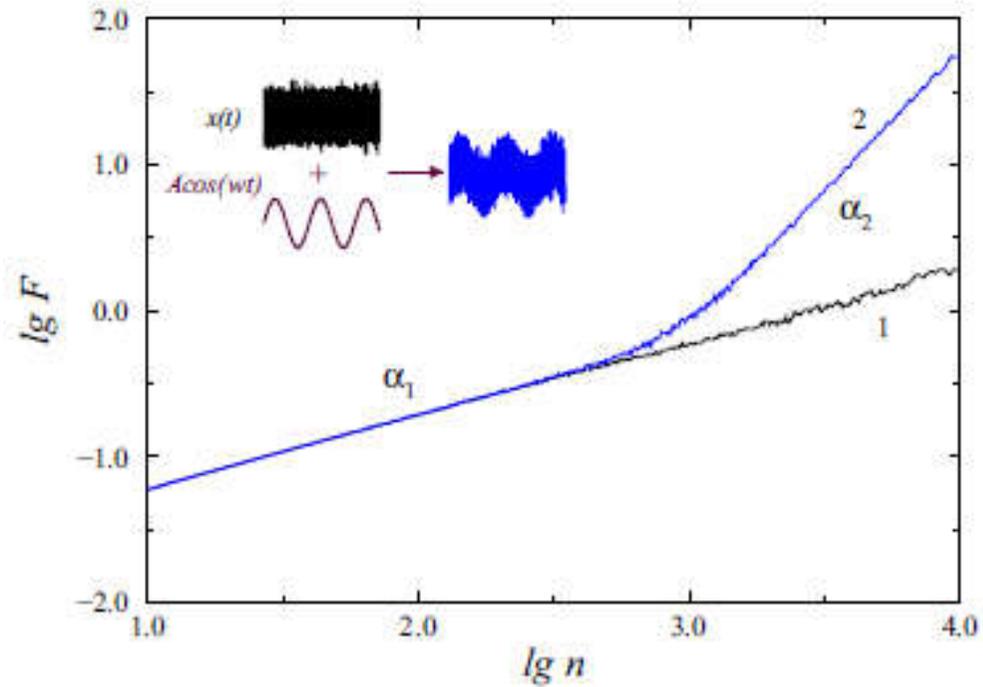
$\alpha = 1 \frac{1}{2}$ винеровский процесс

Применения метода DFA

- 
- Stanley, H.E. et al. // *Physica A* **1999**, 270, 309–324.
- Ivanova, K.; Ausloos, M. // *Physica A* **1999**, 274, 349–354.
- Heneghan C.; McDarby, G. // *Physical Review E* **2000**, 62, 6103–6110.
- Talkner, P.; Weber, R.O. // *Physical Review E* **2000**, 62, 150–160.
- Hu, K. et al. // *Physical Review E* **2001**, 64, 011114.
- Kantelhardt, W. et al. // *Physica A* **2001**, 295, 441–454.
- Chen, Z. et al. // *Physical Review E* **2002**, 65, 041107.
- Bryce, R.M.; Sprague, K.B. // *Scientific Reports* **2012**, 2, 315.
- Shao, Y.H. et al. // *Scientific Reports* **2012**, 2, 835.
- Márton, L. et al. // *Procedia Technology* **2014**, 12, 125-132.
- Li, E. et al. // *Water* **2015**, 7, 1670-1686.
- Arsac L. // *Advances in Physiology Education* **2018**, 42, 493.
- Maksimenko, V.A. et al. // *Nonlinear Dynamics* **2018**, 91, 2803–2817.
- Nolte, G. et al. // *Scientific Reports* **2019**, 9, 6339.
- Frolov, N.S. et al. // *Scientific Reports* **2019**, 9, 7243.

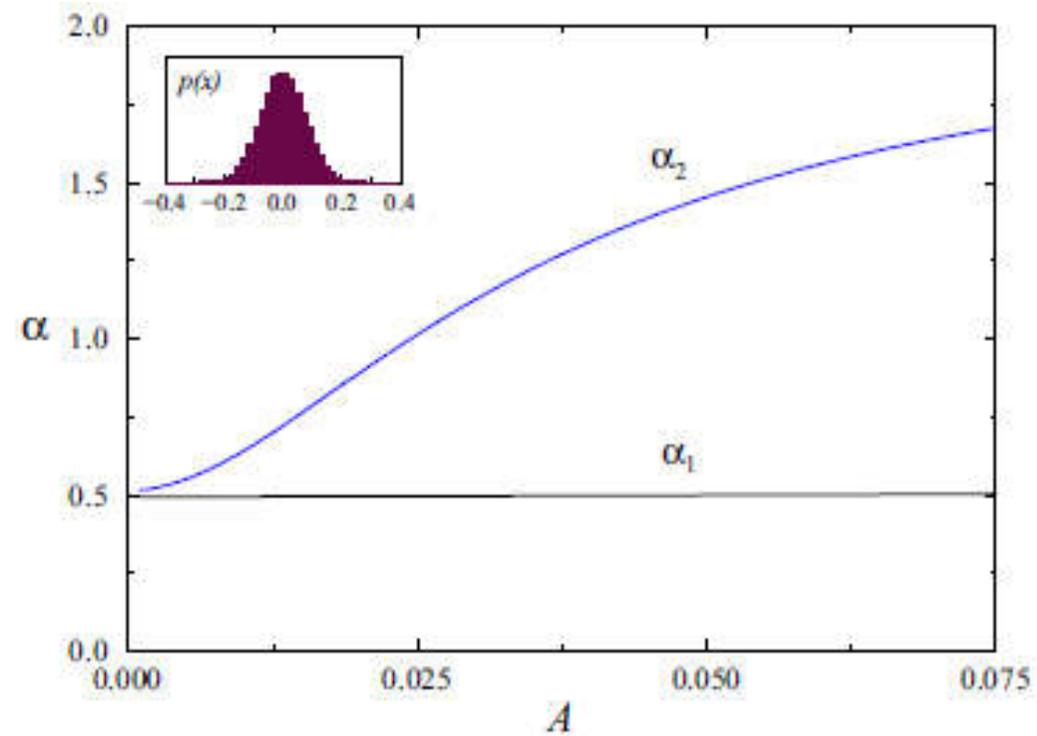
Ограничения метода DFA

1. Низкочастотный тренд



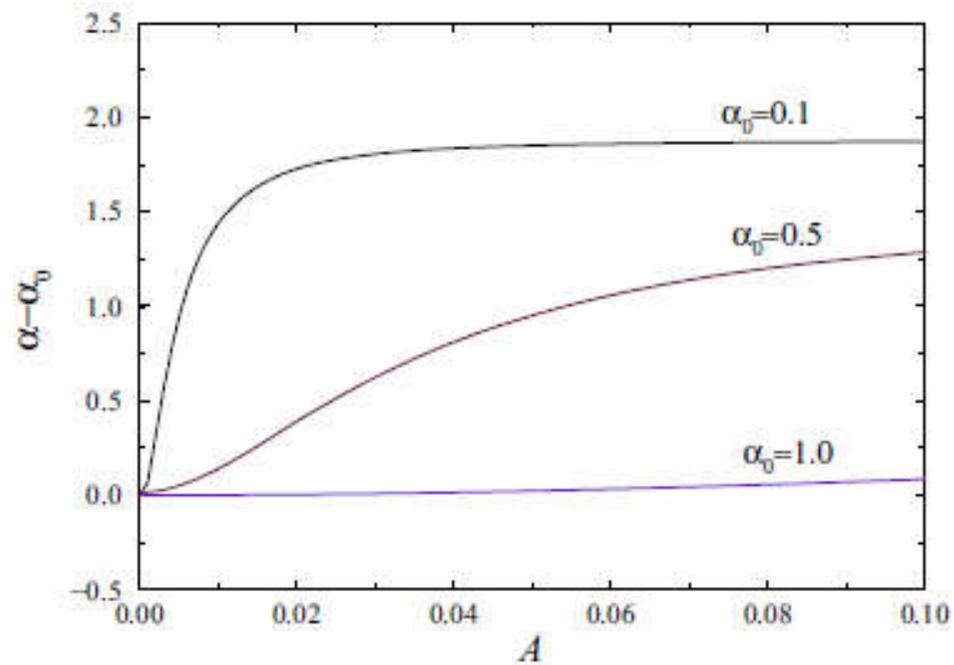
Белый шум с добавлением гармонической функции

1. Низкочастотный тренд



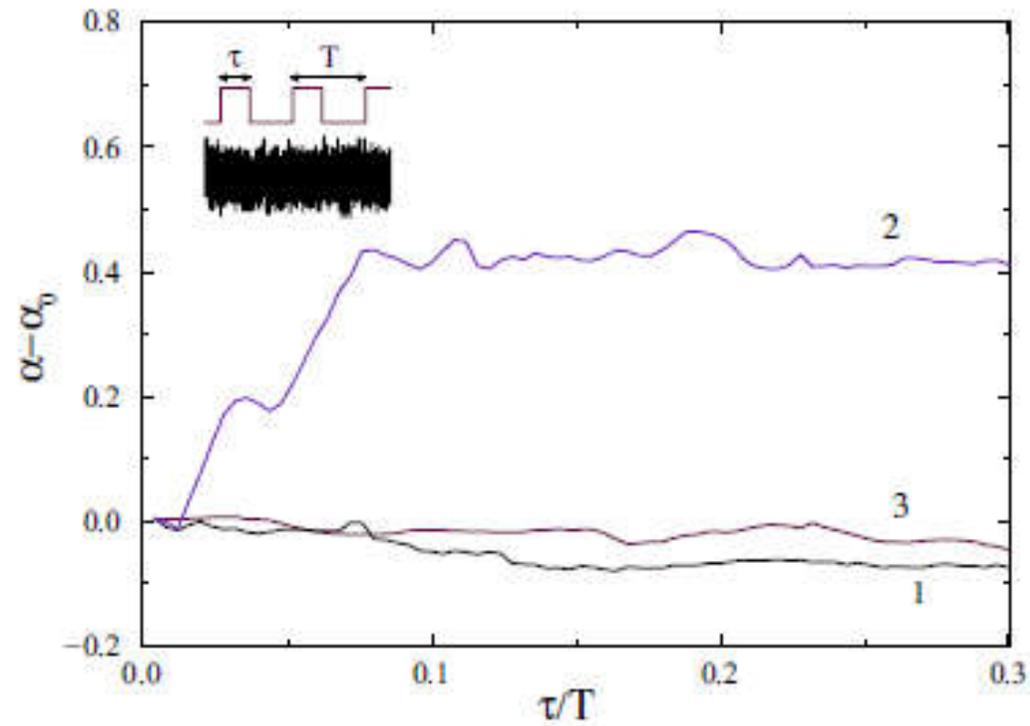
Белый шум с добавлением гармонической функции

1. Низкочастотный тренд



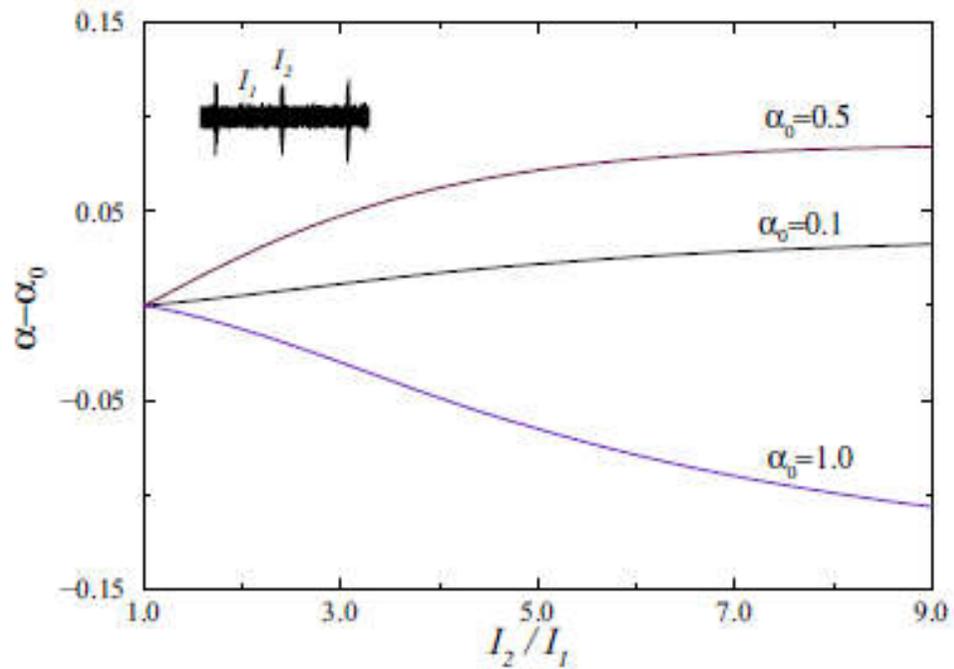
Влияние тренда на различные случайные процессы

2. Переключения между режимами

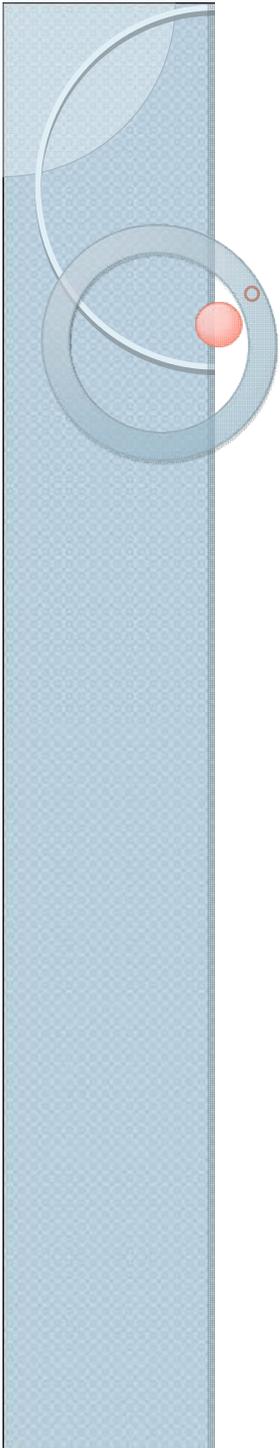


- 1 – белый шум и анти-коррелированный процесс
- 2 – белый шум и $1/f$ -шум
- 3 – $1/f$ -шум и анти-коррелированный процесс

3. Нестационарность энергетических характеристик



Изменения сильнее для процессов с более высокими значениями α_0

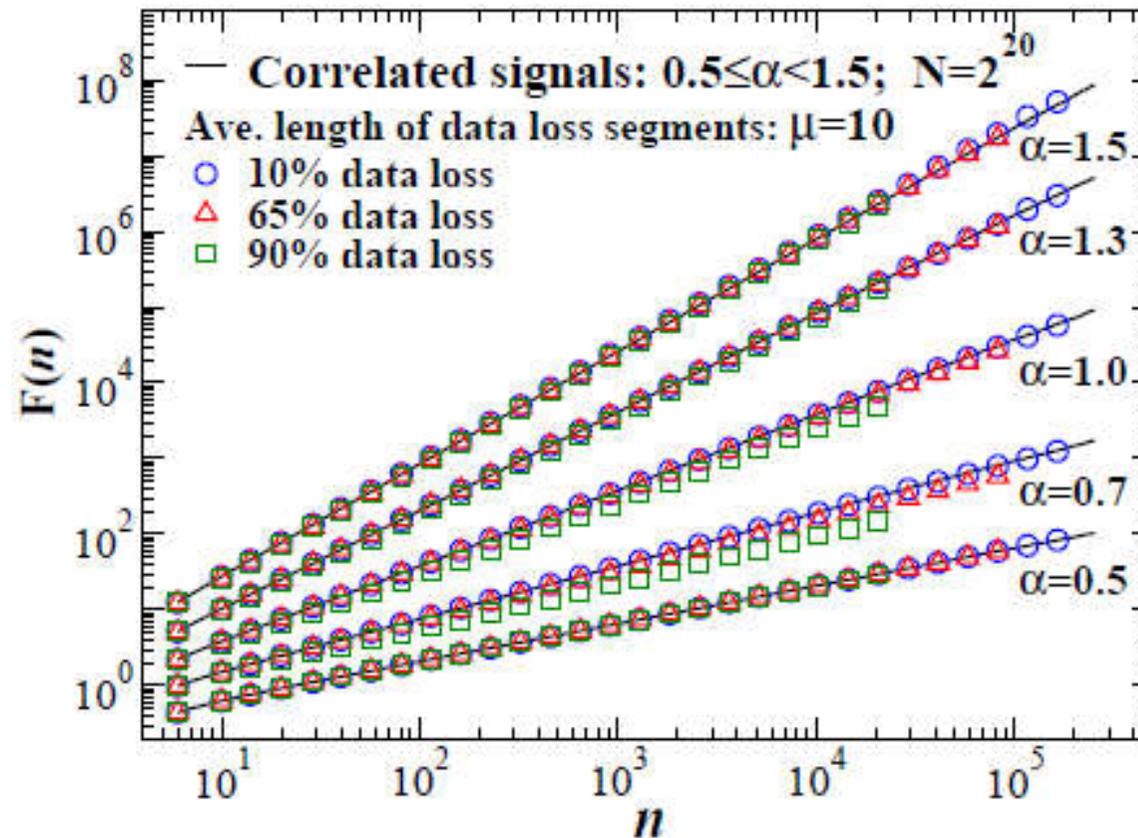


Влияние разных вариантов нестационарности зависит от статистики случайного процесса

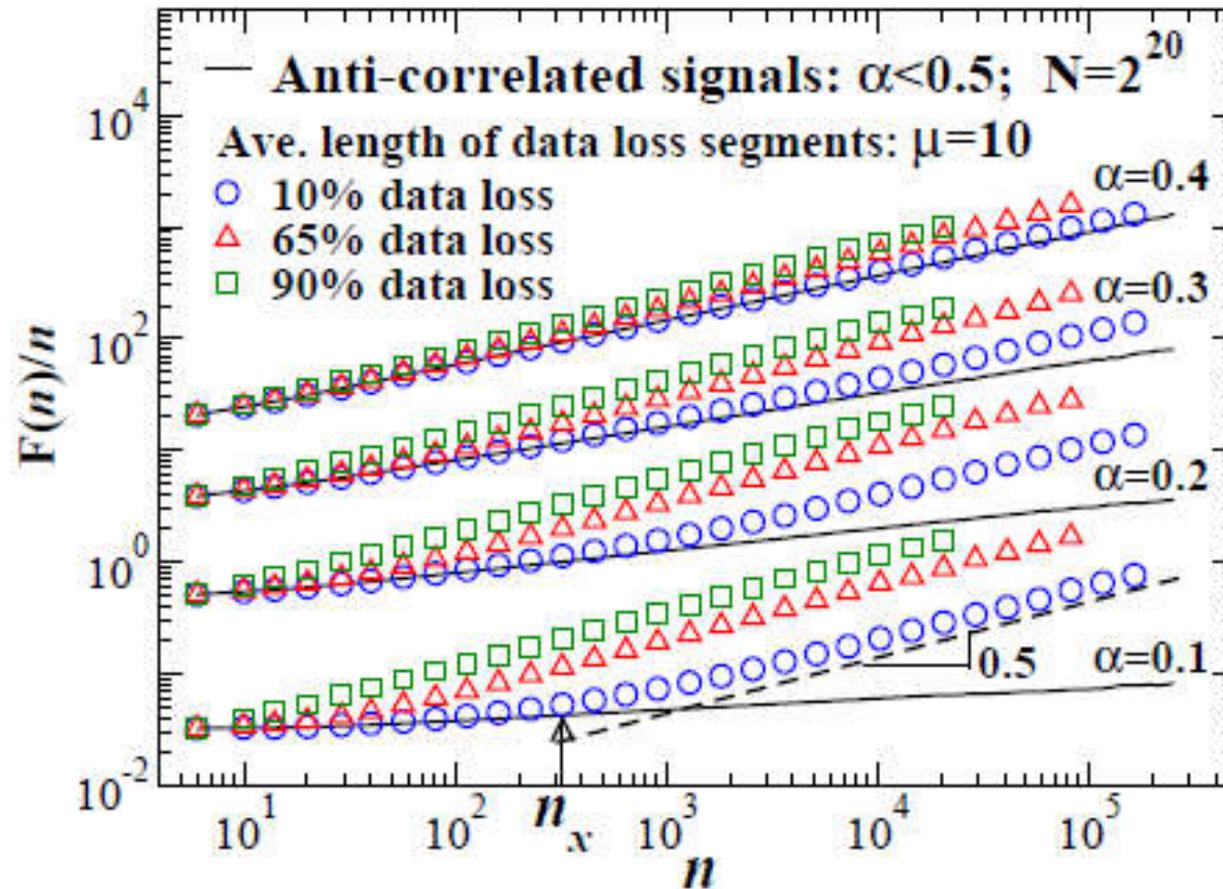
Способы повышения надежности оценок:

- Предварительная обработка данных (фильтрация)
- Учет нелинейного характера тренда (DFA-1, DFA-2, DFA-3, ...)

Влияние потери данных

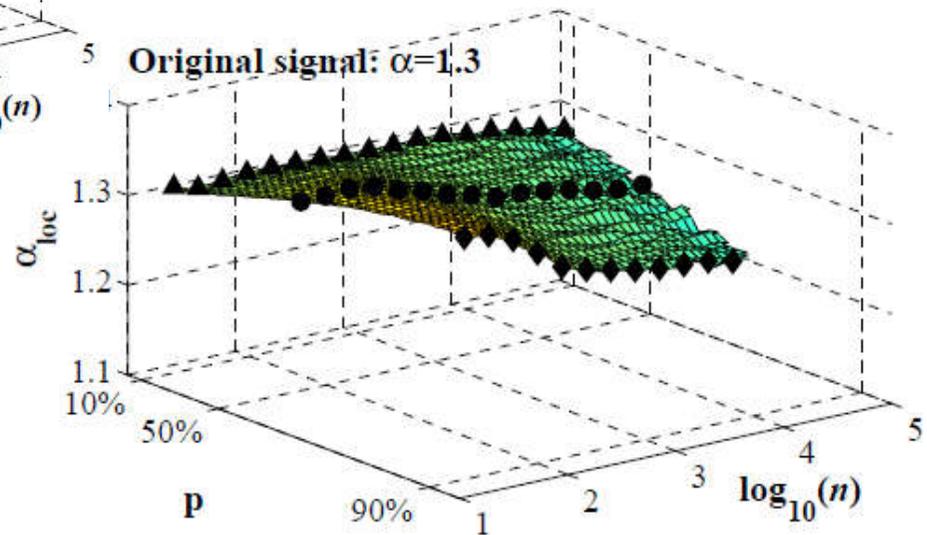
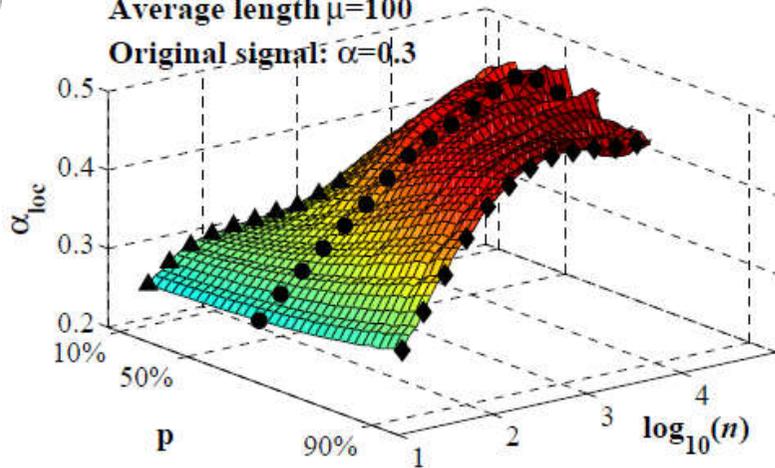


Влияние потери данных

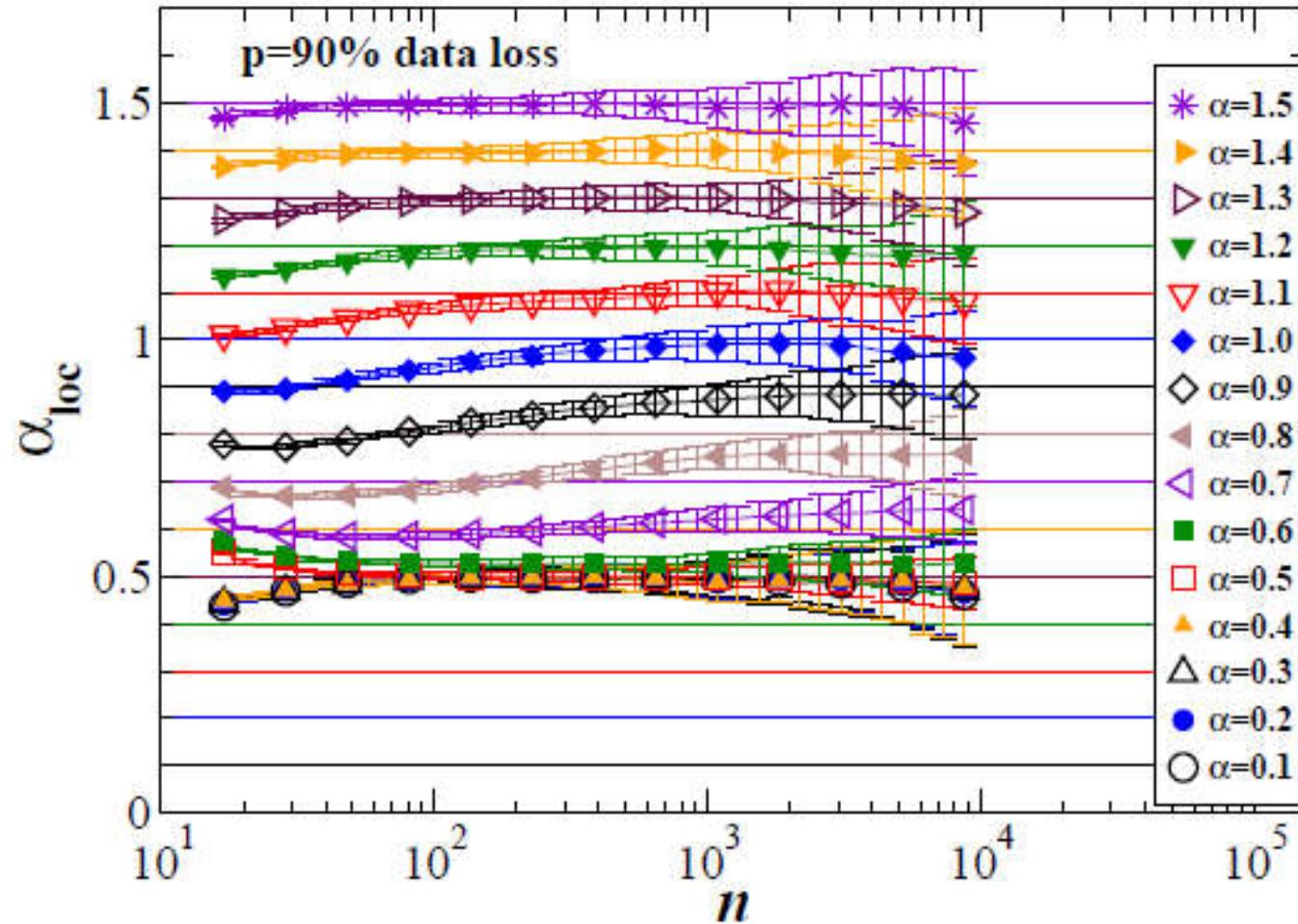


Влияние потери данных

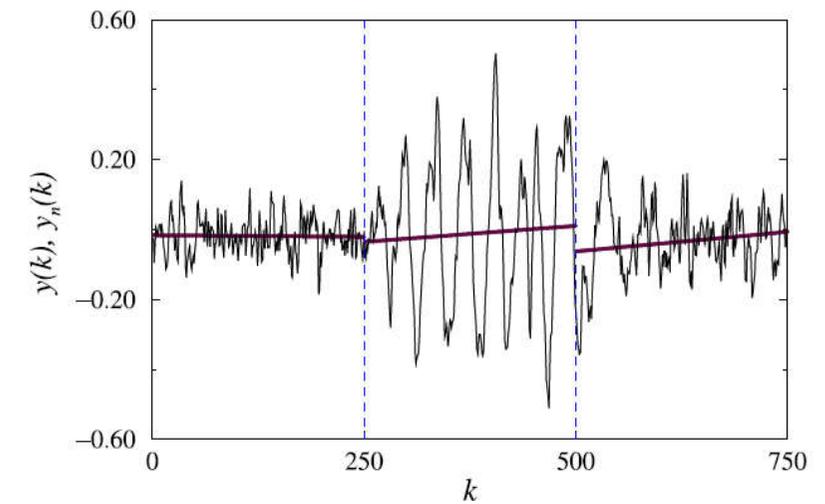
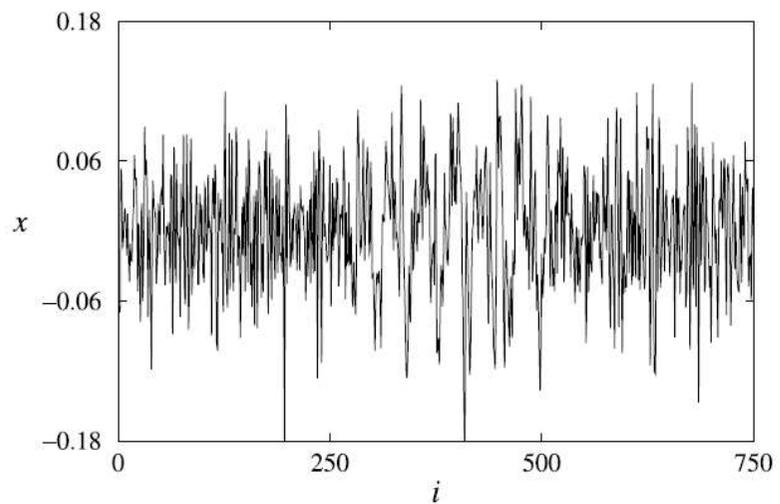
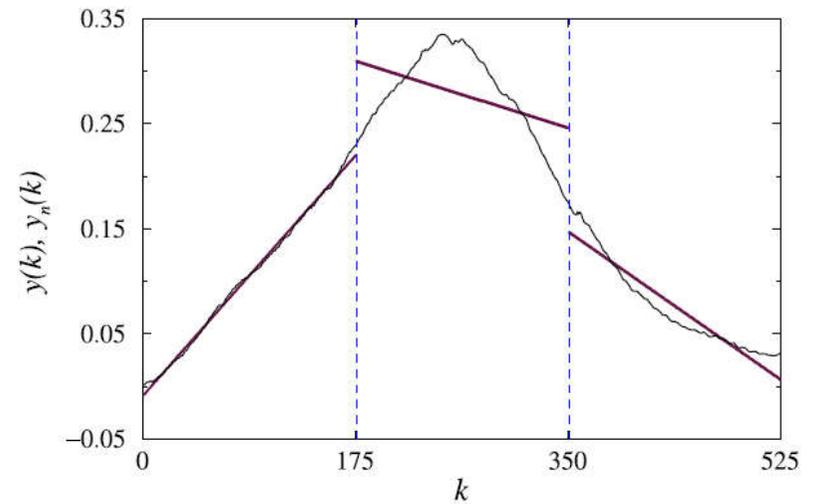
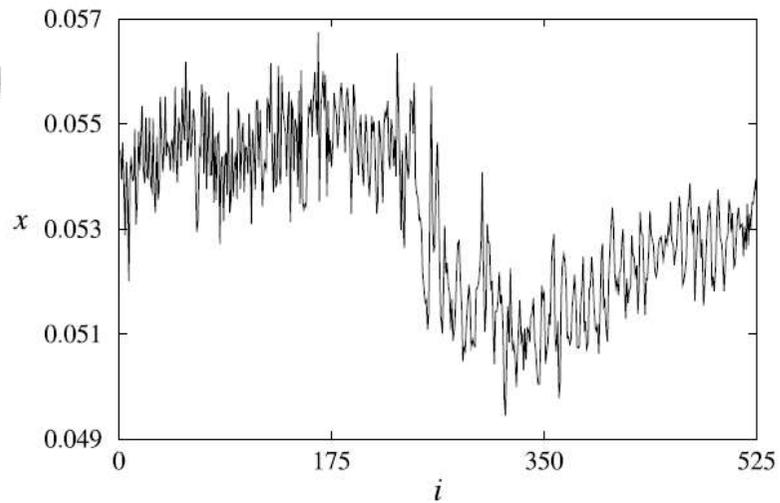
Original signal length: $N=2^{20}$
Data loss segments: Exponential distribution
Average length $\mu=100$
Original signal: $\alpha=0.3$



Влияние потери данных



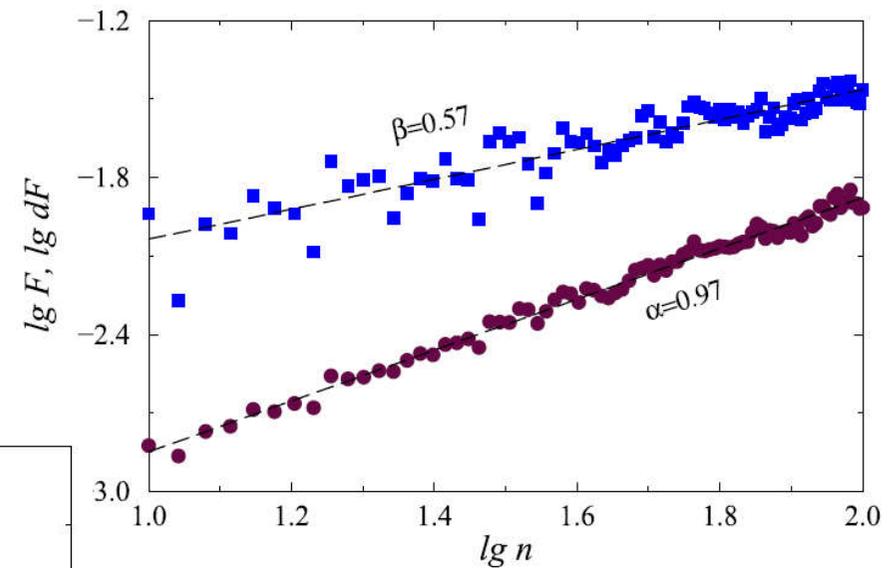
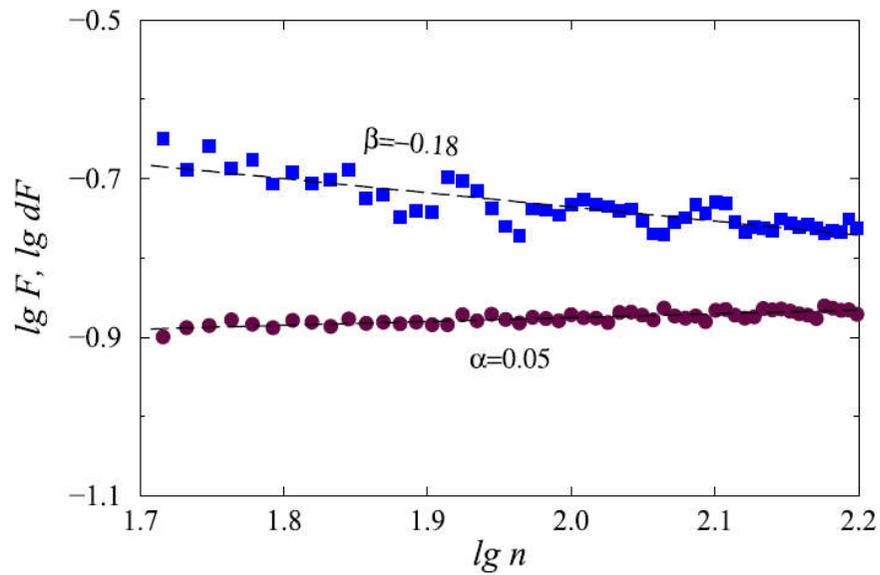
Эффекты нестационарности



Расширенный метод DFA

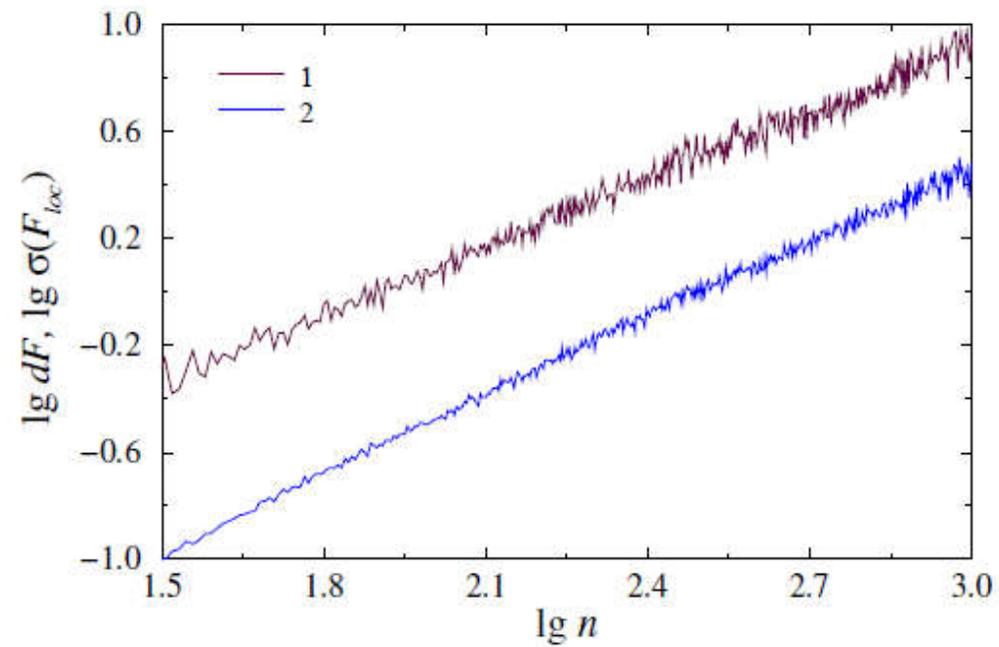
$$dF(n) = \max[F_{loc}(n)] - \min[F_{loc}(n)]$$

$$dF(n) \sim n^\beta$$

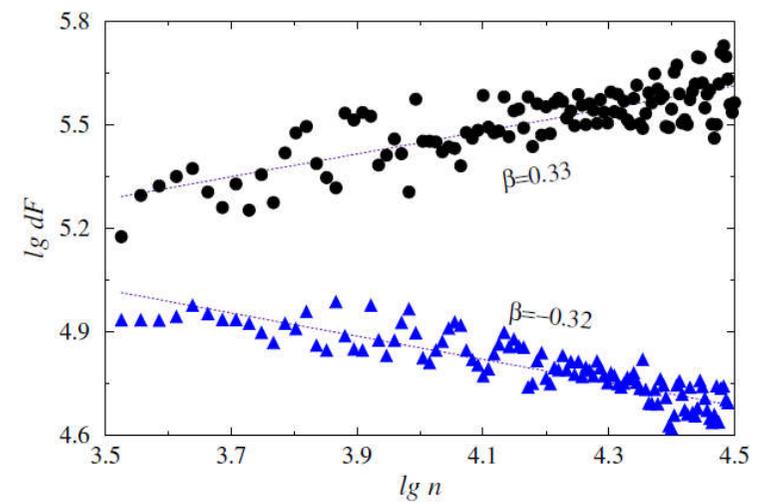
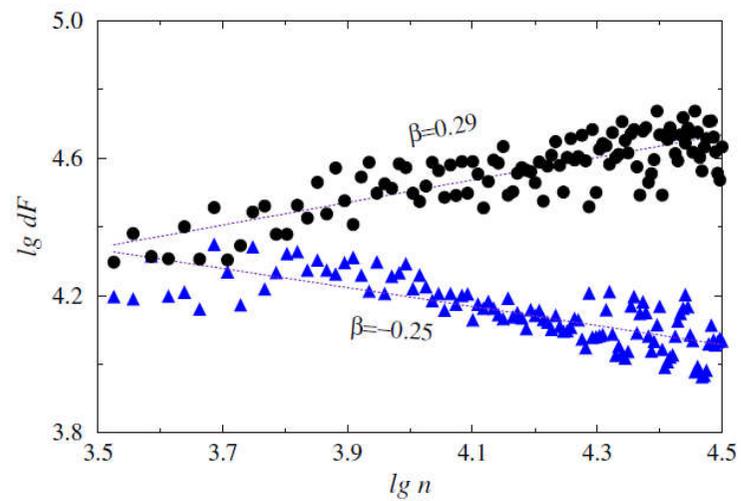
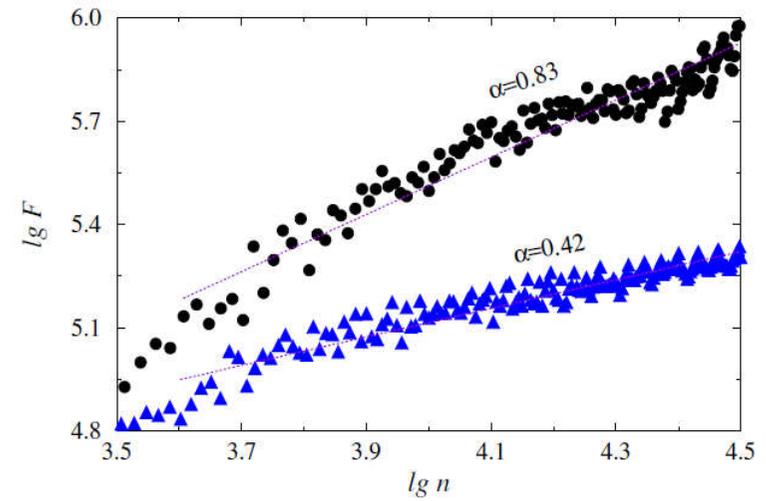
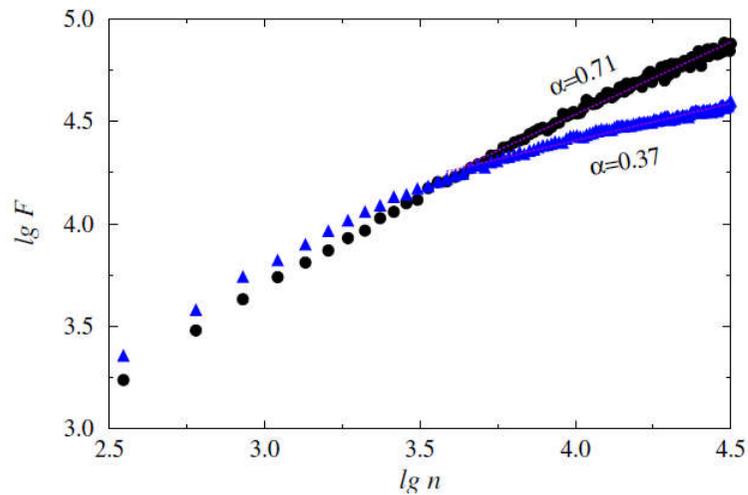


Расширенный метод DFA

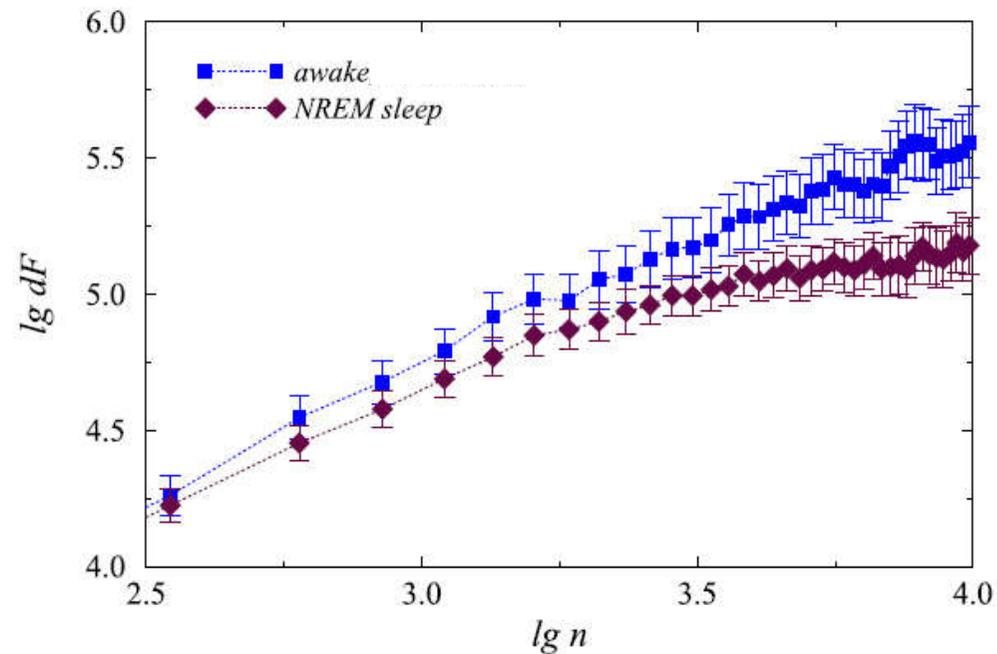
$$\sigma(F_{loc}(n)) \sim n^\beta$$



Примеры применения Медленный сон (NREM)

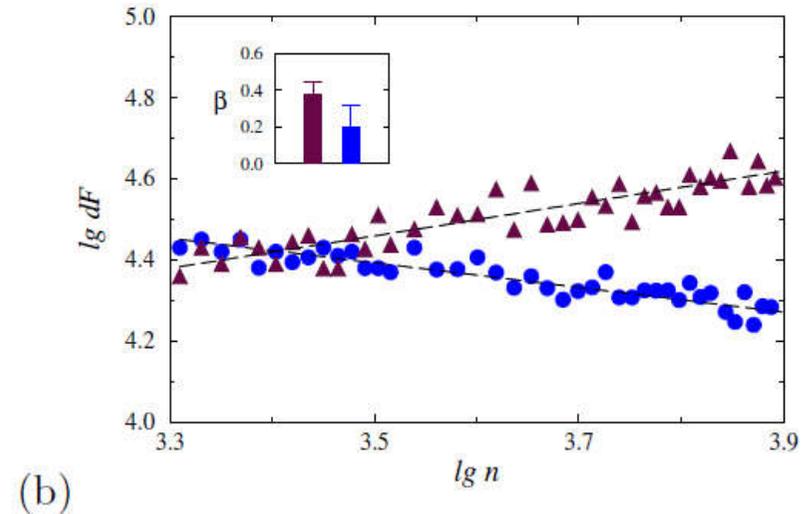
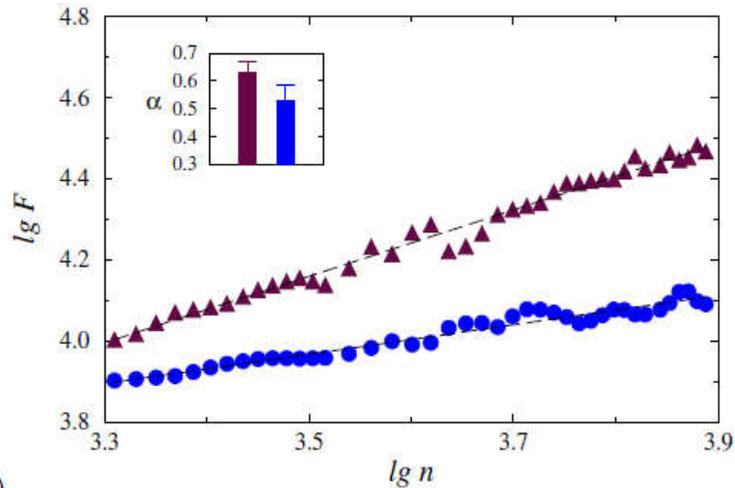


Медленный сон (NREM)



Уменьшение показателя скейлинга β во время медленного сна (не содержащего участков быстрых движений глаз) по сравнению с фоновой ЭЭГ бодрствующих крыс

Медленный сон (NREM)



Примеры уменьшения показателей α (a) и β (b) во время медленного сна (круги) по сравнению с фоновой электрической активностью мозга бодрствующей крысы (треугольники). На вставках приведены результаты статистического анализа для двух групп животных.

Анализ возрастных изменений

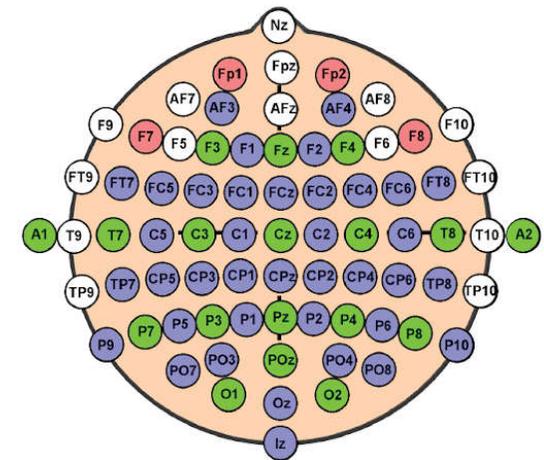
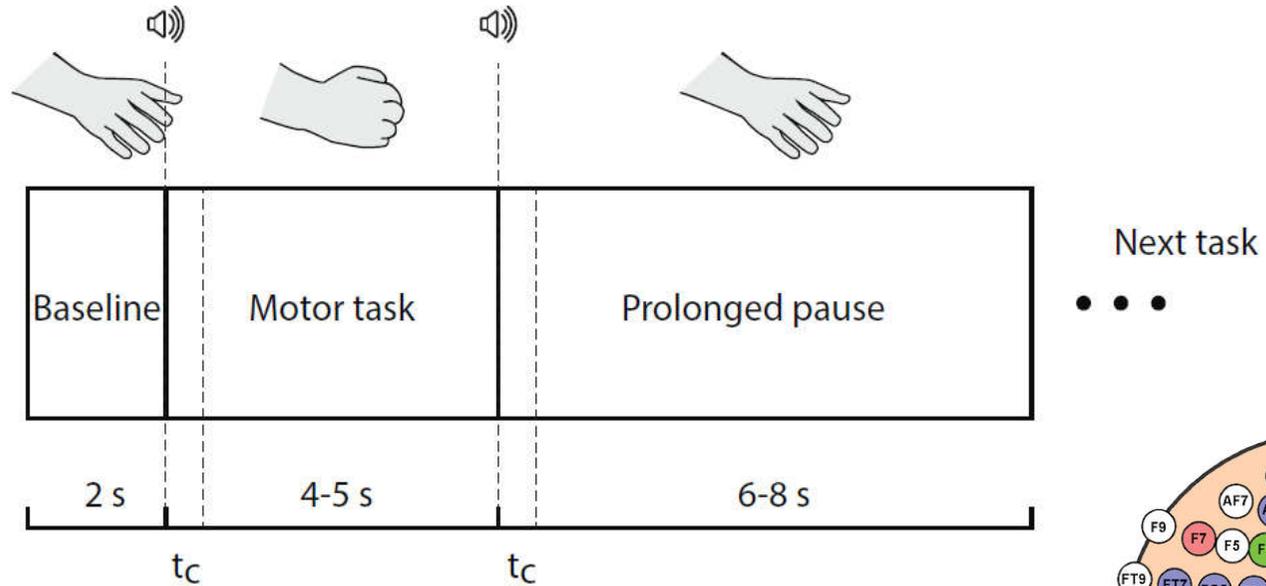
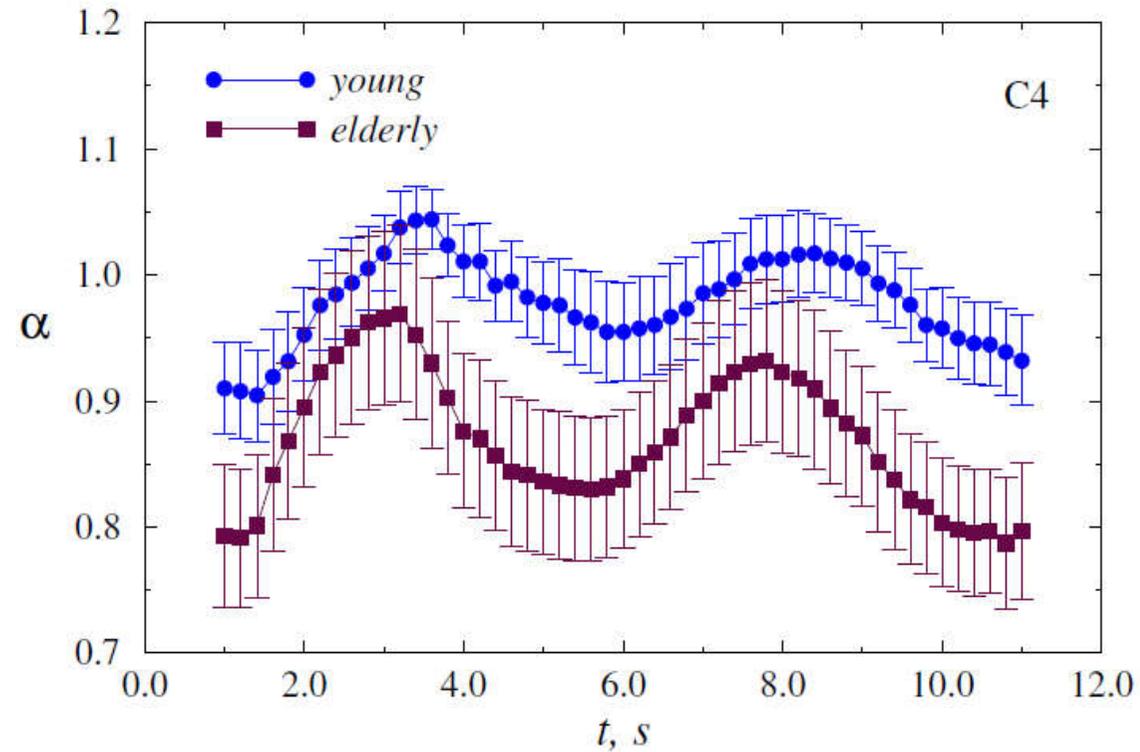


Схема проведения эксперимента

Анализ возрастных изменений



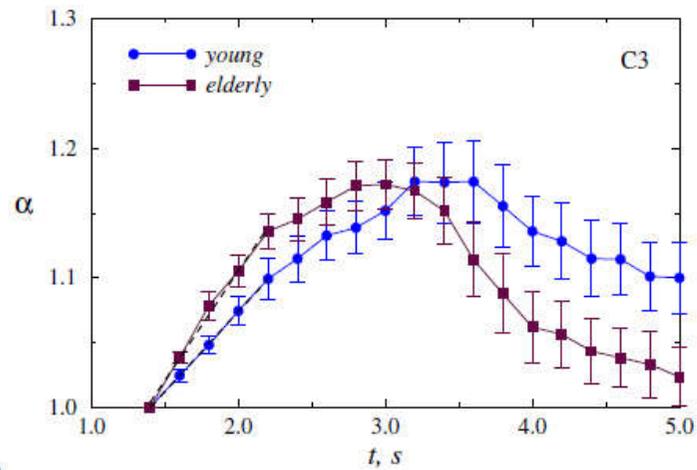
Проведение DFA в скользящем окне

Анализ возрастных изменений

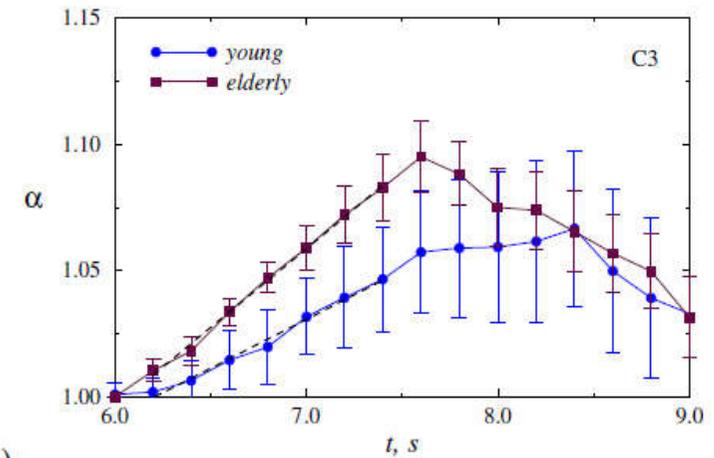
	All Motor Tasks	Dominant Hand (RH)	Non-Dominant Hand (LH)
		<i>clenching a fist (C3)</i>	
young	0.095 ± 0.012	0.102 ± 0.011	0.089 ± 0.012
elderly	0.113 ± 0.013	0.107 ± 0.014	0.124 ± 0.011
		<i>clenching a fist (C4)</i>	
young	0.087 ± 0.013	0.101 ± 0.013	0.072 ± 0.014
elderly	0.121 ± 0.015	0.116 ± 0.016	0.127 ± 0.015
		<i>unclenching a fist (C3)</i>	
young	0.038 ± 0.008	0.049 ± 0.008	0.026 ± 0.009
elderly	0.054 ± 0.007	0.054 ± 0.006	0.053 ± 0.008
		<i>unclenching a fist (C4)</i>	
young	0.040 ± 0.009	0.057 ± 0.009	0.024 ± 0.010
elderly	0.068 ± 0.008	0.081 ± 0.008	0.054 ± 0.009

Оценка скорости изменения показателя α при выполнении задач на мелкую моторику

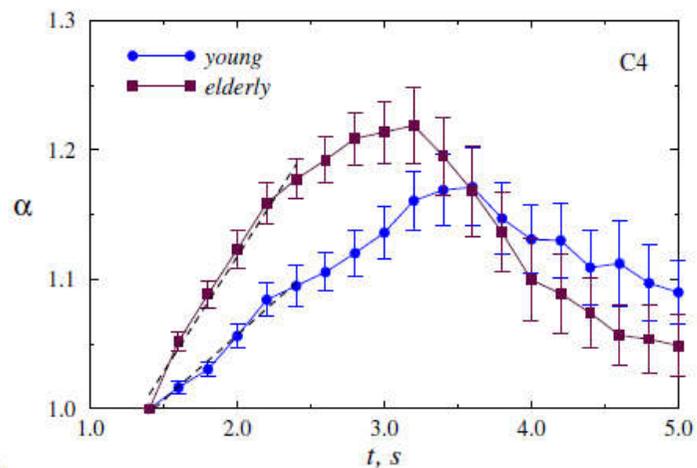
Анализ возрастных изменений



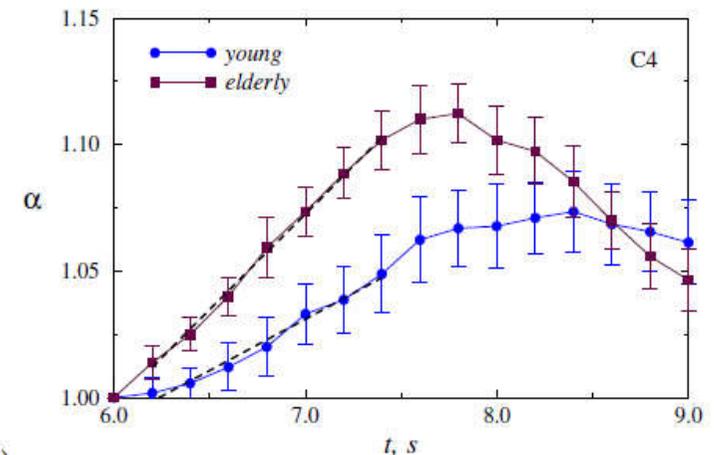
(a)



(b)



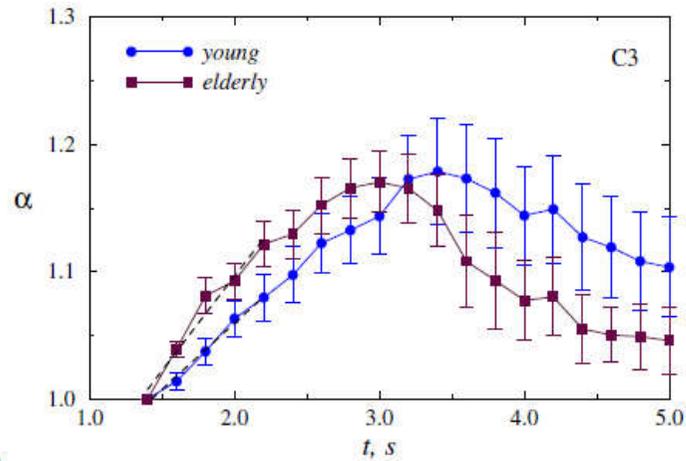
(c)



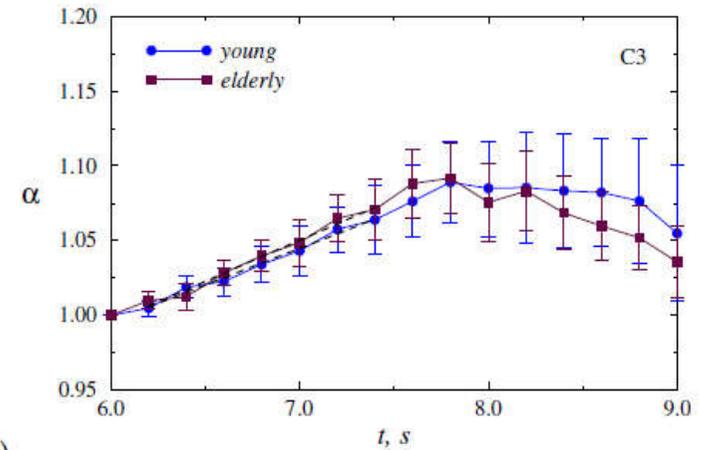
(d)

Нормированные зависимости показателя α (учитываются все движения)

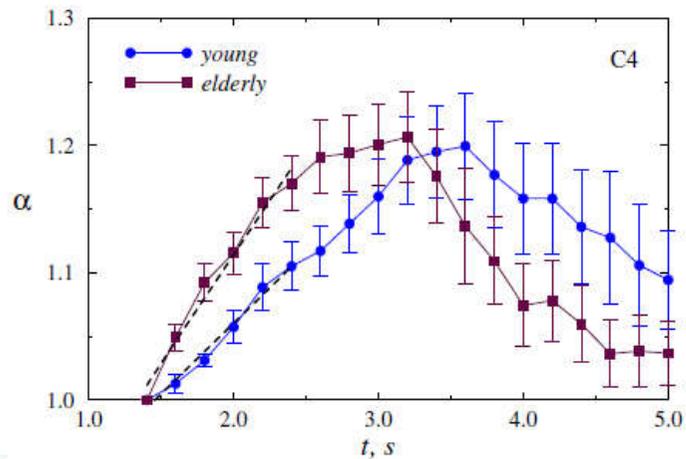
Анализ возрастных изменений



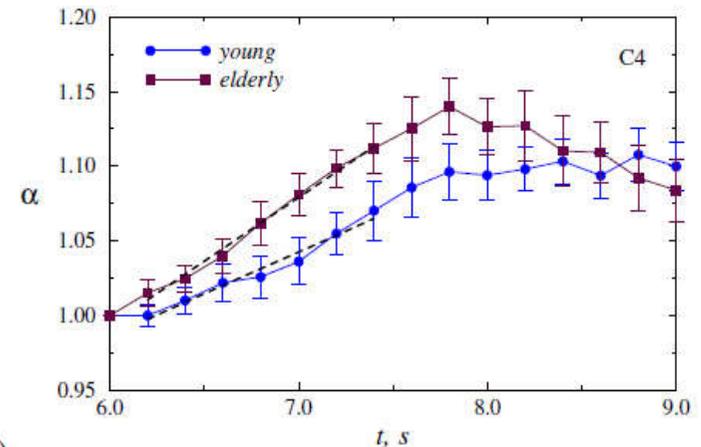
(a)



(b)



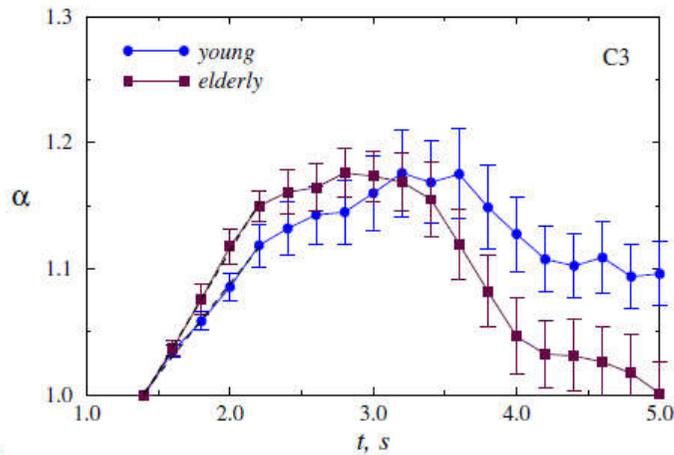
(c)



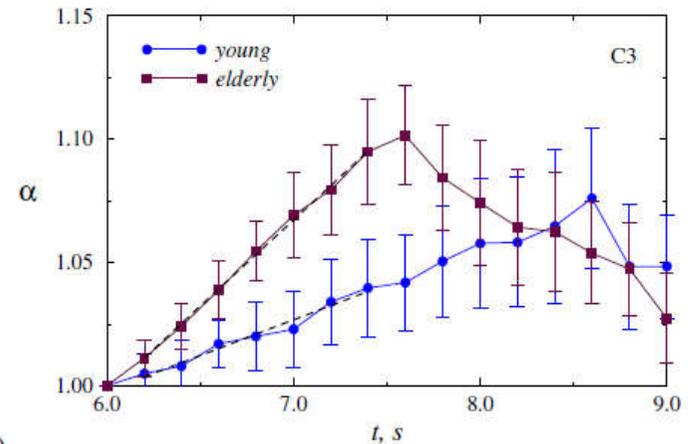
(d)

Нормированные зависимости показателя α (учитываются только движения правой руки)

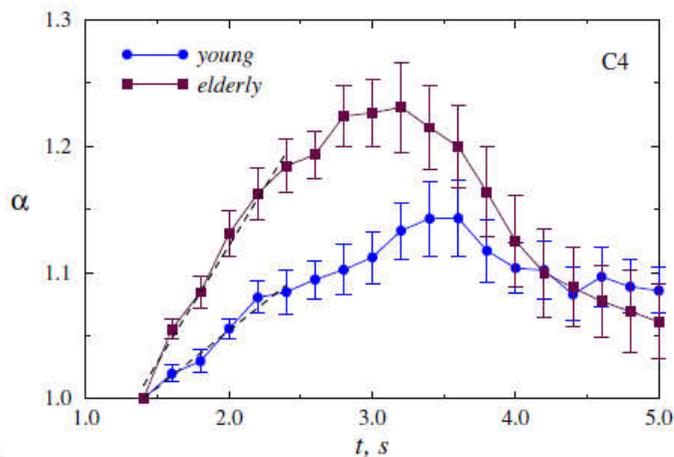
Анализ возрастных изменений



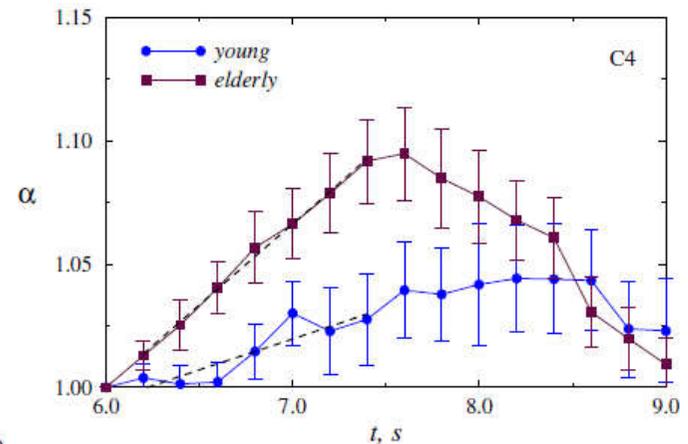
(a)



(b)



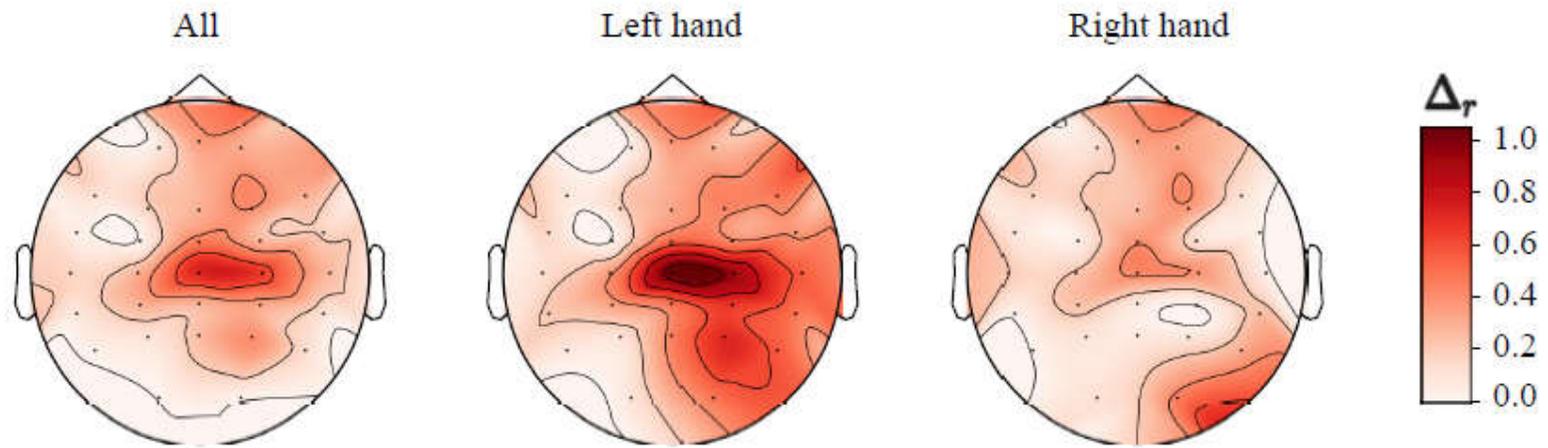
(c)



(d)

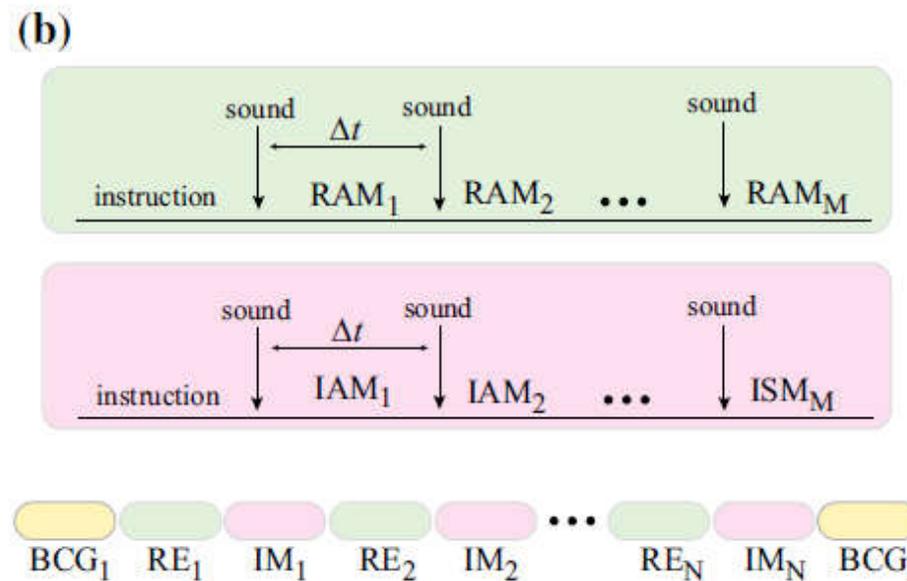
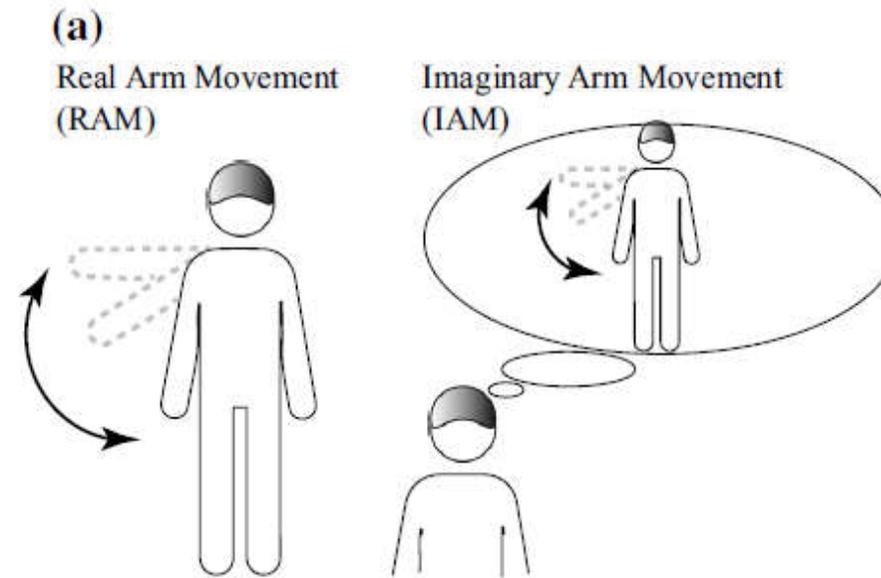
Нормированные зависимости показателя α (учитываются только движения левой руки)

Анализ возрастных изменений

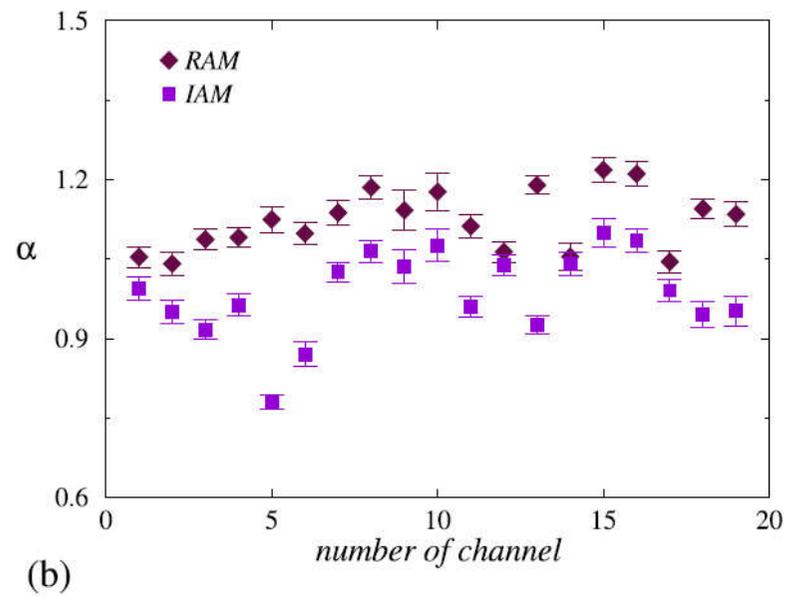
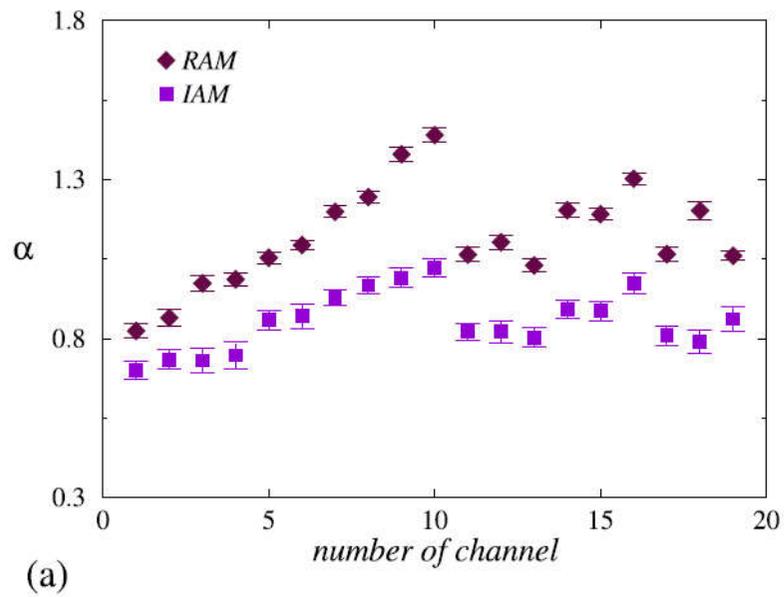
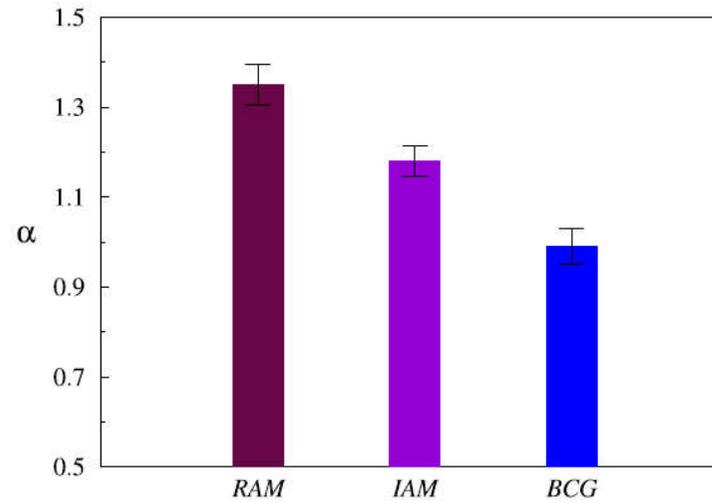
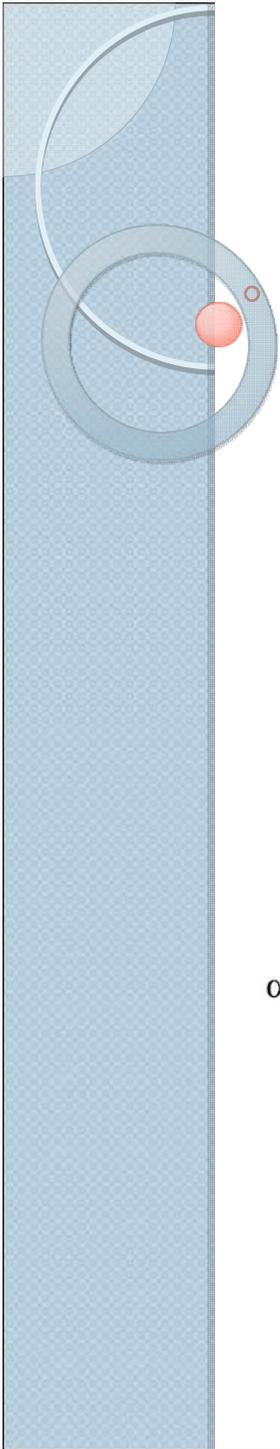


Анализ в зависимости от положения электрода

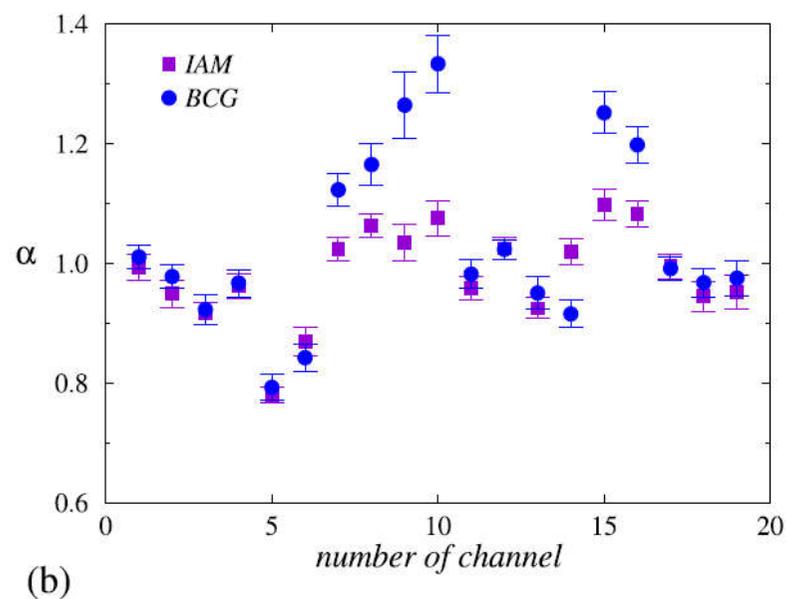
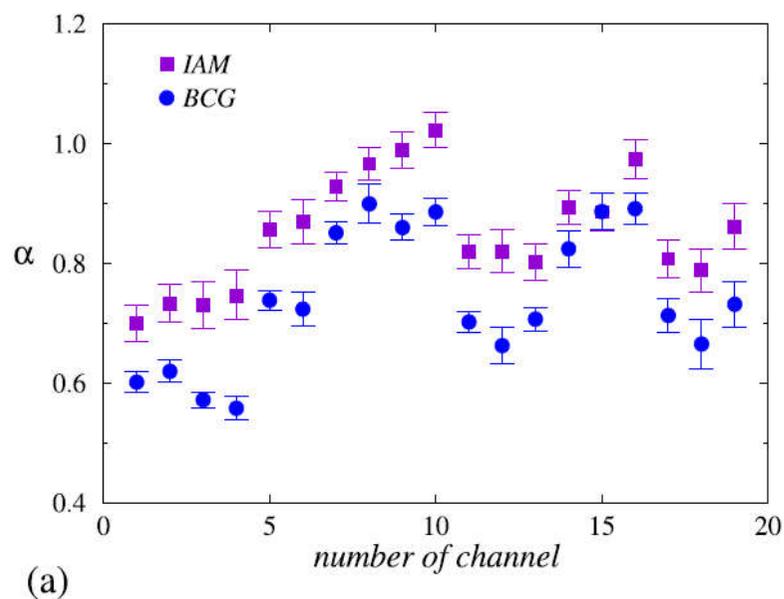
Анализ движений руки



Анализ движений руки



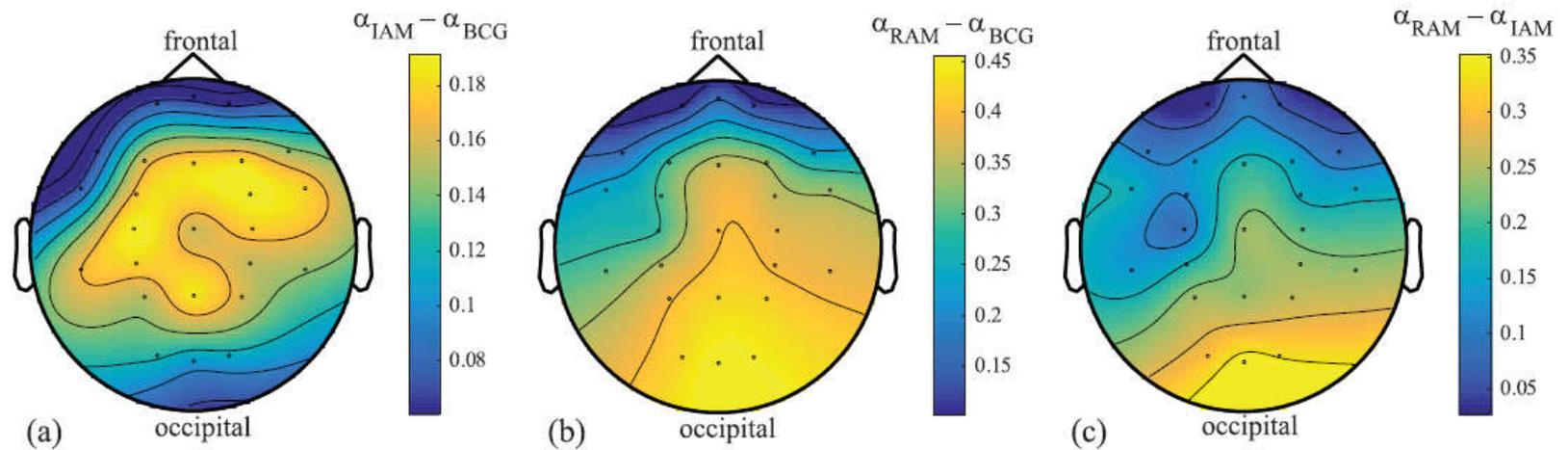
Анализ движений руки



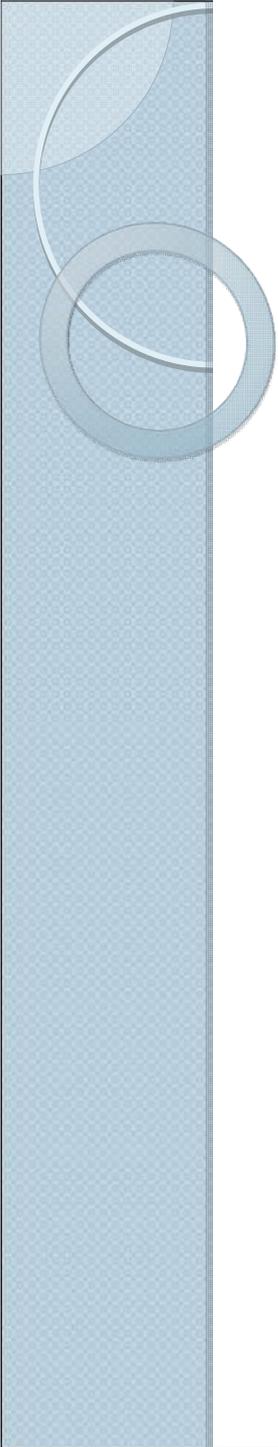
Volunteer	N_1	N_2
1	17	7
2	19	18
3	14	16
4	19	17
5	18	18
6	14	12
7	17	16
8	19	19
9	19	11
10	18	15

Число каналов с достоверными различиями между RAM и IAM (N_1) и между IAM и фоновой ЭЭГ (N_2)

Анализ движений руки



Анализ в зависимости от положения электрода



Спасибо за внимание!