

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ

в Саратове для молодых

2021

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н. Г. Чернышевского

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ

Сборник статей

Выпуск 29

Материалы XXIX Всероссийской научной конференции
26–29 апреля 2021, Саратов

Саратов
ИЗДАТЕЛЬСТВО САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
2021

УДК 530.182

ББК 22.312

Н49

Нелинейные дни в Саратове для молодых : сборник статей / редакционная коллегия: А. А. Короновский (ответственный редактор) [и др.]. – Саратов : Издательство Саратовского университета, 2021. – Вып. 29 : Материалы XXIX Всероссийской научной конференции, 26–29 апреля 2021, Саратов. – 106 с. : рис. – URL: <https://nonlindays.sgu.ru/archive/2021>. – Режим доступа: свободный. ISBN 978-5-292-04696-7 (Online). – Изображение. Текст : электронный.

Выпуск содержит материалы XXIX Всероссийской научной конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2021». Конференция проводилась при поддержке Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского, Регионального научно-образовательного математического центра «Математика технологий будущего», IEEE, Russia Section, AP03/ED15/MTT17/EP21/NPS05 Saratov Chapter, научного журнала «Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика». Основные направления работы конференции: бифуркации в динамических системах, детерминированный хаос, квантовый хаос, самоорганизация; СВЧ-электроника и метаматериалы; прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн; нелинейная динамика и нейронаука.

Сборник предназначен для научных сотрудников, преподавателей вузов, аспирантов и студентов, интересующихся нелинейной динамикой.

Редакционная коллегия:

проф. А. А. Короновский (ответственный редактор), проф. Б. П. Безручко,
проф. О. И. Москаленко, проф. Н. М. Рыскин, проф. И. В. Сысоев

УДК 530.182

ББК 22.312

Работа издана в авторской редакции

ISBN 978-5-292-04696-7 (Online)

© Авторы статей, 2021

© Саратовский университет, 2021

Содержание

Бифуркации в динамических системах. Детерминированный хаос. Квантовый хаос. Самоорганизация

<i>Барабаш Н. В., Белых В. Н., Белых И. В.</i> Рождение устойчивых орбит в системе лоренцевского типа при положительной седловой величине: аналитические результаты.....	8
<i>Баранов Д. А.</i> Классификация периодических гомеоморфизмов двумерного тора.....	10
<i>Бобровский А. А., Бурдыгина Т. К.</i> О структуре кривых гомоклинических бифуркаций в трехмерных системах, демонстрирующих аттракторы Шильникова.....	12
<i>Бобровский А. А., Сафонов К. А.</i> О границе между аттрактором Лоренца и квазиаттрактором в системе Шимицу–Мориока.....	14
<i>Богатенко Т. Р., Бух А. В., Стрелкова Г. И.</i> Особенности синхронизации в двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений в условиях разреженной межслойной связи.....	16
<i>Болотов М. И., Болотов Д. И., Смирнов Л. А., Осипов Г. В., Пиковский А.</i> Солитонные химерные состояния в системе нелокально связанных фазовых осцилляторов с диффузионной связью.....	18
<i>Воеводкин В. С.</i> Бифуркационный анализ одномерного лоренцевского отображения при различных значениях сепаратрисной величины.....	20
<i>Галкин В. Д., Чебочко Н. Г.</i> Дифференцирования алгебры Ли типа F_4 над полем характеристики 2.....	22
<i>Голикова И. В., Починка О. В.</i> Необходимые и достаточные условия топологической сопряженности n -кратных декартовых произведений грубых преобразований окружности.....	24
<i>Гринес В. З., Казаков А. О., Минц Д. И.</i> О топологической эквивалентности ламинаций, порождаемых псевдогиперболическими аттракторами.....	26

<i>Гринес В. З., Морозов А. И., Починка О. В.</i> Реализация гомеоморфизмов поверхностей алгебраически конечного типа диффеоморфизмами Морса–Смейла с ориентируемой гетероклиникой	28
<i>Елагин А. А., Вадивасова Т. Е., Шепелев И. А.</i> Синхронизация в мультиплексной сети хаотических осцилляторов с частотной расстройкой	30
<i>Каратецкая Е. Ю., Шыхмамедов А. И.</i> Аттракторы Шильникова в трехмерных отображениях, меняющих ориентацию.....	32
<i>Круглов В. Е., Починка О. В.</i> Критерий топологической сопряженности поверхностных потоков Морса–Смейла без траекторий, идущих из одного предельного цикла в другой	34
<i>Крылосова Д. А., Селезнев Е. П., Станкевич Н. В.</i> Динамика неавтономного осциллятора при нелинейном адаптивном воздействии.....	36
<i>Курьжов Е. В., Миц Д. И., Каратецкая Е. Ю.</i> Дискретные хаотические и гиперхаотические аттракторы в отображении двух связанных парабол.....	38
<i>Любченко Д. О., Савин А. В.</i> Численное определение характеристик эффекта «бильярдного» демона Максвелла в системе «гофрированный волновод» с осциллирующей границей	40
<i>Нечаев В. А., Рыбалова Е. В.</i> Динамика неоднородной сети нелокально связанных хаотических отображений	42
<i>Никишина Н. Н., Рыбалова Е. В., Вадивасова Т. Е.</i> Эволюция пространственных структур в ансамбле нелокально-связанных логистических отображений при шумовой модуляции параметра связи	44
<i>Ноздринова Е. В., Починка О. В.</i> О классах устойчивой изотопической связности градиентно-подобных диффеоморфизмов поверхностей.....	46
<i>Починка О. В., Шмуклер В. И.</i> Бифуркации, меняющие тип гетероклинических кривых 3-диффеоморфизма Морса–Смейла.....	48
<i>Починка О. В., Шубин Д. Д.</i> Неособые потоки с динамикой аттрактор-репеллер на n -многообразиях	50
<i>Рамазанов И. Р., Корнеев И. А., Вадивасова Т. Е., Слепнев А. В.</i> Влияние силы параметрической накачки на динамику двух связанных осцилляторов ван дер Поля – Матье	52
<i>Рыбалова Е. В., Анищенко В. С.</i> Разрушение автоволновых структур под действием шума в решетке связанных дискретных моделей нейронов	54

<i>Сухарев Д. М.</i> Двухпараметрический анализ одномерного отображения вблизи шильниковской петли седло-фокуса: семейство окон устойчивости типа «Crossroad area»	56
<i>Тюлькина И. В., Голдобин Д. С., Клименко Л. С., Поперечный И. С., Райхер Ю. Л.</i> Макроскопическая намагниченность ХУ-макроспиновой системы в рамках обобщенной теории Отта–Антонсена	58
<i>Чилина Е. Е.</i> Реализация сохраняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора	60
Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн	
<i>Аринушкин П. А., Вадивасова Т. Е.</i> Эффекты нелинейной диссипации в модели энергосистемы на основе связанных Курамото-подобных осцилляторов с инерцией	62
<i>Будник Д. Ю., Ишбулатов Ю. М., Караваев А. С.</i> Реализация методики детекции акустического отклика циркулирующих в крови клеток меланомы в системе проточной фотоакустической цитометрии в прикладной программе на базе Android-смартфона	64
<i>Васин А. С., Большаков Д. И., Мищенко М. А., Сысоев И. В.</i> Нейроподобный генератор с возбудимым и автоколебательным режимом	66
<i>Ежов Д. М., Сказкина В. В., Храмков А. Н., Навроцкая Е. В., Гриднев В. И., Прохоров М. Д.</i> Носимое устройство для мониторинга глубины дыхания на основе тензометрического датчика	68
<i>Колесников И. Д., Шепелев И. А.</i> Молекулярно-динамическое моделирование высокоскоростного нагружения фосфорена	70
<i>Курбако А. В., Боровкова Е. И., Храмков А. Н., Ежов Д. М., Кульминский Д. Д.</i> Новый метод диагностики фазовой синхронизации контуров вегетативного контроля кровообращения в реальном времени	72
<i>Храмков А. Н., Сказкина В. В., Ишбулатов Ю. М., Кульминский Д. Д., Павлова Е. Ю., Сафаров Е. Г., Боровкова Е. И.</i> Спектральный анализ процессов вегетативной регуляции кровообращения различных возрастных групп испытуемых во сне и бодрствовании	74
СВЧ-электроника и метаматериалы	
<i>Водолагин О. А., Садовников А. В.</i> Управляемый интерферометр Маха–Цендера на основе магнонных микроструктур	76

<i>Григорьева Н. В., Рыскин Н. М.</i> Исследование синхронизации гиروتрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной теории	78
<i>Ожогин И. С., Кожевников И. О., Сердобинцев А. А., Стародубов А. В.</i> Формирование и исследование копланарной линии передачи на гибкой диэлектрической подложке	80
<i>Плоских А. Э., Рыскин Н. М.</i> Разработка миниатюрной лампы бегущей волны терагерцового диапазона частот с многолучевым электронным потоком	82
<i>Расулов И. И., Кожевников И. О., Сердобинцев А. А., Захаревич А. М., Стародубов А. В.</i> Анализ режимов наносекундной лазерной абляции тонких медных пленок на диэлектрических подложках в случае ненулевой скорости перемещения лазерного луча	84
<i>Ростунцова А. А., Рыскин Н. М.</i> Формирование солитонов самоиндуцированной прозрачности в потоке циклотронных электронов-осцилляторов при возбуждении непрерывным сигналом	86
<i>Чистяков И. А., Стародубов А. В.</i> Исследование и оптимизация компактной гибкой антенны для работы в диапазонах ISM и сотовой связи	88
Нелинейная динамика и нейронаука	
<i>Багаутдинова Э. Р., Станкевич Н. В.</i> Анализ пространства параметров моделей панкреатических бета-клеток типа Ходжкина–Хаксли....	90
<i>Грищенко А. А., Сысоева М. В., Сысоев И. В.</i> Различные подходы к статистическому анализу эволюции связанности в ансамблях осцилляторов — моделей эпилептиформной активности.....	92
<i>Догонашева О. А., Гуткин Б., Захаров Д. Г.</i> Новый универсальный подход для изучения процессов синхронизации в сетях активных элементов на основе адаптивной меры синхронизации	94
<i>Егоров Н. М., Пономаренко В. И., Сысоев И. В., Сысоева М. В.</i> Применение имитационной модели радиотехнической схемы сети нейроноподобных генераторов ФитцХью–Нагумо при разных способах связи для исследования эпилептиформной активности	96
<i>Емельянова Е. П., Сельский А. О., Журавлёв М. О., Руннова А. Е.</i> Рекуррентный анализ применительно к данным ЭЭГ	98

<i>Капустников А. А., Сысоев И. В., Сысоева М. В.</i> Химерные состояния в пик-волновых разрядах малых сетей нейроосцилляторов.....	100
<i>Мельникова С. Н., Егоров Н. М., Пономаренко В. И., Сысоев И. В., Сысоева М. В.</i> Масштабируемость радиотехнической модели таламо-кортикальной сети мозга.....	102
<i>Сказкина В. В., Красикова Н. С., Симонян М. А.</i> Исследование синхронизации контуров вегетативной регуляции сердечного ритма и тонуса артерий у больных Covid-19.....	104

Рождение устойчивых орбит в системе лоренцевского типа при положительной седловой величине: аналитические результаты*

Н. В. Барабаш^{1,2}✉, В. Н. Белых^{1,2}, И. В. Белых³

¹Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского

²Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород

³Государственный университет Джорджии, Атланта, США

✉ barabash@itmm.unn.ru

Рассматривается кусочно-гладкая динамическая система лоренцевского типа, составленная из трёх систем обыкновенных дифференциальных уравнений [1] A_s , A_l , и A_r :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x, \\ A_s : \dot{y} &= -\alpha y, \\ \dot{z} &= -\nu z, \\ A_l : \dot{x} &= -\lambda(x+1) + \omega(z-b), \quad \dot{x} = -\lambda(x-1) - \omega(z-b), \\ \dot{y} &= -\delta(y+1), \quad \dot{y} = -\delta(y-1), \\ A_r : \dot{z} &= -\omega(x+1) - \lambda(z-b), \quad \dot{z} = \omega(x-1) - \lambda(z-b), \end{aligned} \quad (1)$$

где α , δ , ν , ω , λ и b – положительные параметры. Эти линейные системы (подсистемы) определены на следующем разбиении фазового пространства G_s , G_l , и G_r , соответственно:

$$G_s : |x| < 1, y \in \mathbb{R}^1, z < b,$$

$$G_l : \begin{cases} x \leq -1 & \text{при } z \leq b, \\ x \leq -1 & \text{при } z > b, y \geq 0, \\ x < 1 & \text{при } z > b, y < 0, \end{cases} \quad G_r : \begin{cases} x \geq 1 & \text{при } z \leq b, \\ x \geq 1 & \text{при } z > b, y < 0, \\ x > -1 & \text{при } z > b, y \geq 0. \end{cases}$$

Линейная подсистема A_s определяет динамику системы (1) в области G_s и имеет седло O_s в начале координат. Подсистемы $A_{r,l}$ определены в областях $G_{r,l}$ и имеют симметричные трёхмерные фокусы $e_{r,l} = \{\pm 1, \pm 1, b\}$, соответственно. Предполагается, что параметры удовлетворяют условиям

$$\frac{1}{2} < \nu < 1.$$

*Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (проект № 0729-2020-0036). Работа также поддержана РФФИ (грант № 19-12-00367).

что означает, что седловая величина $\sigma = 1 - \nu > 0$ положительна. Введём новые параметры

$$\gamma = be^{-\frac{3\pi\lambda}{2\omega}}, \quad \gamma_{cr} = 2\sqrt{1 + \lambda^2/\omega^2}e^{-\frac{\delta}{\omega} \arctan \frac{\lambda}{\omega}},$$
$$\mu = (\gamma - 1)\gamma^{\frac{1}{\nu-1}}, \quad \varepsilon = (\gamma - \gamma_{cr})\gamma^{\frac{1}{\nu-1}}.$$

Тогда справедлива следующая

Теорема 1. *(неустойчивая гомоклиническая орбита порождает устойчивый цикл)*

1. При $\mu < \varepsilon \leq 0$ система (1) имеет два устойчивых фокуса e_l и e_r , и седло O_s .
2. При $\mu = 0$, $\varepsilon = 0$ в системе (1) образуется две симметричных неустойчивых гомоклинических орбиты седла O_s (гомоклиническая бабочка).
3. При $\varepsilon > 0$ увеличение $\mu \in (\varepsilon, \varepsilon + \varepsilon^{1/\nu})$ приводит к появлению в системе (1) устойчивого предельного цикла периода 2 и двух седловых предельных циклов, которые одновременно родились от гомоклинической бабочки.

Доказательство теоремы рассматривается в докладе. Представленные результаты опубликованы в работах [2, 3].

Список литературы

1. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. A Lorenz-type attractor in a piecewise-smooth system: Rigorous results // Chaos. 2019. Vol. 29, no. 10. 103108.
2. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. Bifurcations of Chaotic Attractors in a Piecewise Smooth Lorenz-Type System // Automation and Remote Control. 2020. V. 81, no 8. P. 1385–1393.
3. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. Sliding homoclinic bifurcations in a Lorenz-type system: Analytic proofs // Chaos. 2021. Vol. 31, no 4. 043117.

Классификация периодических гомеоморфизмов двумерного тора*

Д. А. Баранов

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
✉ denbaranov0066@gmail.com

Результаты данного доклада были получены совместно с и О.В. Починкой и посвящены классификации периодических гомеоморфизмов тора.

Пусть S_p – замкнутая ориентируемая поверхность рода p и $f : S_p \rightarrow S_p$ – сохраняющий ориентацию периодический гомеоморфизм.

Гомеоморфизм f называется *периодическим*, если существует такое $n \in \mathbb{N}$, что $f^n = id$. Наименьшее из таких n называется периодом f .

Обозначим через \bar{B} множество точек гомеоморфизма f , период которых меньше периода гомеоморфизма.

В силу результатов Я. Нильсена [1] множество \bar{B} конечно и состоит из конечного числа орбит \mathcal{O}_i ($i = 1, \dots, k$) периода n_i , являющегося делителем n . Положим $\lambda_i = \frac{n}{n_i}$, тогда для каждого λ_i существует единственное взаимно простое с ним число $\delta_i \in \{1, \dots, \lambda_i - 1\}$ такое, что для любой точки $\bar{x} \in \mathcal{O}_i$ существует окрестность $D_{\bar{x}}$, в которой гомеоморфизм $f^{n_i}|_{D_{\bar{x}}}$ топологически сопряжен с отображением комплексной плоскости: $z \rightarrow e^{\frac{2\pi\delta_i}{\lambda_i}i} z$.

Также с каждым периодическим преобразованием связаны следующие объекты:

- группа отображений $G = \{id, f, \dots, f^{n-1}\}$, изоморфная $\mathbb{Z}_n = \{0, \dots, n-1\}$, и действующая на S_p так, что *модульная поверхность* $\Sigma_g = S/G$ рода g является замкнутой поверхностью;
- *естественная проекция* $\pi : S_p \rightarrow \Sigma_g$, которая является n -листным накрытием всюду, кроме точек множества $B = \pi(\bar{B})$.

Каждому периодическому гомеоморфизму f однозначно соответствует набор *периодических данных* $(n, p, g, n_1, \dots, n_k, \delta_1, \dots, \delta_k)$.

*Публикация подготовлена в ходе проведения исследования (№ 21-04-004) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2021–2022 гг.

Следуя [1] гомеоморфизмы $f, f' : S_p \rightarrow S_p$ называются *топологически сопряженными*, если существует сохраняющий ориентацию гомеоморфизм $h : S_p \rightarrow S_p$ такой, что $f' = h \circ f \circ h^{-1}$.

Также в [1] доказано, что два периодических преобразования f, f' поверхности S топологически сопряжены тогда и только тогда, когда их периодические данные совпадают.

Теорема 1. Пусть $f : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ - сохраняющий ориентацию периодический гомеоморфизм периода n , тогда следующие условия эквивалентны:

1. f - гомотопен тождественному отображению;
2. $B = \emptyset$;
3. $g = 1$;
4. f топологически сопряжен диффеоморфизму $\Psi_n(e^{i2x\pi}, e^{i2y\pi}) = (e^{i2\pi(x+\frac{1}{n})}, e^{i2y\pi})$.

Теорема 2. Существует семь классов топологической сопряженности не гомотопных тождественному периодических гомеоморфизмов тора со следующими периодическими данными в каждом классе:

1. $f_1: n = 6, k = 3, n_1 = 3, n_2 = 2, n_3 = 1, \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1$;
2. $f_2, n = 3, k = 3, n_1 = n_2 = n_3 = 1, \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1$;
3. $f_3, n = 2, k = 4, n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 1, \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 1$;
4. $f_4, n = 3, k = 3, n_1 = n_2 = n_3 = 1, \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 2$;
5. $f_5, n = 6, k = 3, n_1 = 3, n_2 = 2, n_3 = 1, \delta_1 = \delta_2 = 1, \delta_3 = 5$;
6. $f_6: n = 4, k = 3, n_1 = 2, n_2 = n_3 = 1, \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1$;
7. $f_7, n = 4, k = 3, n_1 = 2, n_2 = n_3 = 1, \delta_1 = 1, \delta_2 = \delta_3 = 3$.

Список литературы

1. J. Nielsen, Die struktur periodischer transformationen von flachen, Math.-fys. Medd. Danske Vid. Selsk. 15 (1937).

О структуре кривых гомоклинических бифуркаций в трехмерных системах, демонстрирующих аттракторы Шильникова*

А. А. Бобровский, Т. К. Бурдыгина✉

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ tburdygina@hse.ru

В данной работе рассмотрены система Ресслера [1,2]:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = bx - cz + xz \end{cases} \quad (1)$$

и система Арнеодо–Калле–Трессе [3]:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = z, \\ \dot{z} = -y - \beta z + \mu x(1 - x), \end{cases} \quad (2)$$

где a , b , c , β и μ – параметры, причем $b = 0.3$. Эти системы – одни из основных простейших и известных моделей, демонстрирующих аттрактор Шильникова. Напомним, что под аттракторами Шильникова понимаются такие гомоклинические аттракторы, которые содержат седло-фокусное состояние равновесия с двумерным неустойчивым многообразием. В частности, в работе изучается множество гомоклинических петель состояния равновесия.

Из работы [1] известно, что для системы (1) существует множество гомоклинических кривых, которое заходит в область существования аттрактора. В работе [4] показано, что, на самом деле, это не отдельные гомоклинические кривые, а части одной кривой, имеющей целостную структуру.

*Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

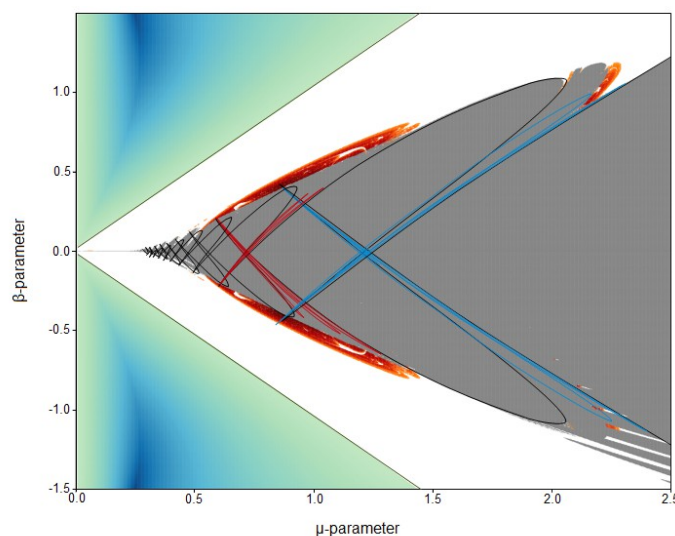


Рис. 1. Карта старшего Ляпуновского показателя для системы (2) с двумя черными кривыми, соответствующими однообходным гомоклиническим траекториям, а, кроме того, с синими и красными, соответствующие многообходным кривым для состояний равновесия $(1,0,0)$ и $(0,0,0)$ соответственно

В силу того, что система (1) обладает сильной диссипацией, изучение ее бифуркационного множества кривых является трудной задачей. По этой причине в предложенной работе рассмотрена система (2). В системе (2) также существуют два состояния равновесия типов седло-фокус $(1,2)$ и $(2,1)$ соответственно. Кроме того, для этой системы бифуркационная диаграмма устроена похожим образом [3], т. е. части гомоклинических кривых аналогично заходят в область с хаосом. Таким образом, изучив поведение системы (2), можно понять, как устроена бифуркационная диаграмма для системы (1).

Следовательно, основным результатом работы является визуализация поведения динамических систем (см. Рис. 1).

Список литературы

1. *Rössler O. E.* An equation for continuous chaos // *Physics Letters A* 57. 1976.
2. *Rössler O. E.* Continuous chaos four prototype equations // *Annals of the New York Academy of Sciences* 316. 1979. Pp. 376–392
3. *Arneodo A., Couillet P., Tresser C.* Oscillators with chaotic behavior: an illustration of a theorem by Shilnikov // *Journal of Statistical Physics*. 1982. Vol. 27, no. 1. Pp. 171–182.
4. *Gaspard P., Kapral R., Nicolis G.* Bifurcation phenomena near homoclinic systems: two-parameter analysis // *Journal of Statistical Physics* 35. 1984. Pp. 697–727.

О границе между аттрактором Лоренца и квазиаттрактором в системе Шимицу–Мориока*

А. А. Бобровский[✉], К. А. Сафонов

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Лаборатория динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, Нижний Новгород

✉ abobrovskiy@hse.ru

В данной работе рассмотрена система Шимицу–Мориока

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x - ay - xz \\ \dot{z} = -bz + x^2 \end{cases} \quad (1)$$

где a, b – параметры. В работах [1], [2] было показано существование аттрактора Лоренца в системе (1) и исследованы границы существования аттрактора. Одной из существенных кривых, ограничивающих область существования аттрактора Лоренца, является бифуркация зануления сепаратрисной величины, приводящая к разрушению псевдогиперболической структуры. В данной работе исследуются сценарии исчезновения аттрактора Лоренца в окрестности этой кривой. В этой работе будет показано, что в этом случае граница существования аттрактора Лоренца имеет фрактальную структуру в отличие от аттрактора Лоренца в классической системе Лоренца. Данное отличие определяется значением седлового индекса состояния равновесия.

Для более детального изучения данной области мы проводим численные исследования одномерного отображения

$$\bar{x} = (-\mu + A|x|^v + B|x|^{2v})\text{sign}(x) \quad (2)$$

моделирующего поведение системы Шимицу–Мориока около кривой зануления сепаратрисной величины при малых значениях A , известного нам из работы [4]. В данном отображении v является седловым индексом (отношение ближайших к нулю собственных чисел), μ – параметр расщепления петли, а параметр A называется сепаратрисной величиной.

*Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

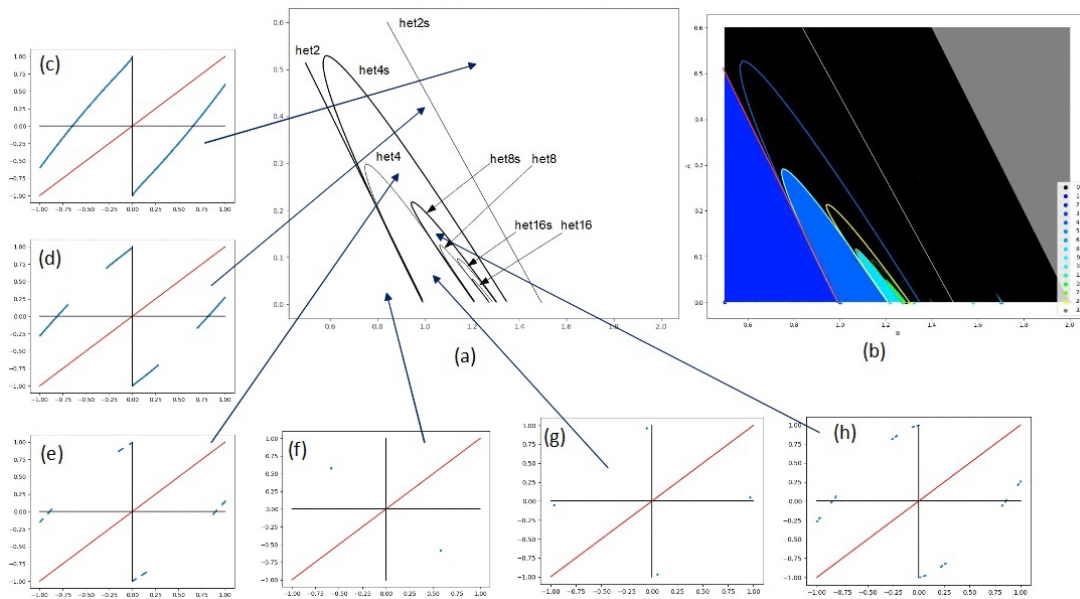


Рис. 1. На рисунке представлен фрагмент бифуркационной диаграммы для отображения (3) при $\nu = 0.8$. Черный цвет на рис. (b) соответствует области существования аттрактора Лоренца. Граница области состоит из кривых гетероклинических бифуркаций, на которых неустойчивая сепаратриса состояния равновесия принадлежит устойчивому многообразию некоторых седловых циклов. Также выделены области с аттракторами различной топологической структуры (с различным числом лагун)

Делая замену $x = \mu y$, получаем

$$\bar{x} = (-1 + \bar{A}|x|^\nu + \bar{B}|x|^{2\nu})\text{sign}(x) \quad (3)$$

где $\bar{A} = A\mu^{\nu-1}$, а $\bar{B} = B\mu^{2\nu-1}$. На Рис. 1 представления бифуркационная диаграмма для отображения (3) при $\nu = 0.8$ на плоскости параметров (\bar{B}, \bar{A}) .

Список литературы

1. *Shilnikov A. L.* On bifurcations of the Lorenz attractor in the Shimizu–Morioka model // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1993.
2. *Xing T., Barrio R., Shilnikov A.* Symbolic quest into homoclinic chaos // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2014. Vol. 24. No. 08. pp. 1440004.
3. *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodic flow // *Journal of the atmospheric sciences*. 1963.
4. *Bykov V. V., Shilnikov A. L.* On the boundaries of the domain of existence of the Lorenz attractor // *Selecta Math. Soviet*. 1992. T. 11. №. 4. С. 375–382.

Особенности синхронизации в двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений в условиях разреженной межслойной связи

Т. Р. Богатенко, А. В. Бух, Г. И. Стрелкова

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ trbogatenko@gmail.com

В последние десятилетия особое внимание исследователей уделяется динамике и взаимодействию сложных ансамблей, поскольку такие процессы могут наблюдаться в самых разных областях знаний от физики и химии до нейродинамики и социологии [1]. Одним из самых примечательных явлений при взаимодействии сложных структур является синхронизация. Известно, что синхронизация может играть как положительную [2], так и отрицательную роль [3] в динамике сложных структур.

Стоит отметить, что в реальных системах могут иметь место разрывы связи между элементами взаимодействующих ансамблей, поэтому не всегда полученные теоретические результаты могут корректно отражать реальные процессы. В связи с этим представляется целесообразным изучить динамику сложных структур в условиях разреженной связи. В одном из ранних исследований по данной теме были рассмотрены двуслойные структуры осцилляторов Рёсслера [4, 5]. В данной же работе предлагается изучить влияние дефектов межслойной связи на явления внешней и взаимной синхронизации в двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений. Уравнения исследуемой модели имеют вид:

$$\begin{aligned} x_i^{t+1} &= f_i^t(x_i^t) + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_j^t(x_j^t) - f_i^t(x_i^t)] + \gamma_{21}(i)F_i^t, \\ y_i^{t+1} &= g_i^t(y_i^t) + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [g_j^t(y_j^t) - g_i^t(y_i^t)] + \gamma_{12}(i)G_i^t. \end{aligned} \quad (1)$$

где x и y – динамические переменные, i – номер элемента, $i = 1, \dots, N = 1000$ – количество элементов в каждом слое, t представляет собой дискретное время. Поведение индивидуальных элементов системы (1) описывается логистическими отображениями $f_i^t(x_i^t) = \alpha_1 x_i^t(1 - x_i^t)$, $g_i^t(y_i^t) = \alpha_2 y_i^t(1 - y_i^t)$ с бифуркационными параметрами α_1 и α_2 . В данной работе принимаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 3.8$, что соответствует хаотической динамике

в каждом отображении. P и R определяют количество соседних элементов справа и слева от i осциллятора в каждом слое. σ_1 and σ_2 определяют силу внутрислойной связи между элементами каждого из ансамблей.

Оценка степени синхронизации структур в исследуемых ансамблях производится с помощью среднеквадратичного отклонения по времени и элементам ансамбля:

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_i(k) - x_i(k))^2}}. \quad (2)$$

где N – количество элементов в слое, а n – время усреднения.

В исследовании были рассмотрены различные модели разреженной межслойной связи, а именно модели случайно и равномерно распределенных дефектов, и кластерная связь, при которой взаимодействие ансамблей осуществляется только через отдельные группы осцилляторов. В ходе исследования была установлена общая закономерность снижения степени синхронности системы с увеличением количества дефектов межслойной связи при случайно и равномерно распределенных дефектах. В случае кластерной связи система может демонстрировать различную степень синхронности в зависимости от того, какую динамику демонстрирует кластер осцилляторов, через которые связаны ансамбли. Так, например, при связи через некогерентные кластеры в системе можно наблюдать явление эффективной синхронизации с минимальной наблюдаемой точностью 0.08.

Список литературы

1. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление // М.: Техносфера, 2003.
2. Downey A. B., Olin F. W. The Little Book of Semaphores // Green Tea Press, 2016.
3. Uhlhaas P., Singer W. Abnormal neural oscillations and synchrony in schizophrenia // Nat. Rev. Neurosci. 2010. Vol. 11. P. 100–113.
4. Sevilla-Escoboza R., Sendiña-Nadal I., Leyva I., Gutierrez R., Buldú J. M., Boccaletti S. Inter-layer synchronization in multiplex networks // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2015. 26. 10.1063/1.4952967.
5. Leyva I., Sevilla-Escoboza R., Sendiña-Nadal I., Gutiérrez R., Buldú J. M., Boccaletti S. Inter-layer Synchronization in Non-Identical Multi-Layer Networks // Sci. Rep. 2017. 7. 45475.

Солитонные химерные состояния в системе нелокально связанных фазовых осцилляторов с диффузионной связью*

М. И. Болотов¹✉, Д. И. Болотов¹, Л. А. Смирнов^{1,2},
Г. В. Осипов¹, А. Пиковский^{3,1}

¹Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

² Институт прикладной физики РАН

³ Университет г. Потсдам, Германия

✉ maksim.bolotov@itmm.unn.ru

Химерные состояния в популяциях нелокально связанных осцилляторов представляют собой нетривиальные пространственно-временные структуры, сочетающие в себе области с синхронной и асинхронной динамикой. Со времени первого наблюдения Курамото и Баттогтоха [1] был достигнут значительный прогресс в теоретическом и экспериментальном исследовании химер [2]. Химеры были обнаружены как в популяциях, состоящих из конечного числа элементов, так и в непрерывных распределенных осцилляторных средах.

В данной работе рассмотрена описываемая фазой $\varphi(x, t)$ среда нелокально связанных идентичных фазовых осцилляторов, расположенных на кольце длины L :

$$\partial_t \varphi = \omega + \text{Im} \left(H e^{-i(\varphi + \alpha)} \right), \quad (1)$$

$$\tau \partial_t H = \partial_{xx}^2 H - H + e^{i\varphi}, \quad (2)$$

где ω – собственная частота вращения осцилляторов, α – фазовый сдвиг, $H(x, t)$ – комплексное среднее поле, действующее на каждую точку среды и определяющее степень когерентности элементов системы. Параметр τ определяет диффузию среднего поля $H(x, t)$ [3]. С помощью процедуры редукции Отта–Антонсена, можно получить динамические уравнения относительно локального параметра порядка $Z(x, t)$, характеризующего степень когерентности элементов в окрестности точки x . Там, где $|Z(x, t)| = 1$, поведение соседних элементов среды синхронно. Если же $|Z(x, t)| < 1$, то фазовые осцилляторы вращаются асинхронно. Динамика $Z(x, t)$ описывается системой

$$\partial_t Z = i\omega Z + (e^{-i\alpha} H - e^{i\alpha} H^* Z^2) / 2, \quad (3)$$

$$\tau \partial_t H = \partial_{xx}^2 H - H + Z. \quad (4)$$

* Аналитические результаты поддержаны РФФ, грант № 17-12-01534. Численные результаты поддержаны РФФИ, грант № 19-52-12053.

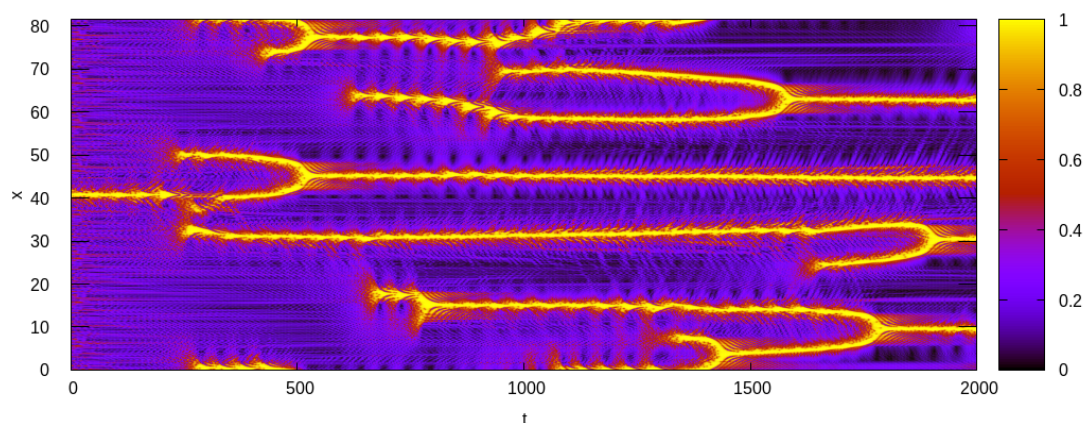


Рис. 1. Пространственно-временная диаграмма абсолютного значения комплексного локального параметра порядка $Z(x, t)$ для режима слабой солитонной турбулентности при $L = 82$, $\omega = 0$, $\alpha = 1.78$, $\tau = 0.5$

В ходе изучения долговременной эволюции системы (1), (2) большой длины L была обнаружена возможность формирования устойчивых солитоноподобных химерных состояний с уединенным когерентным кластером на асинхронном фоне. Анализ данных солитонных химер составляет основную задачу представляемой работы. Разработан оригинальный метод поиска солитонных химер как гомоклинических траекторий вспомогательной системы обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, полученной из самосогласованных уравнений в частных производных (3), (3) для мезоскопических характеристик среды. Установлено, что стабильные долгоживущие солитоноподобные химерные состояния в безграничной среде реализуются в случае отталкивающего взаимодействия между осцилляторами ($\alpha > \pi/2$), там, где асинхронный режим становится устойчивым. Кроме того, численное моделирование показало, что при изменении параметра фазового сдвига можно перейти к режиму слабой солитонной турбулентности, когда вдоль среды нерегулярным образом образуются и исчезают узкие (практически уединенные) области с синхронным поведением элементов (рис. 1).

Список литературы

1. Kuramoto Y., and Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators // *Nonlinear Phenom. Complex Syst.* 2002. Vol. 5. P. 380.
2. Omel'chenko O. E. The mathematics behind chimera states // *Nonlinearity.* 2018. Vol. 31. P. R121-R164.
3. Smirnov L. A., Osipov G. V., Pikovsky A. Chimera patterns in the Kuramoto-Battogtokh model // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical.* 2017. Vol. 50. P. 08LT01.

Бифуркационный анализ одномерного лоренцевского отображения при различных значениях сепаратрисной величины*

В. С. Воеводкин

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ vsvoevodkin@edu.hse.ru

В этой работе представлены результаты двухпараметрического бифуркационного анализа известного одномерного отображения Лоренца:

$$X_{n+1} = (-\mu + A|X_n|^\nu)\text{sign}(X_n). \quad (1)$$

Здесь μ – параметр расщепления сепаратрисы, ν – седловой индекс состояния равновесия ($\nu = \lambda/\gamma$, где γ и λ – ближайшие к нулю неустойчивое и устойчивое собственные значения седла), а A – сепаратрисная величина.

Напомним, что $\mu = 0$ соответствует гомоклинической бифуркации «восьмерка-бабочка» (когда существует пара гомоклинических петель седлового равновесия). Также обратим внимание, что мы называем седловое равновесие нейтральным, когда $\nu = 1$.

В соответствии с критерием Шильникова [1] при $\mu = 0, \nu = 1$ и $0 < |A| < 2$ существует открытая область в пространстве параметров с аттрактором Лоренца, удовлетворяющим условия геометрической модели Афраймовича–Быкова–Шильникова [2, 3], и прямая $\mu = 0, \nu = 1$ принадлежит ее границе.

В данной работе с помощью аналитического и численного бифуркационного анализа показано, что в зависимости от значений сепаратрисной величины A существуют три различных случая рождения области с хаотической динамикой в плоскости параметров (μ, ν) . А именно:

1. Если $0 < |A| < 1$, то к точке $(\mu, \nu) = (0, 1)$ примыкает только область с аттрактором Лоренца;

*Автор благодарит Алексея Казакова за постановку задачи и Клина Сафонова за ценные замечания.

2. Если $1 < |A| < 2$, то обе области с аттрактором Лоренца и квазиаттрактором (сжимающий аттрактор Лоренца) примыкают к $(\mu, \nu) = (0, 1)$;
3. При $|A| > 2$ только область с квазиаттрактором примыкает к $(\mu, \nu) = (0, 1)$.

Список литературы

1. *Shilnikov L. P.* The bifurcation theory and quasi-hyperbolic attractors // *Uspehi Mat. Nauk.* 1981. Vol. 36. P. 240–241.
2. *Afraimovich V. S., Bykov V. V. and Shilnikov L. P.* On the origin and structure of the Lorenz attractor // *Akademiia Nauk SSSR Doklady.* 1977. Vol. 234.
3. *Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P.* Attractive nonrough limit sets of Lorenz-attractor type // *Trudy Moskovskoe Matematicheskoe Obshchestvo.* 1982. Vol. 44. P. 150–212.

Дифференцирования алгебры Ли типа F_4 над полем характеристики 2*

В. Д. Галкин ✉, Н. Г. Чебочко

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ vgalkin@hse.ru

Вычисление дифференцирований классических алгебр Ли представляет интерес в связи с нерешенной проблемой классификации простых алгебр Ли над полями малой характеристики. Над полем характеристики 2 одной из возможностей получения новых алгебр Ли является построение деформаций классических алгебр Ли. Пространство внешних дифференцирований может служить показателем неизоморфности полученных алгебр Ли.

В работе найдено пространство внешних дифференцирований алгебры Ли типа F_4 над полем характеристики 2. Для уменьшения объема вычислений пространство внешних дифференцирований или первая группа когомологий $H^1(L, L)$ рассматривается как прямая сумма весовых подпространств $H_\mu^1(L, L)$ и отдельно вычисляется каждое весовое подпространство. Были написаны и реализованы алгоритмы в среде Maple.

Алгебра Ли типа F_4 имеет размерность 52. Структурные константы в базисе Шевалле этой алгебры в характеристике 2 вычисляются, исходя только из матрицы Картана, т.е. матрицы размера 4×4 . Был реализован соответствующий алгоритм получения этих констант. Также реализованы алгоритмы получения весов и весовых пространств коцепей. На основе этих программ создана программа вычисления первой группы когомологий веса μ . С помощью этой программы доказана теорема.

Теорема. *Пространство внешних дифференцирований $H^1(L, L)$ алгебры Ли F_4 над полем характеристики 2 тривиально.*

Список литературы

1. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений / Перев. с англ. Б. Р. Френкина. М.: МЦНМО, 2003. С. 12–93.

*Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931.

2. *Бурбаки Н.* Группы и алгебры Ли. Часть 2. Группы Кокстера и системы Титса. Группы, порожденные отражениями. Системы корней. М.: Мир, 1972. С. 3–14.
3. *Гото М., Гроссханс Ф.* Полупростые алгебры Ли / Перев. с англ. А. И. Логинова и В. С. Шульмана под ред. Д. П. Желобенко. М.: Мир, 1981. С. 9–160.
4. *Кострикин А. И., Кузнецов М. И.* Два замечания об алгебрах Ли с невырожденным дифференцированием / Тр. МИАН, 1995, том 208. С. 186–192.
5. *Strade H.* Simple Lie algebras over fields of positive characteristic, I. Structure theory./ Berlin, Boston: de Gruyter, 2004 (de Gruyter Expositions in Mathematics, vol. 38).
6. *Strade H.* Simple Lie Algebras over Fields of Positive Characteristic: II. Classifying the Absolute Toral Rank Two Case / Berlin, Boston: de Gruyter, 2009 (de Gruyter Expositions in Mathematics, vol. 42).
7. *Strade H.* Simple Lie algebras over fields of positive characteristic. Vol.3: Completion of the classification / Berlin, Boston: de Gruyter, 2013 (de Gruyter expositions in mathematics, vol. 57).

Необходимые и достаточные условия топологической сопряжённости n -кратных декартовых произведений грубых преобразований окружности*

И. В. Голикова[✉], О. В. Починка

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ ivgolikova@edu.hse.ru

Результаты были получены совместно с О.В. Починкой и посвящены топологической классификации n -кратных декартовых произведений грубых преобразований окружности.

Как показал А.Г. Майер в [1], класс топологической сопряжённости сохраняющего ориентацию грубого преобразования окружности однозначно определяется параметрами m, k, l , где k – период периодических точек, $2m$ – число периодических орбит, $\frac{l}{k}$ – число вращения преобразования. Таким образом, любой такой диффеоморфизм топологически сопряжён некоторому модельному преобразованию $\phi_{m,k,l} : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$.

В данной работе рассматривается класс G^n n -кратных декартовых произведений грубых сохраняющих ориентацию преобразований окружности. Соответственно, каждое такое грубое преобразование является градиентно-подобным диффеоморфизмом на n -мерном торе \mathbb{T}^n , топологически сопряжённым модельному преобразованию из класса $MG^n \subset G^n$, которое представлено n -кратным декартовым произведением $\phi = \phi_1 \times \dots \times \phi_n : \mathbb{T}^n \rightarrow \mathbb{T}^n$ модельных диффеоморфизмов $\phi_i = \phi_{m_i, k_i, l_i}$, $i = 1, \dots, n$. При этом каждый такой модельный диффеоморфизм имеет $2^n m_1 m_2 \dots m_n k_1 k_2 \dots k_n$ периодических точек, а их период равен $q = \text{НОК}(k_1, k_2, \dots, k_n)$.

Основным результатом работы является доказательство следующей теоремы.

*Доклад подготовлен в ходе проведения исследования (№ 21-04-004) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2021–2022 гг., также исследование поддержано Лабораторией ДСП, НИУ ВШЭ, грант правительства РФ, договор № 075-15-2019-1931.

Теорема 1. Дiffeоморфизмы $\phi, \phi' \in MG^n$ топологически сопряжены тогда и только тогда, когда существует подстановка $\xi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_n \end{pmatrix}$ индексов из множества $\{1, 2, \dots, n\}$, $\xi(i) = \xi_i$, такая, что диффеоморфизмы ϕ_i и ϕ'_{ξ_i} топологически сопряжены для $i = 1, \dots, n$.

Аналогичный результат для декартова произведения грубых преобразований окружности следует из работы [2], в которой установлено, что модельные диффеоморфизмы $\phi_1 \times \phi_2, \phi'_1 \times \phi'_2$ на торе T^2 топологически сопряжены тогда и только тогда, когда либо ϕ_1 топологически сопряжён с ϕ'_1 и ϕ_2 топологически сопряжён с ϕ'_2 , либо ϕ_1 топологически сопряжён с ϕ'_2 и ϕ_2 топологически сопряжён с ϕ'_1 .

Список литературы

1. Майер А. Г. Грубое преобразование окружности в окружность // Учён. зап. ГГУ. 1939. № 12. С. 215–229.
2. Гуревич Е. Я., Зинина С. Х. О топологической классификации градиентно-подобных систем на поверхностях, являющихся локально прямыми произведениями // СВМО. 2015. Т. 17 № 1. С. 37–45.

О топологической эквивалентности ламинаций, порождаемых псевдогиперболическими аттракторами*

В. З. Гринес, А. О. Казаков, Д. И. Минц[✉]

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ dmincz@hse.ru

Согласно работе [1] введём следующее определение. Гомеоморфизм двумерного тора $f : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ называется гомеоморфизмом типа Данжуа, если выполняются следующие условия:

1. f изотопен тождественному;
2. f полусопряжён с некоторым минимальным сдвигом $g : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ при помощи отображения $p : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ (т.е. $p \circ f = g \circ p$), которое является непрерывным и гомотопным тождественному;
3. Множество $B(f, p)$ такое, что для любой точки $b \in B(f, p)$ её полный прообраз $p^{-1}(b)$ состоит более чем из одной точки, является непустым и счётным.

Из [1] (предложение 1) следует, что гомеоморфизм $f : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ типа Данжуа имеет единственное минимальное множество, которое является связным. Среди гомеоморфизмов двумерного тора типа Данжуа особое место занимают гомеоморфизмы, минимальное множество которых является множеством Серпинского (далее – гомеоморфизмы, имеющие минимальное множество Серпинского).

Согласно работе [2] множеством Серпинского на двумерном торе \mathbb{T}^2 называется множество $S = \mathbb{T}^2 \setminus \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} D_k$, где $\{D_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ – семейство множеств со следующими свойствами:

1. $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} D_k$ плотно в \mathbb{T}^2 ;
2. Для любого $k \in \mathbb{Z}$ множество D_k – это вложение открытого диска $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$;
3. $Cl(D_k) \cap Cl(D_{k'}) = \emptyset$ при $k \neq k'$;
4. Для любого $\varepsilon > 0$ существует лишь конечное число множеств D_k таких, что $diam(D_k) > \varepsilon$.

* Доклад выполнен при поддержке гранта РФФИ (проект 17-11-01041), а также при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931.

В работе [3] построены диффеоморфизмы трёхмерного тора \mathbb{T}^3 , неблуждающее множество которых состоит из источниковой неподвижной точки и псевдогиперболического аттрактора Λ и которые получены из алгебраического автоморфизма Аносова при помощи бифуркации рождения инвариантной кривой. В [3] доказано, что одномерная нигде не плотная ламинация, образованная неустойчивыми многообразиями точек из Λ , определяет на глобальной секущей (в данном случае это двумерный тор \mathbb{T}^2) отображение первого возвращения, которое является диффеоморфизмом типа Данжуа. Более того, данное отображение имеет минимальное множество Серпинского. Решение задачи топологической эквивалентности двух ламинаций данного вида требует решения проблемы топологической сопряжённости гомеоморфизмов двумерного тора типа Данжуа, имеющих минимальное множество Серпинского. Решение данной проблемы даёт следующая теорема, которая является основным результатом настоящего доклада.

Теорема 1. Пусть f_1 и f_2 гомеоморфизмы двумерного тора \mathbb{T}^2 типа Данжуа, имеющие минимальные множества Серпинского S_1 и S_2 и полусопряжённые минимальным сдвигам g_1 и g_2 соответственно. Тогда гомеоморфизмы f_1 и f_2 топологически сопряжены тогда и только тогда, когда существует линейное преобразование $\varphi : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ такое, что $\varphi \circ g_1 = g_2 \circ \varphi$, $\varphi(B_1(f_1, p_1)) = B_2(f_2, p_2)$.

Заметим, что решение задачи топологической эквивалентности ламинаций, порождаемых ДА-аттракторами двумерного тора, связано с вопросом топологической классификации гомеоморфизмов Данжуа окружности, которая представлена в работе [4].

Список литературы

1. Norton A., Sullivan D. Wandering domains and invariant conformal structures for mappings of the 2-torus // Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 1996. Vol. 21, no. 1. P. 51–68.
2. Biś A., Nakayama H., Walczak P. Locally connected exceptional minimal sets of surface homeomorphisms // Annales de l'institut Fourier. 2004. Vol. 54, no. 3. P. 711–731.
3. McSwiggen P.D. Diffeomorphisms of the torus with wandering domains // Proceedings of the American Mathematical Society. 1993. Vol. 117, no. 4. P. 1175–1186.
4. Markley N. G. Homeomorphisms of the circle without periodic points // Proceedings of the London Mathematical Society. 1970. Vol. 3, no. 4. P. 688–698.

**Реализация гомеоморфизмов
поверхностей алгебраически конечного типа
диффеоморфизмами Морса–Смейла
с ориентируемой гетероклиникой ***

В. З. Гринес, А. И. Морозов[✉], О. В. Починка

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉aimorozov@hse.ru

В настоящей работе описана реализация каждого гомотопического класса типа T_2 диффеоморфизмом Морса–Смейла с ориентируемым гетероклиническим множеством. Такие диффеоморфизмы задают относительно простую динамику, так как, в силу работы А. Н. Безденежных и В. З. Гринеса [1, 2], такие диффеоморфизмы имеют конечное число гетероклинических орбит.

Пусть $S_{g,k}$, $g \geq 0$, $k \geq 0$ – связная компактная ориентируемая поверхность рода g с краем, состоящим из k компонент связности. Положим $S_{g,0} = S_g$. Везде далее отображения поверхностей предполагаются сохраняющими ориентацию

Гомеоморфизм $h : S_g \rightarrow S_g$, $g \geq 1$ называется *приводимым* системой C непересекающихся между собой простых замкнутых кривых C_i , $i = 1, \dots, l$, негомотопных нулю и попарно не гомотопных друг другу, если система кривых C инвариантна относительно h .

Приводимый непериодический гомеоморфизм $h : S_g \rightarrow S_g$, $g \geq 1$ называется *гомеоморфизмом алгебраически конечного типа*, если существует h -инвариантная окрестность \mathbb{C} кривых множества C , состоящая из объединения двумерных колец и такая, что для каждой компоненты связности S_{g_j,k_j} , $j = 1, \dots, n$ множества $S_g \setminus \text{int } \mathbb{C}$ существует число $m_j \in \mathbb{N}$ такое, что $h^{m_j}|_{S_{g_j,k_j}} : S_{g_j,k_j} \rightarrow S_{g_j,k_j}$ – периодический гомеоморфизм.

Пусть σ_i, σ_j – седловые точки диффеоморфизма f такие, что $W_{\sigma_i}^s \cap W_{\sigma_j}^u \neq \emptyset$. Напомним, что пересечение $W_{\sigma_i}^s \cap W_{\sigma_j}^u$ является счетным множеством и каждая точка этого множества называется *гетероклинической точкой*, а каждая орбита гетероклинической точки называется *гетероклинической орбитой*. Для любой гетероклинической точки $x \in W_{\sigma_i}^s \cap W_{\sigma_j}^u$ определим упорядоченную пару векторов $(\vec{v}_x^u, \vec{v}_x^s)$, где:

*Работа выполнена при поддержке Международной Лабораторией Динамических Систем и Приложений, НИУ ВШЭ НН, грант Правительства Российской Федерации, номер контракта № 075-15-2019-1931

- \vec{v}_x^u – касательный вектор к неустойчивому многообразию точки σ_j в точке x ;
- \vec{v}_x^s – касательный вектор к устойчивому многообразию точки σ_i в точке x .

Следуя [2] и [3, стр. 7], назовем гетероклиническое пересечение диффеоморфизма f *ориентируемым*, если упорядоченные пары векторов $(\vec{v}_x^u, \vec{v}_x^s)$ задают одинаковую ориентацию несущей поверхности S_g . В противном случае гетероклиническое пересечение назовем *неориентируемым*.

Теорема 1. *В каждом гомотопическом классе $[h]$ гомеоморфизма $h : S_g \rightarrow S_g$, $g \geq 1$ алгебраически конечного типа существует диффеоморфизм Морса–Смейла $f : S_g \rightarrow S_g$ с ориентируемым гетероклиническим пересечением.*

Список литературы

1. *Bezdenzhnykh A. N.* Dissertation: Topological classification of Morse–Smale diffeomorphisms with an orientable heteroclinic set on two-dimensional manifolds // Gorky Order of the Red Flag of Labor State University. N.I. Lobachevsky. Gorky, 1985.
2. *Bezdenzhnykh A. N. and Grines V. Z.* Diffeomorphisms with orientable heteroclinic sets on two-dimensional manifolds. Methods of the quantitative theory of differential equations // Gorkii State University, Gorkii, 1985. P. 139–152.
3. *Aranson S. Kh. and Grines V. Z.* Topological classification of cascades on closed two-dimensional manifolds // Advances in Mathematical Sciences. 1990. Vol. 45. 1 (271. pp. 3–32.)
4. *Smale S.* Differentiable dynamical systems // Bull. Amer. Math. Soc. 1967. Vol. 73, no. 6. P. 747–817.

Синхронизация в мультиплексной сети хаотических осцилляторов с частотной расстройкой*

А. А. Елагин✉, *Т. Е. Вадивасова*, *И. А. Шепелев*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ elagin99@list.ru

Синхронизация в нелинейных системах является фундаментальным явлением и играет важную роль в поведении систем различной природы. Под синхронизацией понимается временная когерентность (полная или частичная) колебаний взаимодействующих систем. Это механизм самоорганизации систем. Синхронизация элементов приводит к возникновению кластерных структур в ансамблях и сетях. Возможность полной синхронизации пространственно-временной динамики взаимодействующих пространственно-распределенных систем предполагает их полную идентичность. В то же время в реальном мире элементы этих систем и связи между ними часто характеризуются определенной неоднородностью параметров. Классический эффект синхронизации – захват средних частот колебаний элементов – можно наблюдать и в двух взаимодействующих слоях мультиплексной сети, находящихся в режиме химерных состояний [1]. Однако для случая хаотической временной динамики химерного состояния, вынужденная частотная синхронизацию в ансамблях хаотических осцилляторов не наблюдается [2]. В настоящей работе исследуется взаимодействие и синхронизация слоев в двухслойной мультиплексной сети осцилляторов Ресслера, каждый из слоев находится в состоянии фазовой химеры и имеет частотную расстройку колебаний осцилляторов относительно друг друга. Данная система описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_l \dot{x}_i^l &= -y_i^l - z_i^l + \frac{\varepsilon_l \sigma_l}{2P_l} \sum_{m_l} (x_{m_l}^l - x_i^l) + \varepsilon_l \sum_{k=1}^2 \gamma_{kl} (x_i^k - x_i^l), \\ \varepsilon_l \dot{y}_i^l &= x_i^l + a y_i^l + \frac{\varepsilon_l \sigma_l}{2P_l} \sum_{m_l} (y_{m_l}^l - y_i^l), \\ \varepsilon_l \dot{z}_i^l &= b + z_i^l (x_i^l - c), \\ x_{i \pm N}^l(t) &= y_i^l(t), \quad y_{i \pm N}^l(t) = y_i^l(t), \quad z_{i \pm N}^l(t) = z_i^l(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где (x_i^l, y_i^l, z_i^l) – динамические переменные, l – номер слоя, $l = 1, 2$, ниж-

*Работа поддержана РНФ, грант № 120-12-00119.

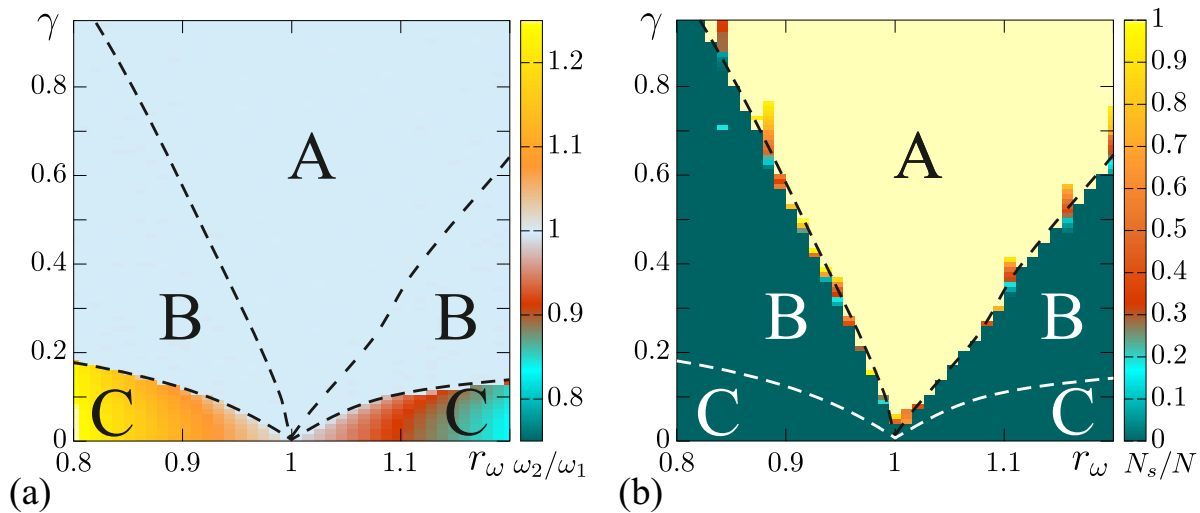


Рис. 1. Различные характеристики режимов в плоскости управляющих параметров (сила межслойной связи γ , параметр рассогласования частот $r_\omega = \omega_{02}/\omega_{01}$): отношение средних частот ω_2/ω_1 в слоях (а); отношение числа синхронизированных пар i -го осциллятора к числу N элементов в каждом слое (б); Области А, В и С соответствуют различным режимам работы сети: эффективная синхронизация структур в двух слоях (А), синхронизация только средних частот хаотических колебаний в двух слоях (В) и несинхронное поведение (В). Границы между областями обозначены пунктирными линиями. Параметры: $a = 0.2$, $b = 0.2$, $c = 4, 5$, $\sigma = 0.043$, $P = 90$, $N = 300$

ний индекс i , где $i = 1, \dots, N$, означает положение элемента в одномерной цепочке. Коэффициент γ_{kl} характеризует межслойную связь, $l, k = 1, 2$, каждый слой состоит из $N = 300$ узлов.

Показано, что захват средней частоты во взаимодействующих слоях наблюдается уже при достаточно слабой межслойной связи даже при большом рассогласовании частот. В то же время частотная синхронизация не означает структурную синхронизацию. Моделирование показывает, что межслойная синхронизация происходит в заметно более узких диапазонах частотного рассогласования и силы межслойной связи, чем режим частотной синхронизации.

Список литературы

1. Bolotov M. I., Smirnov L. A., Osipov G. V., Pikovsky A. Locking and regularization of chimeras by periodic forcing // *Physical Review E*. 2020. Vol. 102, no. 4. P. 042218.
2. Shepelev I. A., Vadivasova T. E External localized harmonic influence on an incoherence cluster of chimera states // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2020. Vol. 133. P. 109642.

Аттракторы Шильникова в трехмерных отображениях, меняющих ориентацию*

Е. Ю. Каратецкая[✉], А. И. Шыхмамедов

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ ekarateczkaya@hse.ru

В данной работе изучаются особенности гомоклинических аттракторов Шильникова в трехмерных диффеоморфизмах, меняющих ориентацию.

Напомним, что аттрактор называется гомоклиническим, если он содержит единственную неподвижную точку (состояние равновесия в случае потоковых систем) вместе с неустойчивым многообразием, см. [1, 2]. Как было показано в [3], такие аттракторы могут возникать в результате простых бифуркационных сценариев, и поэтому они часто встречаются в приложениях. Среди гомоклинических аттракторов трехмерных отображений так называемый дискретный аттрактор Шильникова, содержащий неподвижную точку типа седло-фокус с двумерным неустойчивым многообразием, интересен для исследований по двум причинам. Во-первых, он может возникнуть в результате достаточно простых сценариев, а во-вторых, он может быть гиперхаотическим (с двумя положительными показателями Ляпунова).

В качестве базовой модели, демонстрирующей различные типы аттрактора Шильникова, мы рассматриваем трехмерное отображение типа Эно:

$$\begin{cases} \bar{x} = y \\ \bar{y} = z \\ \bar{z} = Bx + Cy + Az - y^2 \end{cases} \quad (1)$$

в неориентируемом случае ($B < 0$). Отметим, что при $B = 0$ это отображение сводится к двумерному эндоморфизму, предложенному К. Мирá в 1965 году [4]. Поэтому, следуя логике авторов в работе [5], мы будем называть это отображение *трехмерным отображением Мирá*.

*Эта работа поддержана грантом Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

Мы показываем, что в зависимости от значений параметров A , C и B такие аттракторы могут быть трех возможных типов:

- гиперхаотический – с двумя положительными показателями Ляпунова (ЛП);
- потоковый – с одним положительным и одним очень близким к нулю ЛП;
- и просто хаотический – с одним положительным и двумя отрицательными ЛП.

Для всех типов аттракторов мы изучаем сценарии их появления в однопараметрических семействах.

Список литературы

1. *Gonchenko A., Gonchenko S.* Variety of strange pseudohyperbolic attractors in three-dimensional generalized Hénon map // *Physica D.* 2016. Vol. 337. P. 43–57.
2. *Gonchenko S., Gonchenko A., Kazakov A., and Turaev D.* Simple scenarios of onset of chaos in three-dimensional maps // *Int. J. Bifurcat. Chaos.* 2014. Vol. 24. 1440005.
3. *Gonchenko S. V., Gonchenko A. S., and Shilnikov L. P.* Towards scenarios of chaos appearance in three-dimensional maps // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* 2012. Vol. 8. P. 3–28.
4. *Mira C.* Determination pratique du domaine de stabilité d'un point d'équilibre d'une récurrence nonlinéaire // *Comptes Rendus Acad. Sc. Paris, Serie A.* 1965. Vol. 261. P. 5314–5317.
5. *Gonchenko S. V., Gonchenko A. S., Kazakov A. O., and Samylina E. A.* On discrete pseudohyperbolic attractors of Lorenz type // arXiv preprint arXiv:2005.02778.

Критерий топологической сопряжённости поверхностных потоков Морса–Смейла без траекторий, идущих из одного предельного цикла в другой*

В. Е. Круглов[✉], О. В. Починка

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ kruglovslava21@mail.ru

Два потока $f^t, f^{t'}: M \rightarrow M$ на поверхности M называются *топологически эквивалентными*, если существует гомеоморфизм $h: M \rightarrow M$, посылающий траектории потока f^t в траектории потока $f^{t'}$, сохраняя направления траекторий. Два потока f^t и $f^{t'}$ называются *топологически сопряжёнными*, если h сохраняет не только направления траекторий, но и время движения. Найти инвариант, описывающий класс топологической эквивалентности или топологической сопряжённости потока в некотором классе потоков, означает получить *топологическую классификацию* этого класса. Для некоторых классов их классификации в смысле эквивалентности и сопряжённости совпадают, однако в других случаях они абсолютно различны.

Потоки Морса–Смейла были введены на плоскости А.А. Андроновым и Л.С. Понтрягиным в [1]. Неблуждающее множество таких потоков состоит из конечного числа гиперболических неподвижных точек и конечного числа гиперболических предельных циклов, кроме того, седловые сепаратрисы пересекаются только трансверсально, что на поверхности означает отсутствие траекторий, соединяющих седловые точки. На поверхностях потоки Морса–Смейла были многократно топологически классифицированы посредством различных инвариантов. Некоторые из наиболее известных это *схема Леонтович–Майера* [2], [3] для более широкого класса потоков на сфере, *ориентированный граф Пейшото* [4] для случая произвольной замкнутой поверхности и *молекула Ошемкова–Шарко* [3] для того же случая.

С момента появления эпохальной работы Ж. Палиса [6] стало известно, что класс топологической эквивалентности потока на поверхности может содержать бесконечное число классов топологической сопряжённости, которые описываются параметрами, называемыми *модулями*. Ж. Палис доказал, что любая сепаратриса-связка (соединяющая седла)

*При поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931.

создаёт модуль, равный отношению собственных значений непересекающихся инвариантных многообразий седел, участвующих в связке.

Очевидно, любой предельный цикл даёт модуль, равный периоду цикла. Кроме того, в работе [7] доказано, что ячейка, ограниченная двумя предельными циклами, производит бесконечное число модулей.

В настоящей работе решается проблема топологической классификации потоков Морса–Смейла без траекторий, идущих из одного предельного цикла в другой, в смысле топологической сопряжённости. Для этого используются результаты работы [8], посвящённой классификации Ω -устойчивых потоков в смысле топологической эквивалентности посредством оснащённого графа. Вводится понятие нового оснащённого графа $\Upsilon_{\phi^t}^{**}$ потока ϕ^t , дополнительно оснащённого периодами предельных циклов.

Теорема 1. *Потоки Морса–Смейла $\phi^t, \phi^{t'}$ на поверхности без траекторий, идущих из одного предельного цикла в другой, топологически сопряжены тогда и только тогда, когда их графы $\Upsilon_{\phi^t}^{**}$ и $\Upsilon_{\phi^{t'}}^{**}$ изоморфны.*

Список литературы

1. Андронов А. А., Понтрягин Л. С. Грубые системы // Доклады Академии наук СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 247–250.
2. Леонтович Е. А., Майер А. Г. О траекториях, определяющих качественную структуру разбиения сферы на траектории // Доклады Академии наук СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 251–257.
3. Леонтович Е. А., Майер А. Г. О схеме, определяющей топологическую структуру разбиения на траектории // Доклады Академии наук СССР. 1955. Т. 103, № 4. С. 557–560.
4. Peixoto M. M. On the classification of flows on 2-manifolds // In Dynamical systems (Proc. Sympos., Univ. Bahia, Salvador, 1971). 1973. P. 389–419.
5. Ошемков А. А., Шарко В. В. О классификации потоков Морса–Смейла на двумерных многообразиях // Математический сборник. 1998. Т. 189, № 8. С. 93–140.
6. Palis J. A differentiable invariant of topological conjugacy and moduli of stability // Asterisque. 1978. Vol. 51, P. 335–346.
7. Kruglov V., Pochinka O., Talanova G. On functional moduli of surface flows // Proceedings of the International Geometry Center. 2020. Vol. 13, no. 1. P. 49–60.
8. Kruglov V., Malyshev D., Pochinka O. Topological classification of Ω -stable flows on surfaces by means of effectively distinguishable multigraphs // Discrete Contin. Dyn. Syst. 2018. Vol. 38, no. 9. P. 4305–4327.

Динамика неавтономного осциллятора при нелинейном адаптивном воздействии*

Д. А. Крылосова¹✉, Е. П. Селезнев^{1,2}, Н. В. Станкевич^{2,3}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

³Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ krylosovadarina@gmail.com

В работе исследуется динамика осциллятора при адаптивном внешнем воздействии [1,2]. Математической моделью такой системы является уравнение гармонического осциллятора с гармоническим воздействием, в котором фаза воздействия $\varphi(x, t)$ зависит от динамической переменной:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2x = V \sin(\varphi(x, t)). \quad (1)$$

где x – параметр группировки электронного пучка, α – коэффициент диссипации, ω_0 – собственная частота колебаний контура, A – амплитуда внешнего воздействия.

Традиционно фазу внешнего воздействия представляют в виде $\Phi = \omega t + \varphi$, где ω – частота, а φ – начальная фаза воздействия, Φ – фаза внешнего воздействия. В этом случае либо частота $\omega(x)$, либо фаза $\varphi(x)$ зависят от динамической переменной. При зависимости частоты от переменной x уравнение (1) принимает вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2x = V \sin(\omega t + \varphi(x)), \quad (2)$$

При зависимости начальной фазы от x уравнение (1) имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2x = V \sin(\omega(x)t + \varphi), \quad (3)$$

В общем случае зависимость от x имеет сложный вид.

Целью данной работы является исследование динамики и структуры пространства управляющих параметров осциллятора с адаптивным

*Работа выполнена в рамках государственного задания.

воздействие в случае полиномиальной зависимости частоты и фазы внешнего воздействия от динамической переменной. Традиционно сложную зависимость от переменной представляют в виде степенного ряда. Для фазы в виде:

$$\varphi(x) = k_1x + k_2x^2 + k_3x^3, \quad (4)$$

где k_1, k_2, k_3 – постоянные коэффициенты, $\varphi = 0$, уравнение (2) принимает вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2x = V \sin(p\tau + k_1x + k_2x^2 + k_3x^3), \quad (5)$$

где $\tau = \omega_0 t$ – безразмерное время, $p = \omega/\omega_0$ – нормированная частота внешнего воздействия. Зависимость частоты от x представляется в виде:

$$\omega(x) = \omega_0 + k_1x + k_2x^2 + k_3x^3, \quad (6)$$

Уравнение (2) принимает вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2x = V \sin((p + k_1x + k_2x^2 + k_3x^3)\tau), \quad (7)$$

Анализ динамики исследуемых систем проводился на основе расчета спектра ляпуновских показателей.

В ходе численных исследований было показано, что в случае линейной зависимости фазы от динамической переменной в структуре пространства управляющих параметров наблюдается иерархия областей существования сложных режимов колебаний, типичная для неавтономного нелинейного осциллятора. Введение полиномиальной зависимости фазы от динамической переменной качественно не изменяет динамику системы, но существенно влияет на конфигурацию областей существования сложных режимов колебаний. В случае полиномиальной зависимости частоты от динамической переменной динамика системы качественно сохраняется, но существенно изменяется конфигурация областей существования сложных режимов колебаний.

Список литературы

1. *Е. П. Селезнев, Н. В. Станкевич* Хаотическая динамика в неавтономном осцилляторе с управляемой фазой внешнего воздействия. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45, вып.2. С.59-62.
2. *Krylosova D. A., Seleznev E. P., Stankevich N. V.* Dynamics of Non-Autonomous Oscillator with a Controlled Phase and Frequency of External Forcing // Chaos, Solitons & Fractals. 2020. Vol. 134, No. 5. P. 109716. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109716>

Дискретные хаотические и гиперхаотические аттракторы в отображении двух связанных парабол*

Е. В. Курьжов[✉], Д. И. Мици, Е. Ю. Каратецкая

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
[✉] eugenkuryzhov@yandex.ru

Настоящая работа посвящена изучению некоторых аспектов возникновения хаотических режимов в двумерном эндоморфизме, описывающем динамику двух связанных идентичных отображений параболы:

$$\begin{cases} \bar{x} = 1 - ax^2 + \varepsilon(x - y) \\ \bar{y} = 1 - ay^2 + \varepsilon(y - x). \end{cases} \quad (1)$$

Некоторые бифуркации этого отображения были изучены в работе [1]. Мы показываем, что в рассматриваемом отображении могут наблюдаться хаотические аттракторы, которые по виду и сценарию возникновения напоминают хорошо известные аттракторы трехмерных диффеоморфизмов.

В первой части работы мы проводим исследование аттракторов лоренцевского типа в модели двух связанных парабол. Дискретные аттракторы Лоренца в случае трехмерных диффеоморфизмов были впервые рассмотрены и изучены в работе [2]. В ней, как и в работе [3], для трехмерных отображений показано, что дискретные аттракторы Лоренца могут возникать в окрестности периодических точек с парой мультипликаторов $(+1, -1)$. Бифуркационные диаграммы в окрестности таких точек (называемых также *fold-flip*) подробно изучены в работе [4], где показано, что в зависимости от знаков коэффициентов нормальной формы существует четыре различных типа такой бифуркации. Для трехмерных отображений один из них, как показано в работе [3], может приводить к возникновению дискретных аттракторов Лоренца. Мы показываем что в отображении (1) бифуркация *fold-flip* имеет именно этот тип и в ее окрестности возникают аттракторы лоренцевского вида.

В работе [5] рождение гиперхаотических аттракторов в системе двух осцилляторов, имеющих слабую связь, было обусловлено переходом к

*Работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931.

хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода в каждом осцилляторе. В отображении (1) имеет место такой же переход к хаосу, когда параметр связи $\varepsilon = 0$. Как следствие, в данной системе можно наблюдать гиперхаос при $\varepsilon \neq 0$. В ходе исследования мы также обнаружили существование гиперхаотического аттрактора шильниковского типа. В работах [6–8] были предложены и изучены сценарии перехода от устойчивой неподвижной точки к гиперхаосу в трехмерных диффеоморфизмах и четырехмерных потоках. Мы показываем, что похожие сценарии могут приводить к гиперхаосу в рассматриваемом двумерном эндоморфизме при значениях параметра $\varepsilon \neq 0$.

Список литературы

1. *Biragov V., Ovsyannikov I. M., Turaev D.* A study of one endomorphism of a plane // *Methods of Qualitative Theory and Theory of Bifurcations*. 1988. P. 72–86.
2. *Gonchenko S. V., Ovsyannikov I. I., Simó C., Turaev D.* Three-dimensional Hénon-like maps and wild Lorenz-like attractors // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2005. T. 15, no. 11. P. 3493–3508.
3. *Гонченко А. С., Самылина Е. А.* Об области существования дискретного аттрактора Лоренца в неголомомной модели кельтского камня // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. 2019. Т. 62, № 5. С. 412–428.
4. *Kuznetsov Y. A., Meijer H. G. E., van Veen L.* The fold-flip bifurcation // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2004. T. 14, no. 07. P. 2253–228.
5. *Harrison M. A., Lai Y. C.* Route to high-dimensional chaos // *Physical Review E*. 1999. Vol. 59, no. 4. R3799.
6. *Garashchuk I. R., Sinelshchikov D. I., Kazakov A. O., Kudryashov N. A.* Hyperchaos and multistability in the model of two interacting microbubble contrast agents // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2019. Vol. 29, no. 6. 063131.
7. *Shykhmamedov A., Karatetskaia E., Kazakov A., Stankevich N.* Hyperchaotic attractors of three-dimensional maps and scenarios of their appearance. arXiv preprint. 2020. arXiv:2012.05099.
8. *Stankevich N., Kazakov A., Gonchenko S.* Scenarios of hyperchaos occurrence in 4D Rössler system. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2020. Vol. 30, no. 12. 123129.

Численное определение характеристик эффекта «бильярдного» демона Максвелла в системе «гофрированный волновод» с осциллирующей границей

Д. О. Любченко, А. В. Савин

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ dima4398lub@mail.ru

Известно, что в моделях бильярдного типа могут наблюдаться нетривиальные и весьма интересные эффекты [1]. В частности, при исследовании средней по ансамблю скорости частиц в бильярде типа «стадион» с осциллирующими границами было обнаружено [2], что малые колебания границы приводят к тому, что в системе появляется граничное значение начальной скорости, ниже которой средняя скорость начинает падать. Если начальная скорость больше граничной, то частицы в среднем ускоряются. Данное явление назвали «бильярдным» демоном Максвелла.

Ранее в [3] было продемонстрировано ускорение Ферми и эффект «бильярдного» демона Максвелла на примере другой модели с соударениями, в которой одна из стенок неподвижна, а другая стенка имеет гармоническую гофрировку и совершает колебания по гармоническому закону. В данной работе были определены характеристики данной системы.

На рис. 1 схематично показано движение частицы между данными стенками. Систему описывает следующее четырехмерное отображение (1):

$$\begin{aligned}
 \Omega_{n+1} &= \sqrt{\Omega_{n+1x}^2 + \Omega_{n+1y}^2}, \\
 \alpha_{n+1} &= \arctan \left[\frac{\Omega_{n+1x}}{\Omega_{n+1y}} \right], \\
 \phi_{n+1} &= \phi_n + A \frac{\Omega_{n+1x}}{\Omega_{n+1y}}, \\
 \psi_{n+1} &= \psi_n + \frac{1}{\Omega_{n+1y}}, \\
 \Omega_{n+1x} &= \Omega_n \sin(\alpha_n + 2\gamma) - 2\gamma u, \\
 \Omega_{n+1y} &= \Omega_n \cos(\alpha_n + 2\gamma) - 2u,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\gamma = -C \sin \phi_n$, $u = -B \sin \psi_n$, Ω_n – безразмерная скорость, ϕ_n – без-

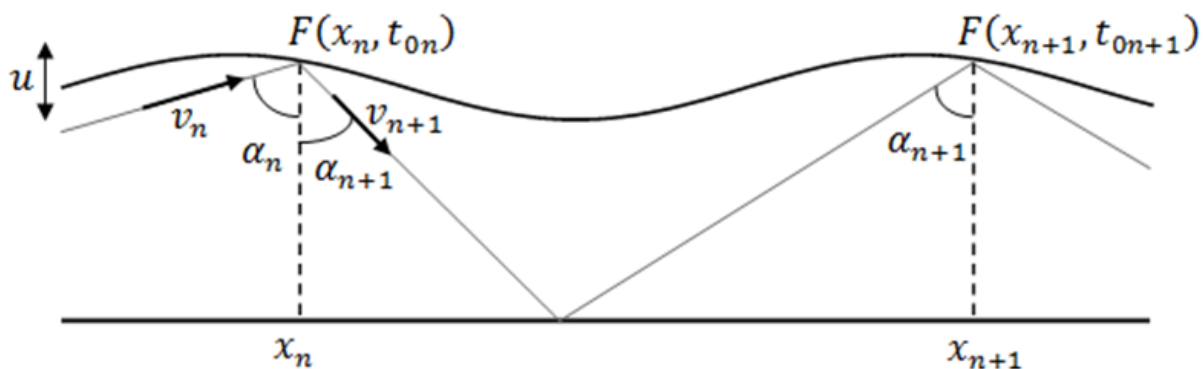


Рис. 1. Иллюстрация хода частицы между двумя стенками

размерная координата, ψ_n – безразмерное время, A – безразмерное расстояние между стенками, B – безразмерная амплитуда колебаний стенки, C – безразмерная амплитуда гофрировки стенки.

В случае фиксированных границ наблюдается типичное для систем с двумя степенями свободы устройство фазового пространства. В зависимости от начальных условий можно наблюдать сохранившийся инвариантный тор или хаос. При добавлении осцилляций стенки при анализе средней по ансамблю частиц скорости наблюдается ускорение Ферми, а при определенных параметрах наблюдается следующее: скорости частиц, начальная скорость которых ниже некоторого критического значения, стремятся со временем к некоторому предельному значению, а частицы, начальная скорость которых выше критического значения, в среднем ускоряются. Данный эффект называют «бильярдным» демоном Максвелла. В таком случае динамика средней скорости характеризует предельное значение скорости и критическое значение начальной скорости.

Список литературы

1. Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем // М.: Наука, 1984.
2. Лоскутов А. Ю., Рябов А. Б. Системы бильярдного типа и ускорение Ферми // Изв. вузов «ПНД», т. 16, № 5, 2008.
3. Любченко Д. О., Савин А. В. Исследование динамики средней по ансамблю скорости в системе «гофрированный волновод» с осциллирующей границей // «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: сборник трудов XV Всерос. Конф. Молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», с. 151–152.

Динамика неоднородной сети нелокально связанных хаотических отображений*

В. А. Нечаев[✉], Е. В. Рыбалова

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

[✉] nechaev.vas2021@bk.ru

В начале 21-го века мировым научным сообществом были открыты новые типы пространственно-временных структур, их назвали химерными состояниями. Они были впервые описаны японскими физиками Ю. Курамото и Д. Баттогтох в 2002 году [1]. Под химерными структурами понимают динамический режим в ансамбле, при котором наблюдается сосуществование кластеров с когерентной и некогерентной динамикой. Впервые данный термин – химера – был предложен в работе Д. Абрамса и С. Строгатса [2].

Данная работа направлена на изучение влияния неоднородности управляющих параметров парциальных элементов кольца нелокально связанных хаотических отображений на формирование химерных структур и на интервал силы внутрислойной связи, в котором могут наблюдаться химеры. Для введения неоднородности в работе используются генераторы шума с нормальным и равномерным распределением.

Исследуемая система описывается следующим уравнением:

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [f(x_j^t) - f(x_i^t)], \quad (1)$$

$$f(x_i^t) = \alpha_i^t x_i^t (1 - x_i^t) = (\alpha_0 + D_\alpha \xi_i^t + A_\alpha \psi_i^t) x_i^t (1 - x_i^t),$$

где x_i^t – динамическая переменная, t – дискретное время, $i=1, 2, 3, \dots, N$ – номер осциллятора, $N = 1000$ – общее количество элементов в ансамбле, σ – коэффициент нелокальной связи (сила связи) i -го осциллятора с $R = 320$ соседями слева и справа, $\alpha_0 = 3.8$ – управляющий параметр отображения, что соответствует хаотическому режиму логистического отображения. Начальные значения всех отображений случайно распределены в интервале $[0 : 1]$, всего анализируется 50 различных начальных условий. Неоднородность вводится в параметр α : ξ – генератор шума с равномерным распределением в интервале $[-D_\alpha : D_\alpha]$, D_α – ширина интервала распределения случайной величины, ψ – генератор шума со

*Работа поддержана РФФИ и DFG в рамках исследовательского проекта № 20-52-12004.

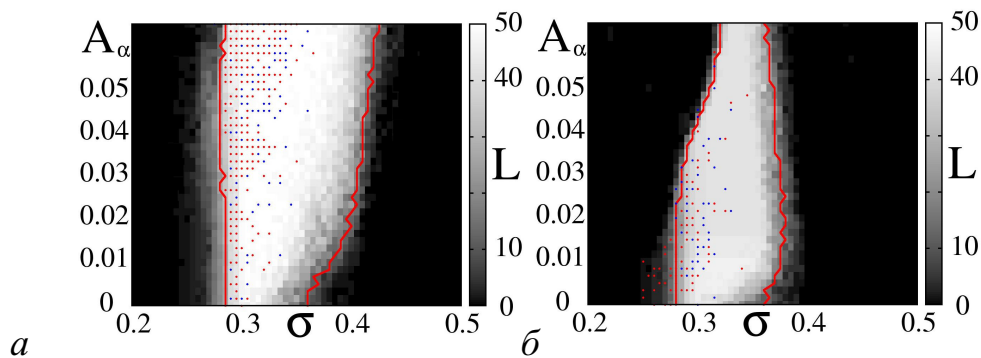


Рис. 1. Зависимость количества начальных условий L приводящий к химерному состоянию в системе от силы связи между элементами σ и стандартного отклонения распределения значений генератора шума с нормальным распределением, воздействующего на управляющий параметр элементов A_α . Красная линия – медианное значение правой и левой границы наблюдения химерных состояний. Красные и синие точки – параметры, при которых наблюдаются химеры уединенных состояний при разных начальных условиях. Остальные параметры указаны в описании ур.1

стандартным нормальным распределением ($\mu = 0$, $\sigma_\psi = 1$), A_α – стандартное отклонение.

Далее, когда мы говорим об неоднородном распределении управляющего параметра, мы подразумеваем отсутствие зависимости параметра от времени – α_i , т. е. его распределение задается в начальный момент времени и больше не меняется. Говоря об воздействии шума на управляющий параметр, мы подразумеваем его зависимость не только от номера элемента, но и от времени – α_i^t .

Исследования показали, что при неоднородном распределении управляющего параметра по всему ансамблю, увеличение стандартного отклонения (D_α , A_α) ведет к сдвигу границ наблюдения химерных структур в области больших значений силы связи (рис.1,а), при этом увеличивает область наблюдения химер уединенных состояний. Другой результат показало кольца с постоянным воздействием генератора шума на управляющие параметры. В таком случае область наблюдения химерных структур уменьшается, левая и правая граница сдвигаются к среднему значению интервала наблюдения химер (рис.1,б). В этом случае область установления химер уединенных состояний тоже уменьшается с увеличением D_α и A_α .

Список литературы

1. *Y. Kuramoto, D. Battogtokh*, Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators // *Nonlin. Phen. in Complex Sys.* 2002. Vol. 5. P. 380.
2. *Abrams D. M., Strogatz S. H.* Chimera states for coupled oscillators // *Physical review letters.* 2004. Vol. 93, №. 17. P. 174102.

Эволюция пространственных структур в ансамбле нелокально-связанных логистических отображений при шумовой модуляции параметра связи*

Н. Н. Никишина[✉], Е. В. Рыбалова, Т. Е. Вадивасова

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

[✉] nnikishina7@gmail.com

В больших ансамблях нелинейных элементов при нелокальной связи элементов могут возникать разнообразные сложные пространственно-временные структуры, в том числе так называемые химерные состояния [1–3]. Актуальной задачей в исследовании таких систем является анализ возможностей управления формированием в них различных типов пространственных структур, включая химерные и полную синхронизацию. В данной работе исследуется эволюция химер в ансамбле нелокально-связанных хаотических отображений при модуляции коэффициентов связи цветным гауссовым шумом для двух случаев: 1) к каждому коэффициенту связи добавляется независимая случайная компонента; 2) все коэффициенты связи модулируются одним и тем же шумовым воздействием.

Система с независимыми случайными компонентами коэффициентов связи описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
 x_j(n+1) &= f(x_j(n)) + \frac{1}{2P}(\sigma + D\sqrt{1-\frac{\gamma}{2}}y_j(n)) \sum_{k=j-P}^{j+P} [f(x_k(n)) - f(x_j(n))] \\
 y_j(n+1) &= (1-\gamma)y_j + \sqrt{2\gamma}\xi_j(n), \quad j = 0, 1, \dots, N-1
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, N = 1000$ – номер элемента ансамбля, n – дискретное время. Связь между элементами является нелокальной с силой связи $\sigma = 0.32$ и радиусом связи $P = 300$. $\sqrt{1-\frac{\gamma}{2}}y_j(n)$ – независимые источники дискретного цветного гауссова шума с одинаковой нормальной статистикой, D – интенсивность источников шума. Параметр γ управляет спектральными свойствами цветного шума. При $\gamma = 1$ источники шума $y_j(n)$ становятся белыми. Система с общим случайным воздействием на связь описывается уравнением аналогичными ур.(1), но в ней во всех слагаемых связи используется только один источник цветного гауссова шума $\sqrt{1-\frac{\gamma}{2}}y(n)$, т. е. отсутствует зависимость от номера элемента j .

*Работа поддержана РФФИ и DFG в рамках исследовательского проекта № 20-52-12004.

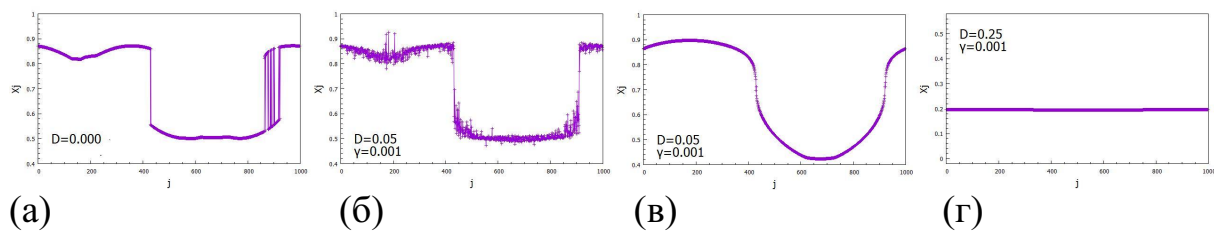


Рис. 1. Иллюстрация влияния интенсивности шума D на химерную структуру. На графиках приведены мгновенные пространственные профили в установившемся режиме для следующих случаев: в отсутствии шума (а); в модели (1) при $D = 0.05$ (б); в модели с одним источником цветного гауссова шума при $D = 0.05$ (в); в модели с одним источником цветного гауссова шума при $D = 0.25$ (г). Параметр шума фиксирован $\gamma = 0.001$

В обеих моделях элементы ансамбля являются логистическими отображениями: $f(x) = \alpha x(1-x)$, где $\alpha = 3.8$ – управляющий параметр отображения соответствует хаотической динамики. Граничные условия являются периодическими: $x_{j+N}(n) = x_j(n)$. Исследовалось воздействие цветного параметрического шума на одно и то же выбранное химерное состояние, установившееся в ансамбле без шума (Рис. 1а).

В результате исследований было установлено, что с помощью шумовой модуляции параметров связи можно управлять характером пространственной структуры. Так, при модуляции параметров связи как независимыми источниками шума, так и общим шумом, наблюдается подавление кластера некогерентности химерного состояния (Рис. 1б,в). При воздействии общим шумовым сигналом достаточно большой интенсивности можно добиться не только уничтожения химерного состояния, но и полной синхронизации хаотических колебаний всех элементов ансамбля (Рис. 1г). Было обнаружено, что поведение ансамбля хаотических элементов существенно зависит не только от интенсивности шума, но и от ширины спектра шумовой модуляции связи. Однако для подавления кластера некогерентности химерного состояния спектральные свойства шума оказались несущественными.

Список литературы

1. Kuramoto Y., Battogtokh D., Coexistence of coherence and incoherence in non-locally coupled phase oscillators // Nonlinear Phenom. Complex Syst. 2002. Vol. 4. P. 380–385.
2. Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93, no. 17. 174102(1–4).
3. Omelchenko I., Maistrenko Y., Hövel P., Schöll E. Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 106. 234102.

О классах устойчивой изотопической связности градиентно-подобных диффеоморфизмов поверхностей*

Е. В. Ноздринова[✉], О. В. Починка

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ maati@mail.ru

Проблема существования дуги с не более, чем счетным (конечным) числом бифуркаций, соединяющей структурно устойчивые системы (системы Морса–Смейла) на многообразиях вошла в список пятидесяти проблем Палиса–Пью [6] под номером 33.

В 1976 году Ш. Ньюхаусом, Дж. Палисом, Ф. Такенсом [4] было введено понятие устойчивой дуги, соединяющей две структурно устойчивые системы на многообразии. Согласно [4], гладкая дуга φ_t называется *устойчивой*, если она является внутренней точкой класса эквивалентности относительно следующего отношения: дуги φ_t, φ'_t называются *сопряженными*, если существуют гомеоморфизмы $h : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $H_t : M \rightarrow M$ такие, что $H_t \varphi_t = \varphi'_{h(t)} H_t, t \in [0, 1]$ и H_t непрерывно зависит от t .

В работе [3] также установлено, что все точки регулярной устойчивой дуги являются структурно устойчивыми диффеоморфизмами за исключением конечного числа бифуркационных диффеоморфизмов, которые не имеют циклов, гетероклинических касаний и имеют одну негиперболическую периодическую орбиту, которая является орбитой не критического седло-узла или флипа и бифурцирует на дуге общим образом.

В 1976 году Ш. Ньюхаус и М. Пейшото [5] доказали существование простой дуги между любыми двумя потоками Морса–Смейла. Простота означает, что вся дуга состоит из систем Морса–Смейла за исключением конечного множества точек, в которых векторное поле в определённом смысле наименьшим образом отклоняется от системы Морса–Смейла, а именно, либо содержит единственную негиперболическую точку типа седло-узел, либо единственную траекторию нетрансверсального пересечения инвариантных седловых многообразий (гетероклиническое касание).

Однако результаты Ш. Ньюхауса и М. Пейшото не могут быть напрямую использованы для построения устойчивых дуг между диффеомор-

*Работа поддержана Лабораторией динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931

физмами Морса–Смейла. Для этого есть несколько причин. Во-первых, типично диффеоморфизмы Морса–Смейла не включаются в потоки Морса–Смейла (см., например, обзор [1]). Во-вторых, дискретизация дуги с гетероклиническим касанием не является устойчивой дугой. Второй проблемы удастся избежать в силу результата, полученного Ж. Флейтас [2], а именно она показала, что простую дугу, построенную Ньюхаусом и Пейшото всегда можно заменить на устойчивую. При этом дискретизация такой дуги является устойчивой дугой, соединяющей сдвиги на единицу времени исходных градиентно-подобных потоков.

Для диффеоморфизмов Морса–Смейла, заданных на многообразиях любой размерности известны примеры систем, которые не могут быть соединены устойчивой дугой. В связи с этим естественно возникает вопрос о нахождении инварианта, однозначно определяющего класс эквивалентности диффеоморфизма Морса–Смейла относительно отношения связности устойчивой дугой (*компоненту устойчивой изотопической связности*).

В докладе будет представлен критерий принадлежности одной компоненте устойчивой связности для сохраняющих ориентацию градиентно-подобных диффеоморфизмов на двумерной сфере S^2 . Приведена полная классификация диффеоморфизмов Палиса, введенных им как класс поверхностных каскадов, включающихся в топологический поток. Техника построения дуг использует топологические методы исследования динамических систем, основанные на переходе к пространству блуждающих орбит.

Список литературы

1. Гринес В. З., Гуревич Е. Я., Починка О. В. О включении диффеоморфизмов Морса–Смейла в топологический поток // Современная математика. Фундаментальные направления. 2020. Vol. 66, № 2. P. 160–181.
2. Fleitas G. Replacing tangencies by saddle-nodes // Bol. Soc. Brasil. Mat. 1977. Vol. 8, no. 1. P. 47–51.
3. Newhouse S., Palis J., Takens F. Bifurcations and stability of families of diffeomorphisms // Publications mathematiques de l' I.H.E.S. 1983. Vol. 57. P. 5–71.
4. Newhouse S., Palis J., Takens F. Stable arcs of diffeomorphisms // Bull. Amer. Math. Soc. 1976. Vol. 82, no. 3. P. 499–502.
5. Newhouse S., Peixoto M. There is a simple arc joining any two Morse–Smale flows // Asterisque. 1976. Vol. 31. P. 15–41.
6. Palis J., Pugh C. Fifty problems in dynamical systems // Lecture Notes in Math. 1975. Vol. 468. P. 345–353.

Бифуркации, меняющие тип гетероклинических кривых 3-диффеоморфизма Морса–Смейла*

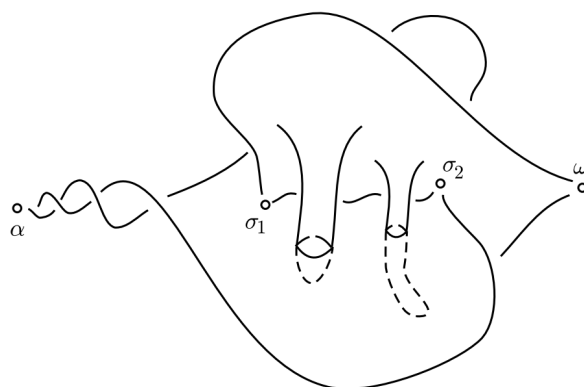
О. В. Починка, В. И. Шмуклер✉

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
✉ shmukler9797@mail.ru

В работе рассмотрен класс G сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса–Смейла, заданных на замкнутом 3-многообразии, неблуждающее множество которых состоит в точности из четырех точек попарно различных индексов Морса. Известно, что двумерные седловые сепаратрисы любого такого диффеоморфизма всегда пересекаются и их пересечение необходимо содержит некомпактные гетероклинические кривые, но может содержать и компактные. Основным результатом работы является построение пути в пространстве диффеоморфизмов, соединяющего диффеоморфизм $f_0 \in G$ с диффеоморфизмом $f_1 \in G$, не имеющим компактных гетероклинических кривых. Полученный результат является важным шагом в решении открытой проблемы описания топологии 3-многообразий, допускающих градиентно-подобные диффеоморфизмы с дико вложенными седловыми сепаратрисами. Рассмотрим класс G сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса–Смейла f , заданных на замкнутом многообразии M^3 , неблуждающее множество которых состоит в точности из четырех точек $\omega, \sigma_1, \sigma_2, \alpha$ с положительными типами ориентации и с индексами Морса (размерностями неустойчивых многообразий) 0, 1, 2, 3, соответственно.

Не смотря на простое устройство неблуждающего множества, в рассматриваемом классе существуют диффеоморфизмы с дико вложенными седловыми сепаратрисами [2] (см. Рис. 1). В работе [1] доказано, что для любого диффеоморфизма $f \in G$ множество $H_f = W_{\sigma_1}^s \cap W_{\sigma_2}^u$ не пусто и содержит как минимум одну некомпактную гетероклиническую кривую. Согласно работе [3], в случае ручного вложения замыканий одномерных сепаратрис диффеоморфизма $f \in G$, несущее многообразие M^3 допускает разложение Хегора рода 1 и, следовательно, является линзовым

*Работа выполнена при поддержке Международной Лабораторией Динамических Систем и Приложений НИУ ВШЭ НН, грант Правительства Российской Федерации, номер контракта № 075-15-2019-1931.

Рис. 1. Динамика диффеоморфизма $f \in G$

пространством. В случае дикого вложения описание топологии несущего многообразия является открытой проблемой, сформулированной в [1].

В настоящей работе сделан важный шаг в решении этой проблемы, именно, доказан следующий факт.

Теорема 1. Пусть многообразие M^3 допускает диффеоморфизм $f_0 \in G$. Тогда это же многообразие допускает диффеоморфизм $f_1 \in G$, блуждающее множество, которого не содержит компактных гетероклинических кривых.

Список литературы

1. Grines V. Z., Zhuzhoma E. V., Medvedev V. S. On Morse–Smale Diffeomorphisms with Four Periodic Points on Closed Orientable Manifolds // *Mathematical Notes* 2003. Vol. 74, No. 3. P. 352–366.
2. Bonatti C., Grines V., Pochinka O. Topological classification of Morse–Smale diffeomorphisms on 3-manifolds // *Duke Mathematical Journal*. 2019. Vol. 168, No. 13. P. 2507–2558.
3. Grines V. Z., Zhuzhoma E. V., Medvedev V. S. New relations for Morse–Smale systems with trivially embedded one-dimensional separatrices // *Math. sb.* 2003. Vol. 194, no. 7. P. 25–56.

Неособые потоки с динамикой аттрактор-репеллер на n -многообразиях*

О. В. Починка, Д. Д. Шубин[✉]

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ dshubin@hse.ru

Результаты получены совместно с О. Починкой. Этот доклад посвящен так называемым *НМС-потокам* (неособым потокам Морса–Смейла), которые являются потоками Морса–Смейла без неподвижных точек. Такие потоки тесно связаны с топологией объемлющего многообразия. Получена и будет представлена исчерпывающая классификация этих систем ровно с двумя предельными циклами на замкнутых n -многообразиях.

Из общей теории (см., например, [1]) следует, что объемлющее многообразие M^n является объединением устойчивых многообразий и одновременно объединением неустойчивых многообразий. Таким образом, одна из этих траекторий притягивающая, а другая отталкивающая.

По теореме Пуанкаре–Хопфа эйлерова характеристика объемлющего многообразия равна 0. Из двумерных поверхностей получаем только тор и бутылку Клейна. Классификация таких потоков является частью задачи, решённой в [2–4]. Авторами установлено, что существует ровно два класса топологической эквивалентности таких потоков на торе и три на бутылке Клейна.

Для трехмерных многообразий тот факт, что эйлерова характеристика равна нулю, не сужает класс многообразий, поскольку все трехмерные многообразия имеют эйлерову характеристику, равную нулю. Необходимые и достаточные условия следуют из [5], где автор рассматривает более широкий класс динамических систем. Однако результаты не содержат реализации и невозможно судить о допустимости того или иного потока.

В случае двух нескрученных орбит топология объемлющего многообразия известна из [6]: это так называемые *линзовые пространства*, которые получаются путем склейкой двух полноторий вдоль их границы. Установлено, что любое линзовое пространство, кроме сферы и проективного пространства, допускает ровно два эквивалентных класса рассматри-

*Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931.

ваемых потоков. На сфере S^3 существует единственный класс благодаря [6]. Если орбиты скручены, то существует только одно объемлющее многообразие, допускающее такой поток, это $S^2 \tilde{\times} S^1$, и оно допускает два эквивалентных класса рассматриваемых потоков.

Для $n \geq 3$ объемлющее многообразие M^n , $n > 3$ представляет собой два обобщенных полнотория $\mathbb{D}^{n-1} \times S^1$, склеенных по границам. Результаты [7] и [8] подразумевают, что только два многообразия, допускающие НМС-поток с двумя предельными циклами, это $S^{n-1} \times S^1$, $S^{n-1} \tilde{\times} S^1$ и каждый из них допускает два эквивалентных класса рассматриваемых потоков.

Список литературы

1. *Smale S.* Differentiable dynamical systems // Bull. Amer. Math. Soc. 1967. Vol. 73. P. 747–817.
2. *Peixoto M. M.* On a classification of flows on 2-manifolds // Proc. Symp. Dyn. Syst. Salvador. 1973. P. 389–492.
3. *Oshemkov A. A., Sharko V. V.* Classification of Morse–Smale flows on two-dimensional manifolds // Sb. Math. 1998. Vol. 189, no. 8. P. 1205–1250.
4. *Kruglov V., Malyshev D., Pochinka O.* Topological classification of Ω -stable flows on surfaces by means of effectively distinguishable multigraphs // Discrete & Continuous Dynamical Systems – A. 2018. Vol. 38, no. 9. P. 4305–4327. doi: 10.3934/dcds.2018188
5. *Umanskii Ya. L.* Necessary and sufficient conditions for topological equivalence of three-dimensional Morse–Smale dynamical systems with a finite number of singular trajectories // Math. USSR-Sb. 1991. Vol. 69, no. 1. P. 227–253.
6. *Bin Yu.* Behavior of nonsingular Morse–Smale flows on S^3 // Discrete Contin. Dyn. Syst. 2016. Vol. 36, no. 1. P. 509–540.
7. *Nelson Max L.* Homeomorphisms of $S^n \times S^1$ // Bull. Amer. Math. Soc. 1967. Vol. 73, no. 6. P. 939–942.
8. *Jahren B. and Kwasik S.* Free involutions on $S^1 \times S^n$ // Math. Ann. 2011. Vol. 351, no. 2. P. 281–303.

Влияние силы параметрической накачки на динамику двух связанных осцилляторов ван дер Поля – Матъе*

И. Р. Рамазанов[✉], *И. А. Корнеев*,
Т. Е. Вадивасова, *А. В. Слепнев*

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ ibadulla.ramazanov@yandex.ru

Параметрические колебательные системы являются важным классом динамических систем изучаемых в теории колебаний. Устройства, основанные на эффекте параметрического резонанса, широко используются в качестве малошумящих усилителей радио- и микроволнового диапазона частот, в СВЧ-электронике, для понижения частоты лазерного излучения и т.д.

Кроме подобных параметрических систем существуют автогенераторы, демонстрирующие эффект параметрического резонанса. Например, на основе модели генератора ван дер Поля – Матъе проводится моделирование динамики заряда частиц пыли в плазме [1], а также микроэлектромеханических систем (МЭМС) [2, 3]. Кроме того, проводились исследования динамики осцилляторов типа ван дер Поля – Матъе под действием вынуждающей силы [4, 5].

В качестве развития данного направления можно рассмотреть систему двух связанных генераторов ван дер Поля – Матъе. Уравнения описывающие данную систему выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (\varepsilon - x_1^2) y_1 - w_1^2 (1 - A_{p1} \sin w_{p1} t) x_1 + k (y_2 - y_1), \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (\varepsilon - x_2^2) y_2 - w_2^2 (1 - A_{p2} \sin w_{p2} t) x_2 + k (y_1 - y_2), \end{cases} \quad (1)$$

где ε – параметр диссипации, w_1 и w_2 – собственные частоты осцилляторов, A_{p1} и A_{p2} – амплитуды параметрического воздействия, w_{p1} и w_{p2} – частоты параметрического воздействия, k – коэффициент связи.

Динамика такой системы определяется либо его автоколебательной, либо параметрической составляющей. Поэтому рассматриваются все возможные сочетания: оба осциллятора в автоколебательном режиме; оба

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и DFG в рамках научного проекта № 20-52-12004.

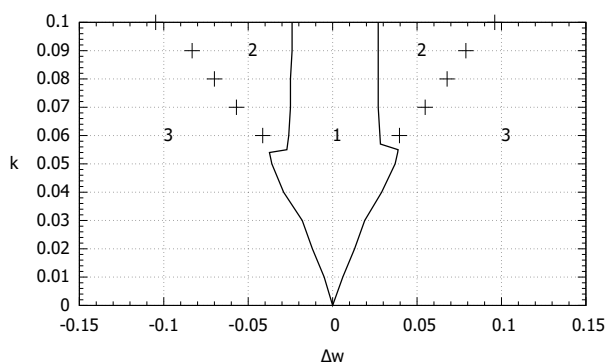


Рис. 1. Диаграмма режимов при $A_{p1} = 0.1$, $A_{p2} = 0.001$, $w_1 = 1$, $w_{p1,2} = 2w_{1,2}$, $\varepsilon = 0.1$

осциллятора в параметрическом режиме; один осциллятор в автоколебательном режиме, другой — в параметрическом.

Исследование показало, что при слабом параметрическом воздействии динамика системы похожа на динамику двух связанных генераторов ван дер Поля. Введение большого параметрического воздействия приводит к образованию новых режимов колебаний. На рис. (1) представлена диаграмма режимов при $A_{p1} = 0.1$, $A_{p2} = 0.001$ на плоскости параметров Δw и k , где $\Delta w = w_2 - w_1$.

Область синхронизации в данном случае разбита на две области с различным характером колебаний: область параметрических колебаний (1) и область фазо-частотной синхронизации (2). В области (3) наблюдаются несинхронные колебания. Кроме того, на границе областей (3) и (2) система демонстрирует хаотические колебания, что подтверждается наличием положительного старшего показателя Ляпунова.

Список литературы

1. *Momeni M.* A Van der Pol–Mathieu equation for the dynamics of dust grain charge in dusty plasmas / M. Momeni, I. Kourakis, M. Moslehi-Fard, P.K. Shukla // *J. Phys. A: Mathematical and Theoretical*. 2007. Vol. 40, No. 24.
2. *Pandey M.* Frequency locking in a forced Mathieu-van der Pol–Duffing system / M. Pandey, R.H. Rand, A. Zehnder // *Nonlinear Dynamics*. 2008. Vol. 54. P. 3–12.
3. *Pandey M.* Analysis of frequency locking in optically driven MEMS resonators / M. Pandey, K. Aubin, M. Zalalutdinov, A. Zehnder, R. Rand // *JMEMS*. 2006. Vol. 15, No. 6. P. 1546–1554.
4. *Warminski J.* Synchronisation effects and chaos in the van der Pol–Mathieu oscillator // *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2001. Vol. 39, I. 4. P. 861–884.
5. *Houri S.* Direct and parametric synchronization of a graphene self-oscillator / S. Hour, S. J. Cartamil-Bueno, M. Poot, P. G. Steeneken, H. S. J. van der Zant, W. J. Venstra // *Applied Physics Letters*. 2017. Vol. 110, I. 7.

Разрушение автоволновых структур под действием шума в решетке связанных дискретных моделей нейронов*

Е. В. Рыбалова, В. С. Анищенко

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
✉ rybalovaev@gmail.com

Проблема формирования пространственно-временных структур в активных нелинейных средах и их моделях на протяжении долгих лет продолжает оставаться актуальной [1, 2]. Предметом исследований в настоящей работе являются автоволновые структуры в виде спиральных и концентрических волн, которые можно получить в решетке локально связанных дискретных осцилляторов Рулькова [3]. Исследуется реакция автоволновых структур в двумерной решетке на шумовое возмущение. Шумовое воздействие задается в виде подачи шума на квадрат из относительно малого числа осцилляторов в центре решетки.

В работе изучается динамика двумерного ансамбля, представляющего собой сеть локально связанных отображений:

$$\begin{aligned} x_{i,j}^{t+1} &= f_x(x_{i,j}^t, y_{i,j}^t) + \sqrt{2D_x} \xi_{i,j}^t, \\ y_{i,j}^{t+1} &= f_y(x_{i,j}^t, y_{i,j}^t) + \frac{\sigma_y}{B_{i,j}} \sum_{m,n} [f_y(x_{m,n}^t, y_{m,n}^t) - f_y(x_{i,j}^t, y_{i,j}^t)], \end{aligned} \quad (1)$$

где f_x и f_y – правые части отображения, $\sigma_y = 0.8$ – сила связи между элементами. Двойные индексы динамических переменных $x_{i,j}$ и $y_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3, \dots, N$) характеризуют положение элемента на двумерной решетке. $N = 200$ – размер решетки по x и y . Коэффициент D_x отвечает за интенсивность аддитивного шума, $\xi_{i,j}^t$ – генератор шума с нормальным распределением (с нулевым средним и единичным отклонением). Суммирование в слагаемом связи (второе слагаемое во втором уравнение (1)) ведется по индексам, удовлетворяющим условию (2). $B_{i,j}$ – количество элементов, с которыми связан каждый i -ый осциллятор, т.е. количество элементов удовлетворяющее следующим условиям:

$$\begin{cases} \max(1, i-1) \leq m \leq \min(N, i+1), \\ \max(1, j-1) \leq n \leq \min(N, j+1), \quad m \neq n. \end{cases} \quad (2)$$

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта No. 20-12-00119.

В качестве парциальных элементов сети были выбраны дискретные осцилляторы Рутькова, описывающие динамику нейронов [4]:

$$x_{n+1} = \begin{cases} \alpha/(1 - x_n) + y_n, & x \leq 0 \\ \alpha + y_n, & 0 < x < \alpha + y, \\ -1, & x \geq \alpha + y, \end{cases} \quad (3)$$
$$y_{n+1} = y_n - \mu(x_n + 1) + \mu\sigma,$$

где первое уравнение отвечает за быструю динамическую переменную, а второе – ответственно за медленную.

В ходе исследования было установлено, что при различных значениях интенсивности шума и размере области воздействия на спиральные волны, система может перейти в режим концентрических волн и оставаться в нем до отключения шума. Рассмотрено влияние аддитивного гауссова шума на концентрические волны. В отличие от спиральных волн, в случае концентрических волн необходимы большая область воздействия или более сильная интенсивность шума, чтобы вызвать переходы в начальной структуре решетки. Установлено, что в данном случае после отключения внешнего шумового воздействия, в решетке продолжает существовать режим, возникший под воздействием шума. Так, например, установившийся под действием шума режим химерной структуры остается и после отключения источника шума.

Список литературы

1. *Kuramoto Y.* Chemical Oscillations, Waves and Turbulence. Springer, Berlin, 1984.
2. *Nekorkin V., Velarde M. G.* Synergetic phenomena in active lattices: patterns, waves, solitons, chaos. Springer Science & Business Media, 2002.
3. *Rybalova E., Bukh A., Strelkova G., Anishchenko V.* Spiral and target wave chimeras in a 2D lattice of map-based neuron models // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2019. Vol. 29, iss. 10. P. 101104.
4. *Rulkov N. F.* Modeling of spiking-bursting neural behavior using two-dimensional map // Physical Review E. 2002. Vol. 65, iss. 4. P. 041922.

Двухпараметрический анализ одномерного отображения вблизи шильниковской петли седло-фокуса: семейство окон устойчивости типа «Crossroad area»

Д. М. Сухарев

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
✉ dmsukharev@edu.hse.ru

В работе [1] изучается спиральный хаос – один из часто встречающихся типов хаоса в приложениях. Данный тип хаоса был открыт в работе Шильникова [2], где было установлено хаотическое поведение траекторий в любой окрестности гомоклинической петли состояния равновесия типа седло-фокус. В данной работе изучается структура бифуркационных диаграмм вблизи шильниковской петли.

Данная работа посвящена изучению возникновения окон устойчивости, а также их структур внутри шильниковских спиральных аттракторов, а также квазиаттракторов других типов. В работе исследуются характерные структуры «Crossroad area» и «Spring area», которые демонстрируются на примере следующих отображений:

$$x_{n+1} = a + bx_n - x_n^3 \quad (1)$$

$$x_{n+1} = a - bx_n + x_n^3 \quad (2)$$

$$x_{n+1} = c + (1 + a)x_n + bx_n^2 + x_n^4 \quad (3)$$

$$\bar{z} = \mu + Ax^+ z^p \cos(\omega Ln \frac{d}{z} - \beta) + O(z^{2p}) \quad (4)$$

(1) – кубическое отображение I; (2) – кубическое отображение II; (3) – отображение четвертой степени; (4) – одномерное отображение негрубой неподвижной точки для отображения Шильникова.

При исследовании многих модельных систем, а также их приложений, особое внимание уделяется исследованию предельного поведения траекторий на различных аттракторах, т.е. на замкнутом инвариантном устойчивом множестве. Аттракторы разделяются на два типа – регулярные (устойчивые состояния равновесия, предельные циклы и инвариантные торы) и хаотические (с положительным показателем Ляпунова). В работе [3] предложена классификация хаотических аттракторов: ква-

зиаттракторы и псевдогиперболические аттракторы. Псевдогиперболические аттрактор характеризуется тем, что любая его траектория при малых изменениях сохраняет положительный показатель Ляпунова. Квазиаттрактором называют такой аттрактор, который содержит в себе устойчивые периодические движения или устойчивые периодические движения высоких периодов. Это определение приведено согласно работе [4].

При изучении карт режимов, построенных для таких аттракторов, в области хаоса наблюдаются однотипные структуры, в которых точка имеет устойчивый периодический режим. Аналогично работам [5] и [6] был проведен бифуркационный анализ для нескольких отображений, для которых были найдены границы окон устойчивости – линии бифуркаций, а также численно получены карты режимов.

Список литературы

1. Гонченко С. В. и др. Математическая теория динамического хаоса и её приложения: обзор часть 2. Спиральный хаос трехмерных потоков // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27, № 5.
2. Shilnikov L. P. A case of the existence of a denumerable set of periodic motions // Doklady Akademii Nauk. Russian Academy of Sciences, 1965. Т. 160, № 3. С. 558–561.
3. Gonchenko S. V., Kazakov A. O., Turaev D. Wild pseudohyperbolic attractors in a fourdimensional Lorenz system // arXiv preprint arXiv:1809.07250. 2018.
4. Turaev D. V. and Shilnikov L. P. Pseudohyperbolicity and the problem on periodic perturbations of Lorenz-type attractors // In Doklady Mathematics. 2008. Vol. 77, No. 1. P. 17–21. MAIK Nauka/Interperiodica.
5. Carcasses J. P. et al. «Crossroad area–spring area» transition (I) parameter plane representation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 1991. Т. 1, № 01. С. 183–196.
6. Mira C. et al. «Crossroad area–spring area» transition (II) foliated parametric representation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 1991. Т. 1, № 02. С. 339–348.

Макроскопическая намагниченность XY-макроспиновой системы в рамках обобщенной теории Отта–Антонсена*

И. В. Тюлькина¹✉, Д. С. Голдобин^{1,2}, Л. С. Клименко^{1,2},
И. С. Поперечный¹, Ю. Л. Райхер¹

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

²Пермский государственный национальный исследовательский университет

✉ irinatiulkina95@gmail.com

В данной работе была рассмотрена проблема магнитных переходов между низкотемпературными (макроспин-упорядоченными) фазами в двумерных XY-массивах [1, 2]. Геометрия системы представляет собой плоскую структуру из идентичных однодоменных частиц, обладающих сильной магнитной анизотропией типа «легкая плоскость». Частицы расположены на квадратной решетке и связаны магнитным диполь-дипольным взаимодействием. Основным состоянием системы в рассматриваемом интервале температур является антиферромагнитная полосчатая структура, в которой макроспины (магнитные моменты частиц) участвуют в термофлуктуационном движении: температура суперпарамагнитной блокировки T_b ниже температуры T_{af} антиферромагнитного перехода.

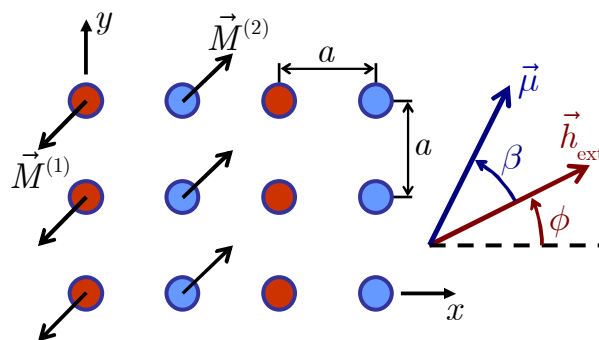


Рис. 1. Геометрия задачи

При построении статистической термодинамики этих систем необходимо строить статистическую сумму для многочастичных ансамблей с сильным дальнедействующим взаимодействием. Для случая 2D предлагается способ сделать это в приближении среднего поля, используя технику круговых кумулянтов [3, 4], которая является обобщением теории

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФ № 19-42-04120.

Отта–Антонсена. Более того, это позволяет описывать динамику намагниченности и антиферромагнитного параметра порядка в существенно неравновесных состояниях.

Для магнитных сфероидальных частиц уравнение для азимутальных углов индивидуальных магнитных моментов будет выглядеть:

$$\dot{\varphi}_j = \omega(t) + \text{Im}(2\mathcal{H}(t)e^{-i\varphi_j}) + \sqrt{D}\zeta_j(t), \quad j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$D = \frac{\gamma k T}{\eta M \sin^2 \vartheta_*}, \quad (2)$$

где $\zeta_j(t)$ – индивидуальный внутренний шум.

В кумулянтном представлении система имеет вид:

$$\dot{Z} = \mathcal{H}_1 - \mathcal{H}_1^*(Z^2 + \kappa) - DZ, \quad \dot{\kappa} = -4\mathcal{H}_1^*Z\kappa - D(4\kappa + 2Z^2), \quad (3)$$

$$\dot{Y} = \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_2^*(Y^2 + \varkappa) - DY, \quad \dot{\varkappa} = -4\mathcal{H}_2^*Y\varkappa - D(4\varkappa + 2Y^2). \quad (4)$$

При редукции описания динамики магнитных частиц к единственной угловой переменной в некоторых системах теория Отта–Антонсена и ее обобщение (круговые кумулянты) могут быть использованы для построения среднеполевого описания: например, для отслеживания динамики макроскопической намагниченности и параметра антиферромагнитного порядка. Численное моделирование и аналитическое исследование кумулянтных уравнений раскрывают полную картину реакции системы на статическое внешнее магнитное поле и возможные фазовые переходы из-за изменения температуры или приложенного поля. А также определяют, какие состояния системы термодинамически устойчивы, а какие – метастабильны.

Список литературы

1. Tyulkina I. V., Goldobin D. S., Klimenko L. S., Poperechny I. S., Raikher Y. L. Collective in-plane magnetization in a two-dimensional XY macrospin system within the framework of generalized Ott–Antonsen theory // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. 2020. Vol. 378. P. 20190259.
2. Leo N., Holenstein S., Schildknecht D., Sendetskyi O., et al. Collective magnetism in an artificial 2D XY spin system // *Nature Communications*. 2018. Vol. 9. P. 2850.
3. Tyulkina I. V., Goldobin D. S., Klimenko L. S., Pikovsky A. Dynamics of noisy oscillator populations beyond the Ott–Antonsen ansatz // *Physical Review Letters*. 2018. Vol. 120, no. 26. P. 264101.
4. Goldobin D. S., Tyulkina I. V., Klimenko L. S., Pikovsky A. Collective mode reductions for populations of coupled noisy oscillators // *Chaos*. 2018. Vol. 28, no. 10. P. 101101.

Реализация сохраняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора*

Е. Е. Чилина

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
✉ k.chilina@yandex.ru

Пусть $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ – унимодулярная целочисленная матрица. Тогда она индуцирует отображение $f_A : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$, заданное формулой

$$f_A : \begin{cases} \bar{x} = ax + by \pmod{1}, \\ \bar{y} = cx + dy \pmod{1}, \end{cases}$$

которое является *алгебраическим автоморфизмом двумерного тора*.

Гомеоморфизмы $f, f' : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ называются *топологически сопряженными*, если существует сохраняющий ориентацию гомеоморфизм $h : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ такой, что $f' = hfh^{-1}$.

Отличный от тождественного гомеоморфизм f называется *периодическим*, если существует такое $n \in \mathbb{N}$, что $f^n = id$. Наименьшее из таких n называется периодом f .

В [1] получены необходимые и достаточные условия топологической сопряженности периодических преобразований ориентируемых поверхностей. Основным результатом данной работы является реализация сохраняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора в виде следующей теоремы:

Теорема 1. *В каждом классе топологической сопряженности сохраняющих ориентацию периодических не гомотопных тождественному гомеоморфизмов двумерного тора существует алгебраический автоморфизм, индуцированный в точности одной из следующих матриц:*

* Публикация подготовлена в ходе проведения исследования (№ 21-04-004) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2021–2022 гг.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix};$$
$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; A_6 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; A_7 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В докладе также будут представлены периодические данные каждого периодического отображения f_{A_i} , $i \in \overline{1, 7}$.

Список литературы

1. *J. Nielsen* Die struktur periodischer transformationen von flachen, Math.-fys. Medd. Danske Vid. Selsk. 15 (1937).

Эффекты нелинейной диссипации в модели энергосистемы на основе связанных Курамото-подобных осцилляторов с инерцией*

П. А. Аринушкин[✉], Т. Е. Вадивасова

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

[✉] arinushkin.pavel@gmail.com

В работе мы моделируем случай неравномерного баланса производимой и потребляемой энергии в модели энергосети. Рассматриваемая энергосистема имеет кольцевую топологию, состоящую из локально подключенных генераторов энергии, чередующихся с потребителями энергии. Каждый элемент представлен в виде фазового осциллятора Курамото с инерцией. Уравнения сети преобразуются в соответствии с моделью эффективной сети, предложенной в [1], а затем изучаются численно. Целью работы является нахождение условий, предотвращающих потерю синхронизации сети. Нелинейная диссипация осцилляторов была предложена как возможное решение проблемы стабилизации синхронности. Были сопоставлены карты режимов, полученные с постоянной диссипацией и с изменяющейся во времени нелинейной диссипацией. Кроме того, нами рассматривается случай внешнего воздействия на отдельный элемент сети в виде прямоугольного импульса с разными параметрами. Результаты исследования показывают, что нелинейная диссипация может предотвратить несинхронное поведение генераторов и повысить устойчивость электросети к внезапным скачкам энергии. Противоположной стороной полученных результатов является ограничение использования нелинейной диссипации. Сильное влияние адаптивной диссипации отрицательно сказывается на эксплуатации подключенных генераторов энергии, что приводит к перегреву и выходу из строя.

Исследуемая в работе Курамото-подобная модель имеет следующий вид:

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (1)$$

$$A_i = P_{g,i} - |E_i|^2 G_{ii}, \quad (2)$$

$$K_{ij} = |E_i E_j Y_{ij}| \quad (3)$$

$$\gamma_{ij} = \alpha_{ij} - \pi/2, \quad (4)$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\alpha_{ij}} \quad (5)$$

*Работа поддержана РНФ, грант № 20-12-00119.

где H_i и D_i – параметры инерции и диссипации i -го осциллятора, соответственно. В правой части уравнения (1) используются следующие обозначения: A_i – параметр мощности генератора с учетом диссипативных потерь i -го генератора, представляющий собой разность выходной мощности генератора $P_{g,i}$ и произведения квадрата модуля ЭДС генератора на проводимость G_{ii} (выражение (2)). Параметр K_{ij} задает силу динамической связи между осцилляторами с номерами i и j , выраженную через произведение ЭДС E_i, E_j двух связанных генерирующих узлов и сопротивления Y_{ij} между ними (выражение (3)). Параметр γ_{ij} , задаваемый выражением (4), характеризует фазовый сдвиг в цепи связи. Система уравнений (1) описывает энергетическую сеть, как цепочку связанных осцилляторов, основываясь на модели Effective Network, предложенной в [1].

В ходе исследований были установлены области на плоскости управляющих параметров, соответствующие устойчивым синхронным режимам работы энергосети. В работе предлагается модификация элементов сети, позволяющая расширить области синхронной динамики и проводится анализ устойчивости синхронных режимов по отношению к внешним воздействиям. Данная модификация состоит во введении в уравнения осцилляторов нелинейной диссипации. Параметр диссипации D_i предполагается зависящим от мгновенной частоты $\dot{\delta}_i(t)$ по закону:

$$D_i = k|\dot{\delta}_i(t)| + D_{0i} \quad (6)$$

где k – некоторый безразмерный коэффициент, характеризующий степень нелинейности, D_{0i} – постоянная компонента параметра диссипации.

Список литературы

1. Nishikawa T., Motter A. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization // New Journal of Physics, 2015, 17, 15012.
<https://doi.org/10.1088/1367-2630/17/1/015012>

Реализация методики детекции акустического отклика циркулирующих в крови клеток меланомы в системе проточной фотоакустической цитометрии в прикладной программе на базе Android-смартфона

Д. Ю. Будник¹✉, Ю. М. Ишбулатов^{1,2}, А. С. Караваяев^{1,2,3}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²НИИ кардиологии ФГБОУ ВО Саратовский ГМУ им. В. И. Разумовского

³Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

✉ daniil.budnik@gmail.com

Меланома является самым агрессивным злокачественным новообразованием и быстро прогрессирует до тяжелых стадий. Появление метастаз снижает шанс выживания с 97% до 10% [1]. Для борьбы с меланомой необходима эффективная методика ранней детекции раковых клеток, циркулирующих в кровотоке. Однако принятые в медицинской практике методы, основанные на анализе небольших (до 50 мл) [1] образцов крови, не обеспечивают чувствительность выше 47% [2] или 58% для инвазивных методов с установкой катетера в артерию [3].

Метод проточной фотоакустической цитометрии, основанный на детектировании акустических откликов циркулирующих клеток меланомы на лазерные импульсы, потенциально позволяет детектировать единичные клетки меланомы во всем объеме крови [4]. Данная работа посвящена реализации известного метода детектирования откликов меланомы на базе Android-смартфона для расширения диагностических возможностей методики.

Установка проточной цитометрии использует генератор лазерных импульсов, направленный на крупный сосуд на тыльной стороне кисти. За 20 минут через сечение данного сосуда проходит значительная доля объема крови. Форменные элементы крови и циркулирующие клетки меланомы поглощают тепловую энергию лазера и расширяются, что ведет к генерации акустических откликов. Клетки меланомы темнее и поглощают большее количество тепла и производят более высокоамплитудные отклики [4].

Длительность лазерных импульсов составляет 2 нс на частоте 2 КГц. Акустические отклики регистрируются пьезосенсором. Аналого-цифровой

преобразователь оцифровывает 16 мкс акустического сигнала после каждого лазерного импульса.

На базе микроконтроллера ATmega328P был реализован модуль, подавляющий шумы в сигнале АЦП с помощью фильтра нижних частот и передающий ограниченный по полосе сигнал по телеметрическому Bluetooth-каналу на смартфон. Временные реализации сигнала визуализируются на экране смартфона в реальном времени (с прореживанием при визуализации), для них рассчитывается максимальный размах колебаний. Согласно методике, предложенной в [5], отклики меланомы обладают большим размахом по сравнению с откликами форменных элементов крови, что используется для их детектирования.

В ходе работы был разработан и изготовлен рабочий образец такой системы. Образец был протестирован на тестовых сигналах культуры клеток меланомы, инжесктированных в кровь мышей и контрольных образцах крови здоровых мышей без частиц меланомы. В ходе работы была оценена вероятность детекции циркулирующих в крови частиц, которая составила около 0.7. Ложноположительных выводов в тестах на 10 образцах крови с частицами меланомы выявлено не было.

Список литературы

1. *Mocellin S., Hoon D., Ambrosi A., Nitti D., Rossi C.R.* The prognostic value of circulating tumor cells in patients with melanoma: A systematic review and meta-analysis // *Clin Cancer Res.* 2006. Vol. 12, no. 15. P. 4605–4613.
2. *Hong B., Zu Y.* Detecting circulating tumor cells: current challenges and new trends // *Theranostics.* 2013. Vol. 3, no. 6. P. 377–394.
3. *Gorges T.M., Penkalla N., Schalk T., Joosse S. A., Riethdorf S., Tucholski J., Lücke K., Wikman H., Jackson S., Brychta N., Ahsen O., Schumann C., Krahn T., Pantel T.* Enumeration and molecular characterization of tumor cells in lung cancer patients using a novel in vivo device for capturing circulating tumor cells // *Clin Cancer Res.* 2016. Vol. 22. no. 9. P. 2197–206.
4. *Galanzha E.I., Menyaev Y.A., Yadem A.C., Sarimollaoglu M., Juratli M.A., Nedosekin D.A., Foster S.R., Jamshidi-Parsian A., Siege E.R., Makhou I., Hutchins L.F., Suen J.Y., Zharov V.P.* In vivo liquid biopsy using Cytophone platform for photoacoustic detection of circulating tumor cells in patients with melanoma // *Sci Transl Med.* 2019. Vol. 11. no. 496. eaat5857.
5. *Galanzha E.I., Shashkov E.V., Spring P.M., Suen J.Y., Zharov V.P.* In vivo, noninvasive, label-free detection and eradication of circulating metastatic melanoma cells using two-color photoacoustic flow cytometry with a diode laser // *Cancer Res.* 2009. Vol. 69, no. 20. P. 7926–7934.

Нейроподобный генератор с возбудимым и автоколебательным режимом*

*А. С. Васин*¹✉, *Д. И. Большаков*¹,
*М. А. Мищенко*¹, *И. В. Сысоев*^{1,2}

¹Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского

²Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н. Г. Чернышевского

✉ sania-vs.vasin@yandex.ru

Моделирование динамики нейронов и их сетей остается важным инструментом для понимания физиологии работы мозга и нервной системы. Актуальность разработки аппаратных моделей нейронов обусловлена возможностью электронных устройств работать с большими ансамблями в режиме реального времени. Кроме того, при моделировании биологических нейронов электронный нейрон является важным переходным этапом между численным и биологическим экспериментом.

В данной работе рассматривается модель нейроподобного генератора на основе ФАПЧ с полосовым RC-CR фильтром, которая имеет состояние равновесия при параметре расстройки частоты системы $\gamma < 0$ за счёт включения в цепь полосового фильтра параллельно дифференцирующему звену электронно-управляемого ключа с управляющей петлёй слежения за сигналом, описываемая системой (1). В остальном пространстве параметров наблюдаются различные автоколебательные режимы, соответствующие различным предельным циклам разной кратности в цилиндрическом фазовом пространстве.

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= y, \\ \frac{dy}{dt} &= z, \\ 3\varepsilon_1\varepsilon_2 \frac{dz}{dt} &= (\gamma - y)(d + 1) - (\varepsilon_1(d + 1) + 2\varepsilon_2)z - \varepsilon_2 \cos \varphi + \\ &+ h(\gamma) ((\gamma - y)d - (\varepsilon_1 d + \varepsilon_2)z - d \sin \varphi - \varepsilon_2 \cos \varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

где φ — текущая разность фаз подстраиваемого и опорного генератора,

*Работа выполнена при поддержке Гранта Президента для молодых учёных–докторов наук МД-3006.2021.1.2.

γ — начальная частотная расстройка, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — параметры инерционности фильтров, d — безразмерный параметр, h — функция Хэвисайда.

Ранее динамика нейроподобного генератора рассматривалась только в различных автоколебательных режимах численно [1] и экспериментально [2]. В фазовом пространстве модели существуют аттракторы вращательного типа различной сложности. Этим аттракторам соответствуют различные динамические режимы модели. В работе рассматривается динамика генератора. В данной же работе проводилось исследование модели нейроподобного генератора на основе ФАПЧ в состоянии равновесия при $\gamma < 0$. Вывести систему из состояния равновесия согласно работе [3] можно путём кратковременного изменения параметра γ в результате подачи прямоугольного возбуждающего импульса. Также в работе [3] было показано, что ключевую роль играет площадь подаваемого воздействия. В рамках данной работы была получена минимальная пороговая площадь единичного возбуждающего импульса $S = A\Delta t = 0.3$ В·мс, достаточная для генерации колебания при $\gamma = 0$, где A — амплитуда импульса, Δt — длительность импульса.

Список литературы

1. Мищенко М. А., Шалфеев В. Д., Матросов В. В. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 4. С. 122–130.
2. Мищенко М. А., Большаков Д. И., Матросов В. В. // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43, № 13. С. 10–18.
3. Мищенко М. А., Жукова Н. С., Матросов В. В. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 5. С. 5–19.

Носимое устройство для мониторинга глубины дыхания на основе тензометрического датчика*

*Д. М. Ежов^{1,2}✉, В. В. Сказкина^{1,2}, А. Н. Храмков^{1,2}, Е. В. Навроцкая^{1,2},
В. И. Гриднев^{1,3}, М. Д. Прохоров¹*

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

³Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского

✉ ezhovdmitryi@yandex.ru

О важности изучения синхронизации систем вегетативной регуляции кровообращения в организме человека свидетельствует обширная дискуссия по данному вопросу, нашедшая отражение в работах [1, 2]. Было показано, что степень синхронизации контуров вегетативного контроля частоты сердечных сокращений и тонуса артериальных вазомоторов друг с другом является важным диагностическим показателем состояния здоровья при различных патологиях кровообращения. Значительное внимание привлекают работы, посвящённые изучению синхронизации этих контуров с процессом дыхания [3]. Имеются свидетельства важности изучения взаимодействия и синхронизации перечисленных процессов для диагностики социально-значимых заболеваний, включая патологии сердечно-сосудистой системы и других органов и систем, например, COVID-19, так как динамика системы кровообращения выступает маркером патологических изменений в организме человека.

В работе [4] был проведён активный эксперимент, в процессе которого контролировали частоту дыхания человека и оценивали синхронизацию системы дыхания и систем симпатической регуляции. Для развития данных исследований в данной работе было разработано устройство и соответствующее программное обеспечение, которое позволяет контролировать не только частоту, но и глубину дыхания в подобных экспериментах.

Система включает в себя следующие элементы: тензометрический датчик дыхания (серийный сертифицированный датчик ООО Медиком-МТД), аналоговая схема, включая усилительный тракт и активные по-

*Работа выполнена при поддержке Стипендии Президента РФ СП-2261.2021.4, РФФИ № 20-02-00702.

лосовые фильтры, выполненные на основе прецизионных операционных усилителей Analog Devices, управляющий микроконтроллер серии Microchip ATmega48, аналого-цифровой преобразователь (АЦП) которого использовался для оцифровки экспериментальных данных, а арифметико-логическое устройство для управления устройством, интерфейса с пользователем, передачи данных, телеметрический блок на основе bluetooth-модуля на базе чипа CSR BC417143 для передачи данных в персональный компьютер или смартфон для визуализации, обработки и анализа, схема автономного питания на базе Li-Pol аккумуляторных батарей и схема их зарядки.

В ходе проведенных исследований был создан опытный образец разработанного аппаратно-программного комплекса, имеющий следующие технические характеристики: габариты носимого блока: $120 \times 60 \times 35$ мм, масса: 0.130 кг, полоса пропускания аналогового тракта: 0.03–30 Гц, частота дискретизации АЦП: 100 Гц, разрядность квантования АЦП: 8 бит, пропускная способность беспроводного канала передачи данных: 1 Мбит/с.

Работоспособность устройства была продемонстрирована в ходе сопоставления сигналов, зарегистрированных разработанным устройством и серийным сертифицированным регистратором Энцефалан-131-03, использующим аналогичный датчик в ходе регистрации сигналов трех здоровых испытуемых.

Список литературы

1. Киселев А. Р., Караваев А. С., Гриднев В. И., Прохоров М. Д., Пономаренко В. И., Боровкова Е. И., Посненкова О. М., Шварц В. А., Безручко Б. П. Метод оценки степени синхронизации низкочастотных колебаний в вариабельности ритма сердца и фотоплетизмограмме // Кардио-ИТ. 2016 Т. 3, вып. 1. С. E0101.
2. Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Karavaev A. S., Kiselev A. R., Gridnev V. I., Bezruchko B. P. Synchronization of low-frequency oscillations in the cardiovascular system: Application to medical diagnostics and treatment // The European Physical Journal Special Topics. 2013 Vol. 222. P. 2687–2696.
3. Караваев А. С., Ишбулатов Ю. М., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Киселев А. Р., Безручко Б. П. Модель сердечно-сосудистой системы человека с автономным контуром регуляции среднего артериального давления // Физиология человека. 2017 Т. 43, № 1. С. 70–80.
4. Боровкова Е. И., Караваев А. С., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Безручко Б. П. Диагностика частотного захвата в условиях воздействия сигналом переменной частоты // Известия РАН. Серия Физическая. 2011 Т. 75, № 12. С. 1704–1708.

Молекулярно-динамическое моделирование высокоскоростного нагружения фосфорена*

И. Д. Колесников✉, *И. А. Шепелев*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

✉ kole200@yandex.ru

Фосфорен, широко известный своей превосходной термической стабильностью, недавно был вновь открыт в двумерной форме вслед за недавней тенденцией создания различных новых материалов с уменьшенными размерами, где кристаллы толщиной в один атом составляют большой набор материалов, охватывающих широкий спектр свойств. Анализ работ, посвященных изучению влияния высоких скоростей деформации на структуру и свойства двумерных материалов, выявил существенное отличие от таковых при обычных скоростях деформации. Например, в экспериментальном исследовании [1] было показано, что углеродные нанотрубки повреждаются гораздо сильнее при сжатии ударной волной, чем при статическом сжатии при том же уровне давления. Графен обладает потенциалом поглощения ударных волн без разрушения или в качестве промежуточного слоя для отражения и затухания ударной волны. Обсуждаются потенциальные возможности применения нескольких 2D-материалов в баллистических приложениях. Исследования эволюции структуры различных объемных конформаций (наносcrollов, фуллеренов, нанотрубок) графена и нитрида бора при столкновении с препятствием были проведены в работе [2], где было показано, что сценарий эволюции структуры при столкновении сильно зависит от начальной скорости и ориентации. В связи с тем, что двумерный фосфорен является материалом с широким спектром потенциальных применений, где существует значительная вероятность высокоскоростного нагружения, исследование его механического поведения и механизмов аккомодации деформаций при высокоскоростных нагрузках является важной задачей, решаемой в данной работе. Моделирование проводилось методом молекулярной динамики с использованием эмпирических потенциалов межатомного взаимодействия в программном пакете LAMMPS. Ранее

*Работа поддержана Советом при Президенте Российской Федерации по государственной поддержке молодых российских ученых, грант № МК-815.2020.2.

было показано, что этот метод является эффективным инструментом для исследования различных эффектов в кристаллах, например нелинейной динамики решеток, эволюции структуры и механических свойств при нагружении, фазовых превращений и многих других явлений. Для описания взаимодействия между атомами фосфора в рассматриваемой работе используется потенциал Стиллинжера–Веббера. В данной работе проводится подробный анализ количественных структурных параметров и каналов рассеяния энергии в гексагональной решетке фосфорена, подвергнутой ударному нагружению. Это внешнее воздействие приводит к образованию в материале ударной волны. Показано, что ударные волны могут быть инициированы путем подачи начального импульса в один атомный ряд в направлении, нормальном к этому ряду. В то же время такие начальные условия не соответствуют стабильному профилю ударной волны, но она формируется после достаточно короткого переходного периода около 0.1–0.2 пс. Показано, что ударные волны в исследуемом материале могут распространяться только в двух кристаллографических направлениях – зигзаг и кресло. Во всех случаях ударные волны распространяются быстрее скорости звука в исследуемом материале. Исследованы механизмы распространения ударной волны.

Список литературы

1. *Naimark O. B., Bayandin Y. V., Zocher M. A.* Collective properties of defects, multiscale plasticity, and shock induced phenomena in solids // *Physical Mesomechanics*. 2017. Vol. 20, no. 1. P. 10–30.
2. *Hosseini-Hashemi S., Sepahi-Boroujeni A., Sepahi-Boroujeni S.* Analytical and molecular dynamics studies on the impact loading of single-layered graphene sheet by fullerene // *Applied Surface Science*. 2018. Vol. 437. P. 366–374.

Новый метод диагностики фазовой синхронизации контуров вегетативного контроля кровообращения в реальном времени*

*А. В. Курбако¹✉, Е. И. Боровкова^{1,2}, А. Н. Храмов¹,
Д. М. Ежов¹, Д. Д. Кульминский^{1,2}*

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

✉ kurbako.sasha@mail.ru

Анализ нестационарных сигналов является важной задачей современной нелинейной динамики [1]. Однако, анализ временных рядов сложных объектов требует разработки специализированных методов [2]. Важными примерами таких систем являются объекты биологической природы, в частности, элементы сердечно-сосудистой системы (ССС) человека.

Ранее был предложен метод диагностики участков фазовой синхронизации по сигналам ССС. Метод основан на оценке углового коэффициента аппроксимирующей прямой сигнала мгновенной разности фаз $\Delta\varphi(t)$ в скользящих окнах шириной b_α . Интервал диагностируется как участок фазовой синхронизации, если его длительность более l_α и $|\alpha_i| \leq |\alpha_0|$, где α_0 – пороговое значение [3]. Метод имеет ряд недостатков, среди которых невозможность априорно оценить значения свободных параметров, квадратичная сложность и использование при расчётах арифметики с плавающей точкой.

Предлагаемый подход развивает идеи, предложенные в [4]. Метод основан на усреднении значений мгновенной разности фаз $\Delta\varphi(t)$ в скользящих окнах шириной w . Пусть h_i – усреднённое значение для i -го окна. i -е окно диагностируется как интервал фазовой синхронизации, если $\Delta h_i = |h_i - h_{i-1}| \geq h$, где h – пороговое значение. Параметры нового метода, в отличие от предложенного ранее, могут быть оценены из априорных соображений о данных.

Для настройки и проверки сравниваемых методов использовалась модель генерации тестовой мгновенных разностей фаз $\Delta\varphi(t)$, аналогичный [5]. Имея априорную информацию о положении участков синхрони-

*Работа поддержана РФФИ, грант № 20-02-00702 и МК-2723.2021.4.

зации были построены ROC-кривые (рис. 1). Видно, что новый метод имеет схожие статистические свойства, что и предложенный ранее. Для количественного сопоставления результатов ROC-анализа рассчитывался индекс AUC. Для известного метода AUC составило 0.91, а для разработанного нами подхода AUC – 0.90. Однако, меньшая вычислительная сложность и возможность априорной оценки параметров позволяет использовать новый метод при решении задачи построения носимой малогабаритной аппаратно-программной системы скрининг-анализа данных в реальном времени.

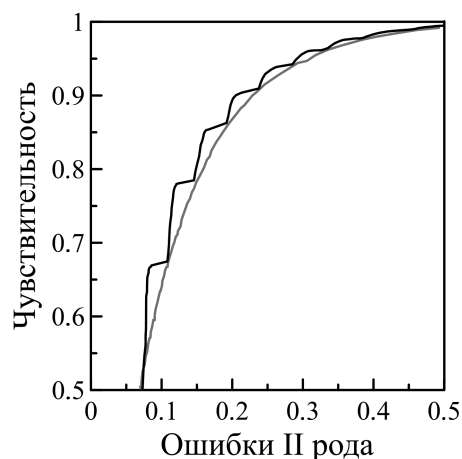


Рис. 1. ROC-кривые, построенные в ходе сопоставления методов. Черная линия – известный метод, серая линия – предложенный подход

Список литературы

1. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences//Cambridge: Cambridge University Press. 2001. 411 с.
2. *Безручко Б. П., Смирнов Д. А.* Математическое моделирование и хаотические временные ряды // Саратов: ГосУНЦ «Колледж». 2005. 299 с.
3. *Karavaev A. S., Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Kiselev A. R., Gridnev V. I., Ruban E. I., Bezruchko B. P.* Synchronization of low-frequency oscillations in the human cardiovascular system//Chaos. 2009. Vol. 19. P. 033112.
4. *Боровкова Е. И., Караваяев А. С., Киселев А. Р., Шварц В. А., Миронов С. А., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Метод диагностики синхронизованности 0.1-Гц ритмов вегетативной регуляции сердечно-сосудистой системы в реальном времени // Анналы аритмологии. 2014. Т. 11, №. 2. P. 129–136.
5. *Боровкова Е. И., Караваяев А. С., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Сопоставление методов диагностики фазовой синхронизованности по тестовым данным, моделирующим нестационарные сигналы биологической природы // Известия Саратовского университета Новая серия Физика. 2015. Т. 15. В. 3. С. 36–42.

Спектральный анализ процессов вегетативной регуляции кровообращения различных возрастных групп испытуемых во сне и бодрствовании*

*А. Н. Храмков¹✉, В. В. Сказкина¹, Ю. М. Ишбулатов^{1,2,3},
Д. Д. Кульминский^{1,2}, Е. Ю. Павлова¹, Е. Г. Сафаров¹, Е. И. Боровкова^{1,2,3}*

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

³Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского
✉ anhrankov@gmail.com

В ряде работ показана важность исследования индивидуальной и коллективной динамики процессов вегетативной регуляции кровообращения для понимания фундаментальных принципов функционирования сердечно-сосудистой системы и решения прикладных задач медицинской диагностики [1–5].

Целью работы является исследование изменения мощности Фурье-спектров колебаний RR-интервалов и дыхания в низкочастотном диапазоне 0.04–0.15 Гц и высокочастотном диапазоне 0.15–0.4 Гц (связываемых преимущественно с симпатической и парасимпатической регуляцией соответственно) у здоровых испытуемых в различных возрастных группах, в бодрствовании и разных стадиях сна.

Мы проанализировали 8 часовые записи электрокардиограммы (ЭКГ) и дыхания 96 здоровых испытуемых (в возрасте от 20 до 83 лет), записанные в рамках проекта SIESTA [6]. Для каждого испытуемого извлекали по одному участку, соответствующему стадии бодрствования, сна с быстрым движением глаз (REM), легкого сна и глубокого сна, длительностью 5 минут. Из сигналов ЭКГ выделялись эквидистантные временные ряды RR-интервалов.

Для сигналов дыхания и RR-интервалов оценивали среднюю мощность Фурье-спектров в диапазоне частот 0.15–0.4 Гц HF_{RR} и диапазоне частот 0.05–0.15 Гц LF_{RR} соответственно.

Анализ данных, полученных от здоровых испытуемых во время сна и бодрствования, без учёта их возраста, показывает изменение средней спектральной мощности LF колебаний сигнала RR-интервалов и HF колебаний сигнала дыхания с переходами между стадиями сна. Отличия LF

*Работа выполнена при поддержке гранта МК-2325.2021.1.2.

колебаний сигнала RR-интервалов характеризуется более высокой спектральной мощностью во время быстрого сна, более низкой во время бодрствования и легкого сна и самой низкой во время глубокого сна. Для HF колебаний сигнала дыхания стратификация стадии сна характеризуется более высокой спектральной мощностью во время глубокого сна. Наблюдается устойчивое сохранение стратификации стадий сна во всех возрастных группах.

Наши результаты показывают, что процессы симпатической и парасимпатической регуляции кровообращения демонстрируют изменение индивидуальной динамики в связи с переходами между стадиями сна, которые не нарушаются в процессе здорового старения.

Список литературы

1. *Karavaev A. S., Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Kiselev A. R., Gridnev V. I., Ruban E. I., Bezruchko E. I.* Synchronization of low-frequency oscillations in the human cardiovascular system // *Chaos*. 2009. Vol. 19, no. 3. 033112.
2. *Rienzo M. D., Parati G., Radaelli A., Castiglioni P.* Baroreflex contribution to blood pressure and heart rate oscillations: time scales, time-variant characteristics and nonlinearities // *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2009. Vol. 367. P. 1301–1318.
3. *Bernardi L., Radaelli A., Solda P. L., Coats A. J. S., Reeder M., Calciati A., Garrard C. S., Sleight P.* Autonomic control of skin microvessels: assessment by power spectrum of photoplethysmographic waves // *Clinical Science*. 1996. Vol. 90. P. 345–355.
4. *Kiselev A. R., Borovkova E. I., Shvartz V. A., Skazkina V. V., Karavaev A. S., Prokhorov M. D., Ispiryan A. Y., Mironov S. A., Bockeria O. L.* Low-frequency variability in photoplethysmographic waveform and heart rate during on-pump cardiac surgery with or without cardioplegia // *Sci. Rep.* 2020. Vol. 10, no. 1. 2118.
5. *Kiselev A. R., Karavaev A. S., Gridnev V. I., Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Borovkova E. I., Shvartz V. A., Ishbulatov Yu. M., Posnenkova O. M., Bezruchko B. P.* Method of estimation of synchronization strength between low-frequency oscillations in heart rate variability and photoplethysmographic waveform variability // *Russ. Open Medical J.* 2016. Vol. 5, no. 1. e0101.
6. *Klösch G., Kemp B., Penzel T., Schlögl A., Rappelsberger P., Trenker E., Gruber G., Zeithofer J., Saletu B., Herrmann W. M., Himanen S. L., Kunz D., Barbanoj M. J., Röschke J., Värri A.* The SIESTA project polygraphic and clinical database // *IEEE Eng. Med. Biol. Mag.* 2001, Vol. 20, no. 3. P. 51–57.

Управляемый интерферометр Маха-Цендера на основе магнанных микроструктур*

О. А. Водолагин[✉], А. В. Садовников

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

[✉] mr.vodolagin@yandex.ru

Новым перспективным направлением в обработке информации является разработка систем, которые используют в качестве носителей информации магноны: квазичастицы, связанные с собственными возбуждениями магнитных материалов, известными как спиновые волны [1]. Одним из элементов таких систем может служить рассматриваемый интерферометр Маха–Цендера с управляющими элементами. В работе показана возможность управления сигналом в ферромагнитном интерферометре за счет зоны локального изменения магнитного поля.

На данный момент уже продемонстрирована возможность реализации логических операций на основе интерферометра Маха–Цендера с внедрением в структуру в качестве управляющего элемента проводника с током [2].

Рассматриваемый ферромагнитный интерферометр представляет собой устройство, содержащее размещенный на подложке из пленки галлий-гадолиниевого граната (ГГГ) микроволновод из пленки железоиттриевого граната (ЖИГ), выполненный в виде интерферометра Маха–Цендера, имеющего разделитель в виде отверстия в пленке, размещенные на сплошных частях микроволновода входной и выходной преобразователи магнитостатических волн в виде микрополосковых антенн, источник внешнего магнитного поля с направлением по касательной к микроволноводу, зону локального изменения магнитного поля.

Небольшое изменение поля в одном из плеч структуры приводит к деструктивной интерференции спиновых волн в правой части интерферометра и изменению общей амплитуды сигнала на выходе.

С помощью микромагнитного моделирования путем решения уравнения Ландау–Лифшица методом конечных разностей исследовано распространение спиновых волн в ферромагнитной структуре, подобраны

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (20-79-10191).

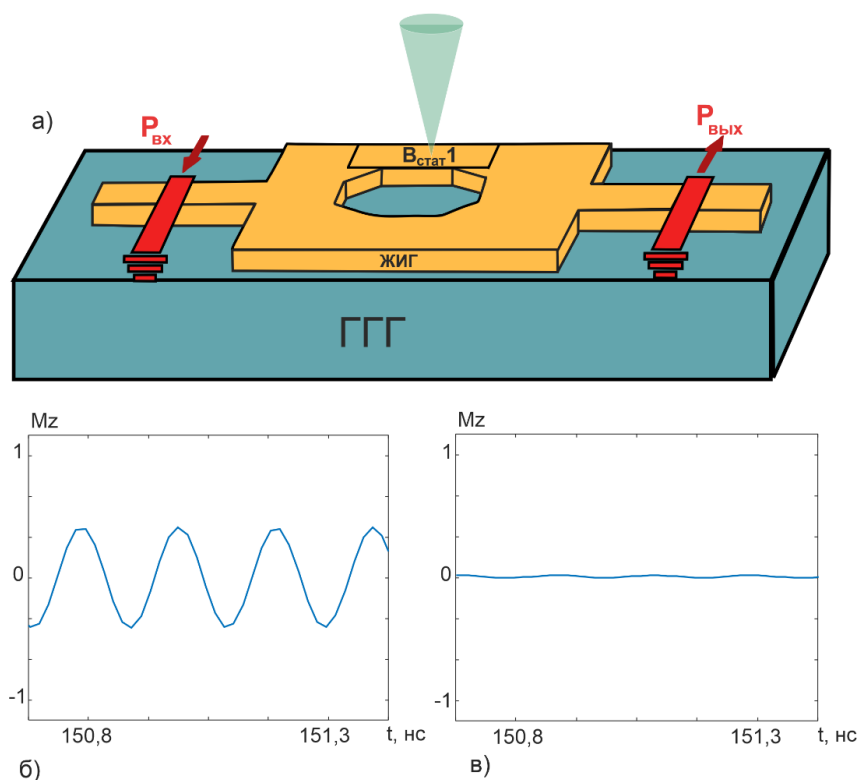


Рис. 1. (а) Схема интерферометра Маха-Цендера с управляющим элементом $B_{\text{стат}1}$. (б) Сигнал на выходе при $B_{\text{стат}1} = 0$ (в) Сигнал на выходе при $B_{\text{стат}1} = 10\text{Э}$

оптимальные параметры геометрии, определен диапазон управляющего параметра и его значения для получения деструктивной интерференции волн на выходе.

Список литературы

1. Chumak A., Serga A., Hillebrands B. Magnon transistor for all-magnon data processing // Nat Commun. 2014. Vol. 5. P. 4700.
2. Booske J. H., Doobbs R. J., Joye C. D., Kory C. L., Neil G. R., Park G.-S., Park J., Temkin R. J. Vacuum electronic high power terahertz sources // IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. 2011. Vol. 1, no. 1. P. 54–75.

Исследование синхронизации гиротрона внешним сигналом на основе модифицированной квазилинейной теории*

Н. В. Григорьева^{1,2}, Н. М. Рыскин^{1,2}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

✉ preobnv@gmail.com

В настоящее время одним из наиболее важных приложений гиротронов является электронно-циклотронный нагрев плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза (УТС) [1]. В связи с этим активно развиваются исследования в области синхронизации гиротрона внешним сигналом [2].

В настоящей работе синхронизация гиротрона внешним сигналом исследуется на основе модифицированной квазилинейной модели. Уравнение возбуждения гиротрона можно записать в виде

$$\frac{dA}{d\tau} + A = I_0 \Phi(|A|^2, \Delta_H) + 2f e^{i\Omega\tau}, \quad (1)$$

где A – безразмерная комплексная амплитуда, I_0 – безразмерный параметр, имеющий смысл нормированного тока, Δ_H – расстройка циклотронного резонанса, $\Phi = \Phi' + i\Phi''$ – комплексная электронная восприимчивость, f – амплитуда внешнего сигнала, а Ω – безразмерная отстройка частоты внешнего воздействия от собственной частоты, τ – безразмерное время.

Функция восприимчивости рассчитывалась с помощью интегрирования уравнений движения электронов в гиротроне при постоянных A и Δ_H , а затем проводилось интерполирование по двум переменным.

Как правило, максимальный КПД гиротрона реализуется в режиме жесткого возбуждения, что приводит к появлению ряда отличий от хорошо изученной картины синхронизации в генераторе с мягким возбуждением [3]. Например, существует так называемый режим регенеративного усиления, когда в автономном гиротроне колебания невозможны, однако при воздействии внешнего сигнала возможно установление вынужденных колебаний, амплитуда которых почти так же велика, как и в режиме

*Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект № 19-79-00307).

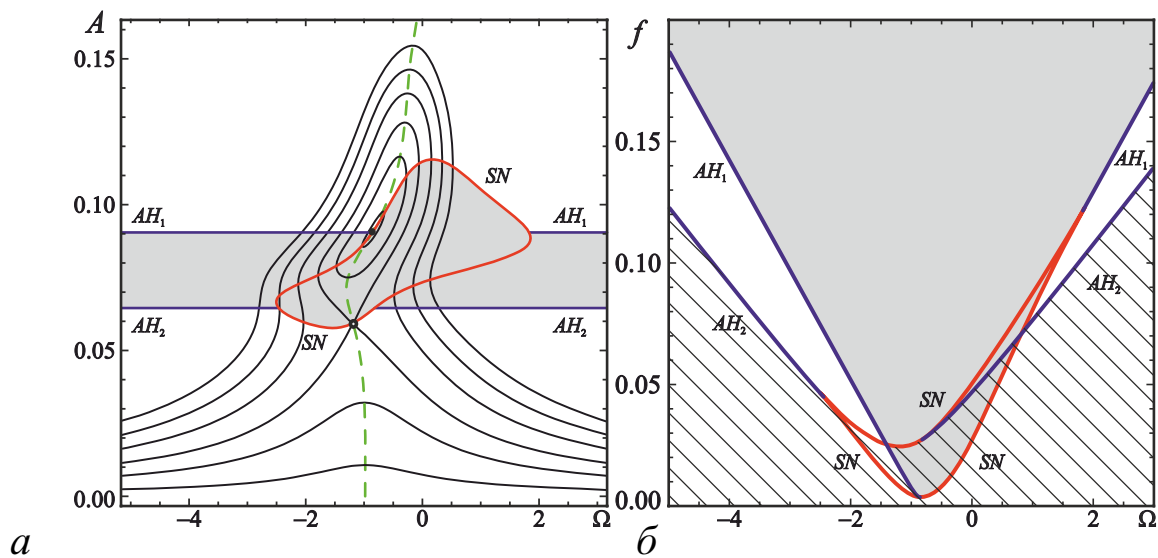


Рис. 1. Резонансные кривые (а), языки синхронизации (б) в случае регенеративного усиления. На рис. 1, а закрашена область неустойчивых состояний. На рис. 1, б закрашена область синхронизации, заштрихована область вынужденных колебаний с малой амплитудой

жесткого возбуждения. На рис. 1 приведен пример резонансных кривых и языка синхронизации для этого случая. На рисунке нанесены линии седлоузловой бифуркации (SN) и бифуркации Андронова–Хопфа (AH). Область синхронизации ограничена линиями SN и AH_1 (на рис. 1, б эта область закрашена серым). Она соответствует границе верхней устойчивой области на рис. 1, а. Второй язык ограничивает сверху область вынужденных колебаний (на рис. 1, б эта область заштрихована), что соответствует границе нижней устойчивой области на рис. 1, а.

Таким образом, в данной работе построены и проанализированы резонансные кривые, т. е. зависимости амплитуды синхронизованных колебаний от частоты Ω при различных амплитудах внешнего сигнала f . Найдены условия устойчивости режимов синхронизации и построены языки синхронизации, т. е. области устойчивости на плоскости параметров Ω, f . Переход в режим синхронизации может осуществляться в соответствии с известными механизмами захвата частоты и подавления собственных колебаний (синхронизация гашением).

Список литературы

1. Thumm M. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. Vol. 42, No. 3. P. 590–599.
2. Новожилова Ю. В., Денисов Г. Г., Глявин М. Ю. и др. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25. № 1. С. 4–11.
3. Yakunina K. A., Kuznetsov A. P., Ryskin N. M. // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22. No. 11. 113107.

Формирование и исследование копланарной линии передачи на гибкой диэлектрической подложке*

*И. С. Ожогин*¹✉, *И. О. Кожевников*¹,
*А. А. Сердобинцев*¹, *А. В. Стародубов*^{1,2}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
✉ ozshoginis@gmail.com

В силу широкого спектра применения (телекоммуникации, датчики, сенсоры и т. п.) бурное развитие гибкой электроники не останавливается и в настоящее время [1,2,5]. Целью данной работы является изучение взаимодействия импульсного лазерного излучения наносекундной длительности с тонкими медными пленками на гибкой диэлектрической подложке для создания гибких планарных структур (линии передачи, фильтры, антенны и т. д.) в СВЧ диапазоне. В качестве гибкой диэлектрической подложки была использована полиимидная пленка толщиной 100 μm , на которую в процессе магнетронного распыления наносилась медная пленка толщиной 4 μm [4, 5]. Лазерная абляция осуществлялась с использованием лазерного станка МиниМаркер 2–20А4 с длиной волны лазерного излучения 1.064 μm , длительность импульсов 14 ns, частотой следования импульсов 100 kHz, максимальная (100%) энергия в импульсе лазера – 96 μJ , скорость перемещения лазерного луча – 1000 mm/s. Результат воздействия наносекундными лазерными импульсами оценивался по отсутствию проводимости поверхности после обработки, а также по морфологии. Установлено, что при энергии лазерного излучения в 43–45% от максимальной энергии в импульсе медное покрытие удалялось полностью при отсутствии термического повреждения подложки. На основе выбранного режима была изготовлена структура в виде копланарной линии передачи длиной 3 см с СВЧ разъемами типа SMA (рис. 1,А). С помощью векторного анализатора цепей получены результаты предварительного экспериментального исследования потерь на пере-

*Работа поддержана РФФ, грант № 17-79-20243.

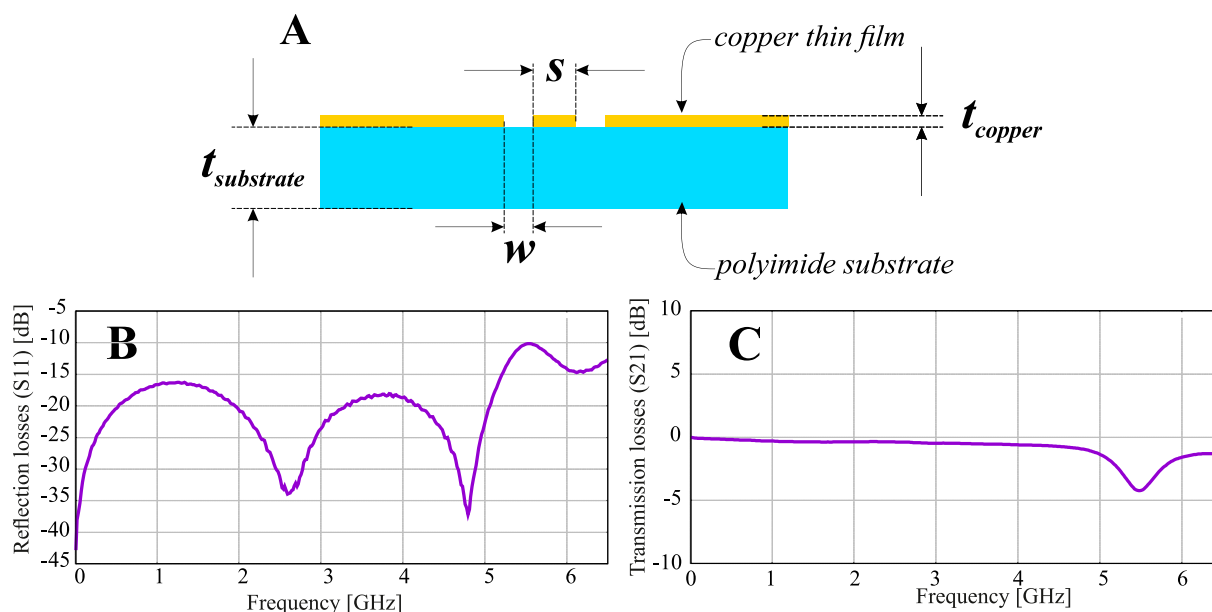


Рис. 1. Схема копланарной линии передачи (A): $t_{\text{substrate}} = 100 \mu\text{m}$, $t_{\text{copper}} = 4 \mu\text{m}$, $w = 2 \text{ mm}$, $s = 0.13 \text{ mm}$ и результаты экспериментального исследования: возвратные потери (B) и потери на передачу (C)

дачу и отражение в диапазоне частот до 6.5 GHz (рис. 1, B и 1, C). Таким образом, в ходе работы установлен эффективный режим селективного удаления медного покрытия с гибкой полиимидной подложки, получены результаты предварительных экспериментальных исследований.

Список литературы

1. Nathan A., et. al. Flexible Electronics: The Next Ubiquitous Platform // Proc. of the IEEE. 2012. vol. 100. no. Special Centennial Issue, P. 1486–1517.
2. Godlinski D. Zichner R. Zöllmer V. Baumann R. R. Printing technologies for the manufacturing of passive microwave components: antennas // IET Microw. Antennas Propag. 2017. vol. 11, no. 14, P. 2010–2015.
3. Starodubov A. V., Galushka V. V., Serdobintsev A. A., Pavlov A. M., Korshunova G. A., Ryabukho P. V., Gorodkov S. Y. A Novel Approach for Fabrication of Flexible Antennas for Biomedical Applications // 18th Mediterranean Microwave Symposium (MMS), Istanbul, Turkey, 2018. P. 303–306
4. Starodubov A. V., Serdobintsev A. A., Galushka V. V., Ryabukho, P. V., Kozhevnikov I. O., Pavlov A. M. Study of flexible monopole antenna with coplanar feeding structure fabricated by magnetron sputtering and laser ablation technologies // Antennas Design and Measurement International Conference (ADMInC). 2019, P. 138–140.

Разработка миниатюрной лампы бегущей волны терагерцового диапазона частот с многолучевым электронным потоком

А. Э. Плоских^{1,2}✉, Н. М. Рыскин^{1,2}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

✉ andreyploskih@gmail.com

Важной проблемой современной электроники является освоение суб-терагерцового диапазона частот. Миниатюрные электровакуумные приборы могут найти широкое применение в современных системах безопасности и противодействия терроризму, в системах высокоскоростной беспроводной передачи данных, в радиолокационных системах и т.д. Одним из наиболее перспективных приборов является классический прибор вакуумной СВЧ-электроники – лампа бегущей волны (ЛБВ), которая может обеспечить как высокую выходную мощность в непрерывном режиме работы (до нескольких сотен Ватт), так и широкую полосу усиливаемых частот.

В настоящее время большой интерес привлекают ЛБВ с ЗС типа сдвоенной гребенки и ленточным ЭП [1]. Схема ЗС, состоящей из двух гребенок, сдвинутых на половину периода, представлена на рис. 1а. Также в ряде работ рассматривались подобные приборы с многолучевыми ленточными пучками [2].

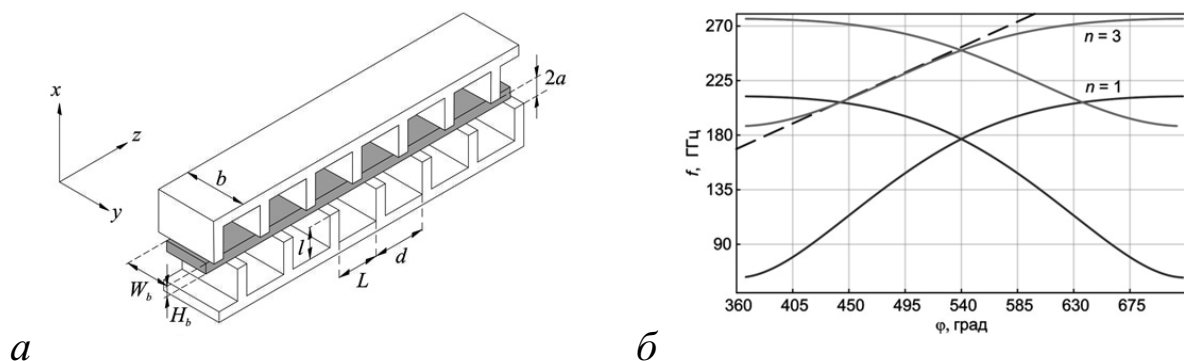


Рис. 1. Схема замедляющей системы типа сдвоенная гребенка (а) и дисперсионная характеристика 1 и 3 мод ЗС (б). Штриховой линией показана дисперсионная характеристика ЭП при напряжении 21.4 кВ

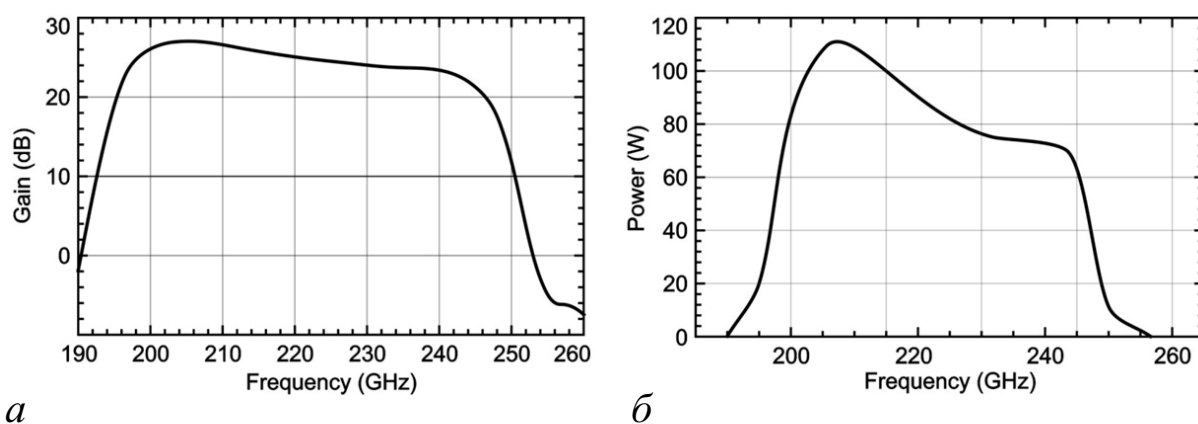


Рис. 2. Зависимость коэффициента усиления от частоты (а) и Зависимость мощности выходного сигнала от частоты (б)

Нами исследовалась возможность создания ЛБВ, в которой трехлучевой ленточный ЭП взаимодействует с высшей поперечной модой ЗС, имеющей три вариации поля вдоль широкой стенки структуры [3]. Были найдены оптимальные параметры ЗС и рассчитаны основные электродинамические характеристики. На рис. 1б приведена дисперсионная характеристика ЗС.

Было проведено 3D моделирование линейных и нелинейных режимов усиления в трехлучевой ЛБВ в среде CST Studio Suite. На рис. 2а представлена зависимость коэффициента усиления от частоты при мощности входного сигнала 500 мВт. Ток каждого пучка составляет 70 мА, т. е. полный ток 210 мА. Видно, что усиление свыше 20 дБ достигается в широкой полосе частот от 195 до 245 ГГц. На рис. 2б представлена соответствующая зависимость выходной мощности от частоты. В диапазоне частот 195–245 ГГц мощность сигнала превышает 70 Вт, а максимальная выходная мощность составляет 110 Вт на частоте 210 ГГц.

Список литературы

1. *Shin Y. M., Barnett L. R., Luhmann N. C.* Phase-shifted traveling-wave-tube circuit for ultrawideband high-power submillimeter-wave generation // *IEEE Trans. Electron Devices*. 2009. Vol. 56, no. 5. P. 706–712.
2. *Gee A., Shin Y. M.* Gain analysis of higher-order-mode amplification in a dielectric-implanted multi-beam traveling wave structure // *Phys. Plasmas*, 2013. Vol. 20, no. 7, 073106.
3. *Плоских А. Э., Рыскин Н. М.* Моделирование лампы бегущей волны суб-ТГц диапазона с многолучевым ленточным электронным пучком // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*. 2019. Т. 19, № 2. С. 113–121,

Анализ режимов наносекундной лазерной абляции тонких медных пленок на диэлектрических подложках в случае ненулевой скорости перемещения лазерного луча*

*И. И. Расулов¹✉, И. О. Кожевников¹, А. А. Сердобинцев¹,
А. М. Захаревич¹, А. В. Стародубов^{1,2}*

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

✉ rasulov.ilya@mail.ru

Для эффективного использования процесса импульсной лазерной абляции в целях изготовления миниатюрных планарных структур на диэлектрических подложках необходим детальный анализ и оптимизация режимов микрообработки [1]. Целью данной работы является проведение расчёта на основе экспериментальных данных погонной интенсивности лазерного излучения в случае ненулевой скорости перемещения лазерного луча и определение её порогового значения, необходимого для эффективного удаления медной пленки микронной толщины. Расчёты были проведены для случая лазерного луча с равномерным распределением интенсивности по сечению пучка [1] (упрощенный случай) и для случая Гауссова лазерного пучка [2] (соответствует условиям эксперимента). Все расчеты производились в среде Wolfram Mathematica. Распределение плотности энергии по сечению лазерного пучка, соответствующее Гауссовому распределению имеет вид [2]:

$$F(x, y) = F_0 e^{\frac{-2(x-x_0)^2 + 2(y-y_0)^2}{r_0^2}}, \quad (1)$$

где x_0 и y_0 – координаты центра лазерного пучка, r_0 – радиус лазерного пучка, а максимальное значение плотности энергии в центре лазерного пучка $F_0 = \frac{2E_p}{\pi r_0^2}$ определяется энергией одиночного импульса E_p .

В ходе эксперимента использовался лазерный станок Минимаркер 2 – 204 с следующими параметрами лазерного излучения: длительность лазерного импульса 8 нс, средняя мощность 6 Вт, частота следования импульсов 100 кГц, скорость следования луча лазера регулировалась от

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-07-00929).

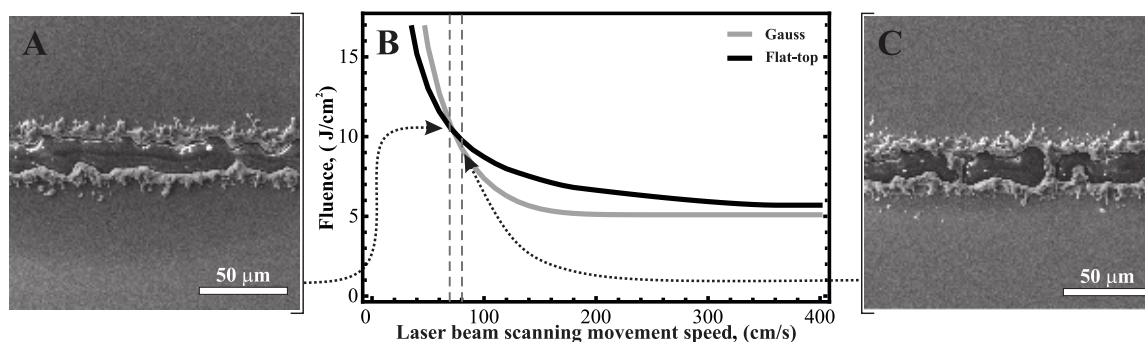


Рис. 1. Зависимость плотности мощности от скорости (B). Серая линия соответствует расчётам с учётом равномерного распределения интенсивности по сечению лазерного луча, чёрная линия – распределению по Гауссу. На фотографии (A) слева представлена фотография с сканирующего электронного микроскопа результата микрообработки при скорости перемещения лазерного луча 70 см/с, а на фотографии (C) справа – при скорости 80 см/с

10 до 400 см/с с шагом в 10 см/с, радиус лазерного луча в зоне фокуса при вышеуказанных параметрах составил 18 мкм. В качестве образца для микрообработки использовалась пленка меди толщиной 2 мкм на диэлектрической подложке в виде покровного стекла для микроскопов. Шаблон для микрообработки выступала линия длиной 2 мм. Анализ результатов микрообработки с помощью сканирующей электронной микроскопии показал, что при скорости в 70 см/с наблюдается эффективное удаление материала, в то время как при 80 см/с в зоне абляции наблюдаются остатки материала. Таким образом, погонное значение интенсивности лазерного излучения при скорости перемещения лазерного луча в 70 см/с выступает пороговым значением для эффективного удаления медного покрытия толщиной 2 мкм. В дальнейшем полученные результаты будут распространены на медные покрытия разной толщины. Установленная зависимость позволит прогнозировать режимы эффективного удаления покрытий при разной скорости перемещения лазерного луча и мощности лазерного излучения.

Список литературы

1. Расулов И. И., Галушка В. В., Сердобинцев А. А., Кожевников И. О., Стародубов А. В. Влияние параметров наносекундного лазерного излучения на процесс абляции тонких медных металлических пленок на твердой диэлектрической подложке // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика» Сборник трудов XV Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 2020, с. 205–206.
2. Zemaitis A., Gaidys M., Brikas M., GeCys P., RaCiukaitis G., Gedvilas M. Advanced laser scanning for highly-efficient ablation and ultrafast surface structuring: experiment and model // Sci. Rep. 2018. Vol. 8. 17376.

Формирование солитонов самоиндуцированной прозрачности в потоке циклотронных электронов-осцилляторов при возбуждении непрерывным сигналом*

А. А. Ростунцова^{1,2}✉, Н. М. Рыскин^{2,3}

¹Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

²Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

³Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В. А. Котельникова РАН

✉ rostuncova@mail.ru

Задача преобразования непрерывного микроволнового излучения в периодическую последовательность ультракоротких импульсов (УКИ) актуальна для ряда практических приложений, см., например, [1]. Весьма эффективным оказывается подход, основанный на перенесении в классическую электронику методов, хорошо известных в квантовой оптике. Так, в работе [2] было показано, что при резонансном циклотронном взаимодействии непрерывного СВЧ излучения со встречным потоком возбужденных электронов-осцилляторов может наблюдаться генерация последовательности УКИ – солитонов самоиндуцированной прозрачности. В данной работе это явление исследуется с точки зрения развития в системе модуляционной неустойчивости (МН).

Электронно-волновое взаимодействие в рассматриваемой модели описывается системой уравнений, широко известной из литературы (см., например, [2]):

$$\frac{\partial a}{\partial t} - \frac{\partial a}{\partial z} = -p, \quad \frac{\partial p}{\partial z} + ip(\delta + |p|^2) = a, \quad (1)$$

где t, z – безразмерные время и координата соответственно, p – нормированный поперечный импульс электронов, a – безразмерная комплексная амплитуда поля волны, δ – начальная расстройка циклотронного резонанса. Для решений в виде монохроматической волны было получено нелинейное дисперсионное соотношение (3):

$$(\omega + k)(k - \delta - |P_0|^2) = -1. \quad (2)$$

Его анализ показал, что в исследуемой системе существует полоса непропускания, границы которой опускаются вниз по частоте с увеличением

*Работа поддержана Российским научным фондом, грант № 19-72-10119.

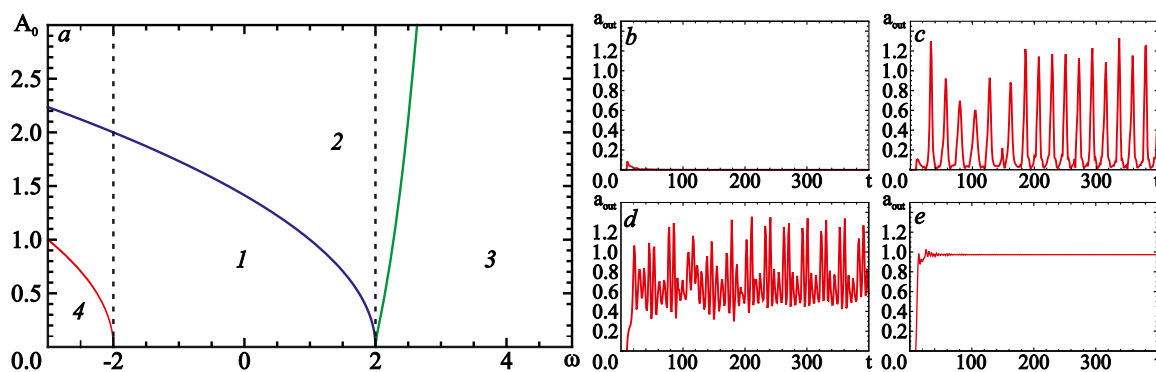


Рис. 1. Теоретическое разбиение плоскости параметров частота ω – амплитуда A_0 входного сигнала (а) на области непропускания (1), генерации последовательности солитонов (2) и стационарного прохождения сигнала (3,4), а также полученные в численных расчетах для $A_0 = 1$ осциллограммы выходного сигнала в режимах непропускания $\omega = 1.0$ (b), близкой к периодической $\omega = 1.5$ (c) и хаотической $\omega = 2.0$ (d) генерации последовательности импульсов и стационарного прохождения сигнала $\omega = 3.5$ (e), $\delta = 0$

мощности сигнала. Установлено, что на верхней ветви дисперсионной характеристики имеет место МН, причем с ростом мощности сигнала её характер меняется с конвективного на абсолютный. В рассматриваемой модели среда конечной длины возбуждается гармоническим сигналом на правом конце, поэтому, как известно из [3], конвективная МН приводит к стационарному прохождению волны, а абсолютная – к образованию периодических или хаотических последовательностей солитоноподобных импульсов. Сделаны теоретические оценки соотношений между параметрами входного сигнала, которые разделяют области с различной динамикой (см. рис. 1 (а)). Показано хорошее качественное соответствие полученных теоретических выводов результатам численного моделирования. Так, на рис. 1 (b–e) приведены численно полученные примеры осциллограмм выходного сигнала в различных режимах.

Список литературы

1. Месяц Г. А. Импульсная энергетика и электроника. М.: Наука, 2004. 704 с.
2. Зотова И. В., Гинзбург Н. С., Железнов И. В., Сергеев А. С. Модуляция интенсивного СВЧ-излучения при резонансном взаимодействии со встречным потоком невозбужденных циклотронных осцилляторов // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, № 12. С. 1–10.
3. Балякин А. А., Рыскин Н. М. Смена характера модуляционной неустойчивости вблизи критической частоты // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30, № 5. С. 6–13.

Исследование и оптимизация компактной гибкой антенны для работы в диапазонах ISM и сотовой связи*

И. А. Чистяков^{1,2,✉}, А. В. Стародубов^{1,3}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²АО «НПП «Алмаз»

³Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

✉ ivan.chistyakov99@gmail.com

Интерес к исследованиям антенн на гибкой диэлектрической подложке обусловлен бурным развитием гибкой электроники и широкими возможностями по практическому применению в области телекоммуникаций, персонализированной медицины, безопасности и контроля, разнообразными сенсорами и т. д. [1] Миниатюризация антенн [2] — это важное направление в современных системах связи, таких как беспроводные телекоммуникационные сервисы и связанные с ними приложения для передачи голосовых и информационных данных. Существует несколько подходов к миниатюризации подобных антенн: использование подложки с высоким значением диэлектрической проницаемости, использование фрактальных структур, формирование множественных изгибов [3] в геометрии антенны. Целью данной работы была разработка дизайна компактной антенны размером не более 30×30 мм на гибкой подложке из полиимида (диэлектрическая проницаемость 3.5, тангенс диэлектрических потерь 0.008) для работы в области диапазонов частот ISM и сотовой связи. Начальной точкой служила антенна, разработанная в [4], которая демонстрировала рабочий диапазон частот в полосе от 1.5 GHz до 3.5 GHz. Однако существенным недостатком антенны являлся её размер 120×40 мм. Результаты проектирования и оптимизации антенны, полученные в среде *ANSYS Electromagnetics Suite*, приведены на рис. 1. В ходе проведённых исследований установлены следующие рабочие диапазоны частот оптимизированного варианта антенны: 2.34–2.54 GHz, 6.56–6.79 GHz, 9.64–9.85 GHz с экстремумами на частотах 2.43, 6.65, 9.73 GHz и уровнем обратных потерь 23.93, 11.38 и 27.27 dB соответственно. Площадь антенны удалось сократить более чем в 8 раз:

*Работа поддержана РФФ, грант № 17-79-20243.

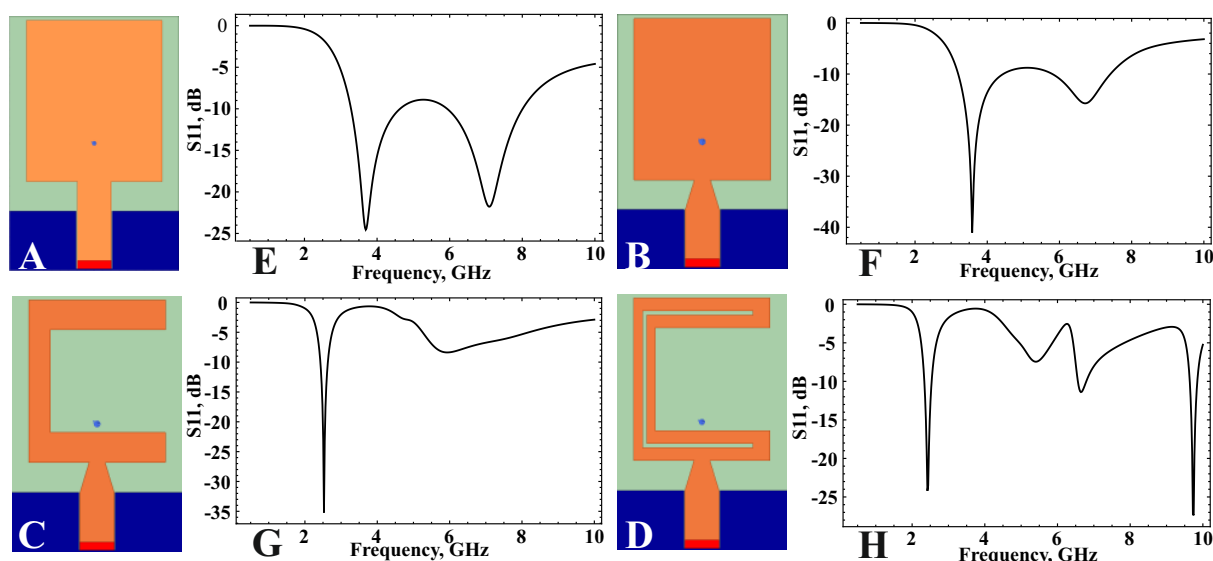


Рис. 1. Траектория оптимизации дизайна антенны (A-D) (слева) и частотная зависимость коэффициента отражения S11 каждого из дизайнов (E-H) (справа)

с 120×40 мм до 28×20 мм. В дальнейшем планируется изготовление антенны с использованием импульсной лазерной абляции [5], экспериментальное измерение радиочастотных характеристик с помощью векторного анализатора цепей и сравнение полученных экспериментальных результатов с результатами численного моделирования.

Список литературы

1. *Khaleel H. R., Al-Rizzo H. M., Rucker D. G., and Mohan S.* A compact polyimide-based UWB antenna for flexible electronics // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2012. vol. 11, P. 564–567.
2. *Kula J. S., Psychoudakis D., Liao W., Chen C., Volakis J. L. and Halloran J. W.* Patch-antenna miniaturization using recently available ceramic substrates // *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 2006. vol. 48, no. 6, P. 13–20.
3. *Abbosh A. M.* Miniaturization of Planar Ultrawideband Antenna via Corrugation // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2008. vol. 7. P. 685–688.
4. *Чистяков И. А., Стародубов А. В.* Разработка, исследование и оптимизация антенны на гибкой диэлектрической подложке для работы в *ISM* диапазоне // «Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика». Сборник трудов XV Всероссийской конференции молодых учёных. Саратов, 2020, с. 303–304.
5. *Starodubov A. V., Galushka V. V., Serdobintsev A. A., Pavlov A. M., Korshunova G. A., Ryabukho P. V., Gorodkov S. Y.* A Novel Approach for Fabrication of Flexible Antennas for Biomedical Applications // 2018 18th Mediterranean Microwave Symposium (MMS), Istanbul, Turkey, 2018. P. 303–306.

Анализ пространства параметров моделей панкреатических бета-клеток типа Ходжкина–Хаксли*

Э. Р. Багаутдинова^{1,2}✉, Н. В. Станкевич²

¹Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

²Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ bagautdinovaer@mail.ru

Хорошо известно, что электрическая активность бета-клеток поджелудочной железы и других биологических клеток зависит от ряда различных типов ионных каналов, управляемых напряжением и лигандом, которые проницаемы для неорганических ионов, таких как натрий, калий, хлор и кальций. Динамика электрического потенциала клеточной мембраны описывается формализмом Ходжкина–Хаксли и может быть представлена системой обыкновенных дифференциальных уравнений с нелинейностью, для которых характерен целый ряд нелинейных эффектов. Одним из таких эффектов, является мультистабильность, представляющая собой сосуществование различных режимов функционирования модели клетки. Особый интерес из всех типов представляет мультистабильность между состоянием покоя и состоянием берста [1], которая при определенных параметрах может быть реализована в предложенной в [2] модели.

Модель представляет собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\tau \dot{V} = -I_{Ca}(V) - I_K(V, n) - I_{K2}(V) - I_S(V, S), \quad (1)$$

$$\tau \dot{n} = \sigma(n_\infty(V) - n), \quad (2)$$

$$\tau_S \dot{S} = S_\infty(V) - S, \quad (3)$$

где V описывает мембранный потенциал, n – концентрация калия, а S – концентрация кальция. Функции $I_{Ca}(V) = g_{Ca}m_\infty(V)(V - V_{Ca})$, $I_K(V, n) = g_K n(V - V_K)$, $I_S(V, n) = g_S S(V - V_K)$, определяют три тока, проходящие через мембрану клетки, быстрый ток, создаваемый каналами кальция и калия и медленный от ионов калия. Уравнение для тока, проходяще-

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-71-10048.

го через дополнительный канал калия с немонотонной характеристикой, записывается следующим образом: $I_{K2}(V) = g_{K2}p_{\infty}(V)(V - V_K)$. Функция, описывающая открытие ионных каналов в классическом виде, имеет следующий вид: $\omega_{\infty}(V) = [1 + \exp \frac{V_{\omega} - V}{\theta_{\omega}}]^{-1}$, $\omega = m, n, S$. Для дополнительного ионного канала эта характеристика немонотонная: $p_{\infty}(V) = [\exp \frac{V - V_p}{\theta_p} + \exp \frac{V_p - V}{\theta_p}]^{-1}$ [3]. Отличительной чертой данной модификации является наличие дефекта коммуникации клетки, который достигается за счет учета дополнительного ионного канала калия, вероятностная характеристика открытия которого немонотонная.

В работе представлено исследование базовых динамических режимов, характерных для моделей типа Ходжкина–Хаксли: устойчивое состояние равновесия, спайковые колебания, берстовые колебания. Изучены плоскости параметров оригинальной модели (при $g_{K2} = 0$), механизмы возникновения берстового аттрактора. На плоскостях параметров показаны характерные бифуркации увеличения периода. Также показана возможность формирования спайкового хаотического аттрактора в результате каскада бифуркаций удвоения периода. Построены и проанализированы карты динамических режимов на различных плоскостях параметров для системы с модификацией, в том числе на плоскости параметров, отвечающих за свойства дополнительного ионного канал, где локализованы области бистабильности. Проведен численный бифуркационный анализ, в результате которого определен бифуркационный сценарий возникновения бистабильности.

Список литературы

1. *Malashchenko T., Shilnikov A., Cymbalyu G.* Six types of multi-stability in a neuronal model based on slow calcium current // *PloS One*. 2011. Vol. 6, no. 7.
2. *Sherman A., Rinzel J.* Emergence of organized bursting in clusters of pancreatic beta-cells by channel sharing // *Biophysical journal*. 1988. Vol. 54, no. 3. P. 411–425.
3. *Stankevich N., Mosekilde E.* Coexistence between silent and bursting states in a biophysical Hodgkin–Huxley-type of model // *Chaos*. 2017. Vol. 27, no. 123101. P. 12.

Различные подходы к статистическому анализу эволюции связанности в ансамблях осцилляторов — моделей эпилептиформной активности*

А. А. Грищенко^{1,2}✉, М. В. Сысоева^{1,3}, И. В. Сысоев^{1,2}

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

³Саратовский государственный технический университет им. Ю.А Гагарина

✉ vili_von@mail.ru

Целью данной работы является моделирование и анализ осцилляторов, построенных на основе реальных данных, полученных от крыс линии WAG/Rij – генетических моделей абсансной эпилепсии. Главной задачей в исследовании эпилепсии является установление связи в различных отведениях головного мозга до, во время и после разряда, для этого используются различные математические методы. К сожалению, правильность методов не всегда можно установить по реальным временным рядам, поэтому для данной работы были построены осцилляторы, которые полностью повторяют поведение реальных временных рядов и их связанность, предложенную в работе [1].

В данной работе был использован осциллятор Ван дер Поля. Строилось 28 рядов, т.к. именно столько разрядов бралось для реальных данных животных, по 4 отведения, подобных реальным отведениям головного мозга крыс. Каждый ряд разбивался на 6 интервалов: 1) фоновая активность; 2) преиктальная активность, во время которой, как правило, уже обнаруживаются изменения в связанности [2]; 3) начало разряда; 4) поддержание разряда; 5) стадия завершения разряда; 6) постиктальная стадия. Для анализа осцилляторов использовалась энтропия переноса. Этот метод используется для определения направленной связанности. Метод расчёта энтропии переноса, использованный в данной работе, был описан в статье [3] и основан на методе ближайших соседей [4]. Такой подход был выбран, так как не требует большого объема экспериментальной выборки. Для тестирования результатов на значимость строились суррогатные временные ряды путём перестановки реализа-

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-72-10030.

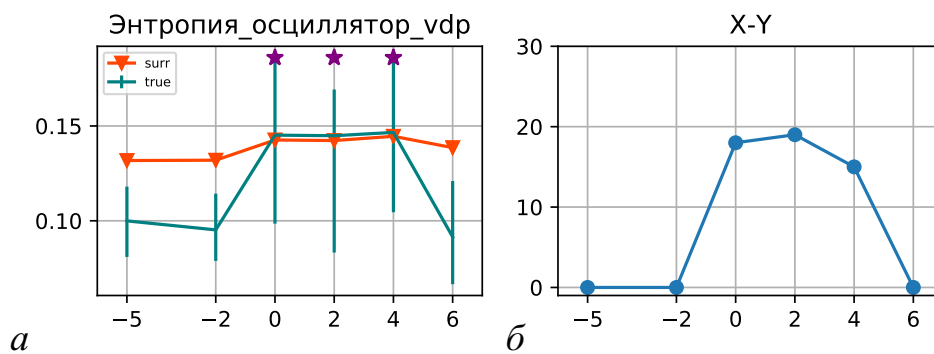


Рис. 1. Результаты энтропии переноса и статистического анализа для осциллятора Ван дер Поля. На оси ОХ отложены интервалы, на которых производился расчет мер. На рисунке 1(а) синим цветом – средние значения для дальности прогноза соединенные отрезками, красным цветом – уровень значимости, посчитанный с помощью суррогатов, вертикальными линиями показано расстояние от минимальных значений до максимальных. Звездочками на графике показаны результаты t-теста Стьюдента на уровне значимости $p < 0.001$. На рисунке 1(б) – количество значимых выводов из 28 разрядов

ций [5] – $27 \cdot 28 = 756$ пар – это комбинации всех возможных эпизодов для пары отведений, кроме случая, когда они из одного эпизода. Такое количество суррогатов позволяет получить большую доверительную вероятность 99.87% , что важно, поскольку имеет место множественное тестирование. Так же, для тестирования результатов на значимость был проведен t-test Стьюдента. Полученные результаты энтропии переноса для осциллятора изображены на рис. 1. Для примера приведена одна пара отведений.

Список литературы

1. Грищенко А. А., Сысоева М. В., Сысоев И. В. Определение основного временного масштаба эволюции информационных свойств сигнала локальных потенциалов мозга при абсансной эпилепсии // Известия вузов. ПНД. 2020. Т. 28, вып. 1. С. 98–110.
DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2020-28-1-98-110>
2. Sysoeva M. V., Lüttjohann A., van Luijtelaar G., Sysoev I. V. Dynamics of directional coupling underlying spike-wave discharges // Neuroscience. 2016. Vol. 314. P. 75–89.
3. Sysoeva M. V., Vinogradova L. V., Kuznetsova G. D., Sysoev I. V., van Rijn C. M. Changes in corticocortical and corticohippocampal network during absence seizures in WAG/Rij rats revealed with time varying Granger causality // Epilepsy & Behavior. 2016. V. 64. P. 44–50.
4. Kraskov, R. Philipp, S. Waldert, G. Vigneswaran, M. M. Quallo, and R. N. Lemon Corticospinal mirror neurons. // <https://doi.org/10.1098/rstb.2013.0174>
5. Theiler J., Eubank S., Longtin A., Galdrikian B. & Farmer J. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data // Physica D. 1992. Vol. 58. P. 77–94.

Новый универсальный подход для изучения процессов синхронизации в сетях активных элементов на основе адаптивной меры синхронизации*

О. А. Догонашева^{1,2}✉, Б. Гуткин^{1,2}, Д. Г. Захаров¹

¹Национальный исследовательский университет

«Высшая школа экономики», Москва

²École Normale Supérieure PSL* University, Paris, France

✉ odogonasheva@hse.ru

Изучение процессов синхронизации в сетях активных элементов на протяжении долгого времени привлекает внимание исследователей. Особенно это касается выявления химерных состояний, представляющих собой сосуществование кластеров когерентной и некогерентной активности в сетях идентичных элементов. В настоящее время существует несколько различных подходов для решения подобных задач. Это, например, параметр порядка Курамото [1], сила некогерентности [2], χ^2 -параметр [3] и некоторые другие. Однако, все эти параметры имеют различные ограничения. Параметр порядка требует корректного определения фазы, что часто бывает сложным для релаксационных систем, например, таких как спайковые и берстовые нейронные сети. Два других параметра более универсальны, но они не могут различать все типичные состояния сетей, и/или имеют внутренние параметры, которые, вообще говоря, для достижения корректных результатов, необходимо настраивать для каждого режима отдельно. Таким образом, сейчас не существует универсального метода изучения сетевой синхронизации, который можно было бы использовать для автоматического сканирования пространства параметров и его разбиения на области различных динамических режимов.

В нашей работе мы предлагаем новую характеристику – адаптивную меру когерентности (adaptive coherence measure, ACM), которая представляет собой модифицированный параметр χ^2 . Напомним, что если $\chi^2 = 0$, то система десинхронизована, если $\chi^2 = 1$, то система демонстрирует глобальную синхронизацию, а при $0 < \chi^2 < 1$ могут наблюдаться химерные состояния. Фактически, мы предлагаем, по аналогии с подходом

*Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

из [4], решать задачу максимизации этого параметра относительно фазовых сдвигов элементов сети:

$$R^2 = \max_{\Delta \mathbf{t}=(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_L)} \chi^2(\{V_i(t - \Delta t_i)\}_{i=1}^N), \quad (1)$$

Здесь $\Delta \mathbf{t} = (\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_L)$ – вектор уникальных временных сдвигов, L – длина этого вектора, R^2 – адаптивная мера когерентности (adaptive coherent measure, ACM).

Пара (R^2, L) однозначно определяет динамический режим системы (Таблица 1).

Режим	АСМ	$\dim(\Delta \mathbf{t})$	# кластеров
Асинхронное состояние	$R^2 = 0$	–	–
Глобальная синхронизация	$R^2 = 1$	$L = 1$	L
Кластерная синхронизация	$R^2 = 1$	$1 < L \ll N$	L
Бегущая волна	$R^2 = 1$	$L = N$	–
Химера	$0 < R^2 < 1$	–	L_{lsg}

Таблица 1. Значения параметров R^2 и L для идентификации различных динамических режимов

Таким образом, предложенный нами подход свободен от большей части недостатков, присущих другим подходам, полностью алгоритмизируется и позволяет производить автоматическое сканирование пространства параметров и его разбиения на области различных динамических режимов: состояния глобальной и кластерной синхронизации, химеры, бегущих волн, а также определять количество и размер синхронных кластеров. Несмотря на то, что подход АСМ разрабатывался для спайковых нейронных сетей, он универсален и демонстрирует отличные результаты для разных классов сетей активных элементов.

Список литературы

1. *Abrams Daniel M. and Strogatz Steven H.* Chimera states for coupled oscillators // *Physical review letters* 2004. Vol. 93, no. 17. 174102.
2. *Gopal R. and Chandrasekar V.K. and Venkatesan A. and Lakshmanan M.* Observation and characterization of chimera states in coupled dynamical systems with nonlocal coupling // *Physical Review E* 2014. Vol. 89, no. 5. 052914.
3. *Golomb D. and Hansel D. and Mato G.* Mechanisms of synchrony of neural activity in large networks // *Handbook of biological physics* 2001. Vol. 4. P. 887–968.
4. *Rosenblum Michael G. and Pikovsky Arkady S. and Kurths Jürgen.* From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // *Physical Review Letters* 1997. Vol. 78, no. 22. 4193.

Применение имитационной модели радиотехнической схемы сети нейроноподобных генераторов ФицХью–Нагумо при разных способах связи для исследования эпилептиформной активности*

*Н. М. Егоров^{1,2}✉, В. И. Пономаренко^{2,3},
И. В. Сысоев^{2,3}, М. В. Сысоева^{1,2}*

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

³Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ egorov.n.m.omnis@gmail.com

Изучение принципов работы головного мозга на настоящий момент является нерешённой задачей, решение которой продолжают искать учёные всего мира. Очевидно, что такая сложная система требует комплексного подхода и для начала необходимо рассмотреть не работу всего мозга в общем, а частные случаи, на основе которых по мере их изучения, можно будет сложить целостную картину работы головного мозга. Одним из таких частных случаев можно считать приступы абсансной эпилепсии, лекарство от которой пока ещё не найдено, однако, определив основные механизмы её возникновения и протекания, можно будет определить область, в которой следует искать способ лечения, и как следствие получить более высокий шанс на нахождение лекарства.

В настоящей работе целью ставится сравнение модели, описанной в [1] с резистивной связью, и той же модели, но связанной посредством гиперболического тангенса, что должно быть более точно с физиологической стороны.

В данной работе в качестве элементов сети использовались упрощённые системы ФицХью-Нагумо, как это было предложено в [2]. Эта система удобна наличием одного управляющего параметра, что упрощает анализ полученных результатов. Принципиальная схема одного нейрона, используемого в нашей системе, разработана в [3].

При помощи программного обеспечения для моделирования электронных схем NI Multisim была запрограммирована модель таламо-кортикальной сети [1] для двух типов связи: резистивная [1] и через гиперболический тангенс, предложенная в [4].

*Работа поддержана РНФ, грант № 19-72-10030.

Проведённое исследование для данных сетей показывает схожую динамику электромагнитной активности в фазовой плоскости параметров управляющего параметра и силы связи в сети, но с некоторым смещением, относительно результатов [1]. При рассмотрении полученных временных реализаций как для группы, так и для отдельных нейронов, появляются отличия от полученных ранее результатов. Связь между генераторами, реализованная при помощи гиперболического тангенса со смещением, позволяет учесть тормозные связи между нейронами в рассматриваемой модели, что позволяет приблизить радиотехническую модель сети к реальной таламо-кортикальной сети головного мозга.

Список литературы

1. *Егоров Н. М., Пономаренко В. И., Сысоев И. В., Сысоева М. В.* Имитационное моделирование эпилептиформной активности сетью нейроподобных радиотехнических осцилляторов // Журнал технической физики. 2021. Т. 91, № 3. С. 519–528.
2. *Dahlem M. A., Hiller G., Panchuk A., Schöll E.* Dynamics of delay-coupled excitable neural systems // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2009. Vol. 19. P. 745–753.
3. *Kulminskiy D. D., Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Hramov A. E.* Synchronization in ensembles of delay-coupled nonidentical neuronlike oscillators // Nonlinear Dynamics. 2019. Vol. 98, № 1. P. 735–748.
4. *Medvedeva T. M., Sysoeva M. V., van Luijtelaar G., Sysoev I. V.* Modeling spike-wave discharges by a complex network of neuronal oscillators. Neural Networks. Vol. 98. P. 271–282.

Рекуррентный анализ применительно к данным ЭЭГ*

*Е. П. Емельянова¹, А. О. Сельский^{1,2},
М. О. Журавлёв^{1,2}, А. Е. Руннова^{1,2}*

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

²Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского

✉ meretari@yandex.ru

Работа посвящена выявлению особенностей работы головного мозга у детей 9–10 лет с нарушениями зрения во время когнитивной нагрузки путем обработки ЭЭГ данных с помощью рекуррентного анализа. Электроэнцефалография (ЭЭГ) является неинвазивным методом оценки активности головного мозга, и одновременно с этим остается достаточно простым в использовании и сравнительно дешевым [1, 2].

На сегодняшний день существует множество методов, которые можно адаптировать для работы с данными, характеризующими работу головного мозга [3]. В основном эти методы являются частотными, которые позволяют определить основные частоты колебаний и распределение энергии по частотам, или корреляционными, которые позволяют определить связи между каналами. Рекуррентный анализ относится к классу корреляционных методов [4].

В рамках исследования была проведена серия экспериментов. Эксперимент длился около 25 минут для каждого ребенка и включал в себя следующие друг за другом состояние спокойного бодрствования с закрытыми глазами и когнитивный тест, который заключался в подсчете количества коротких звуковых импульсов в серии, чередующейся с фазой отдыха. Основная задача рекуррентного анализа при обработке полученных данных заключалась в выявлении наиболее и наименее значимых каналов ЭЭГ во время когнитивной нагрузки у детей с нарушениями зрения. Исследования в этой области будут иметь большое значение для разработки компьютерного интерфейса.

В данном исследовании рекуррентный анализ применялся для установления связей между одинаковыми событиями для каждого испытуемого.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации государственной поддержки молодых российских ученых (проект МК-2206.2021.1.2).

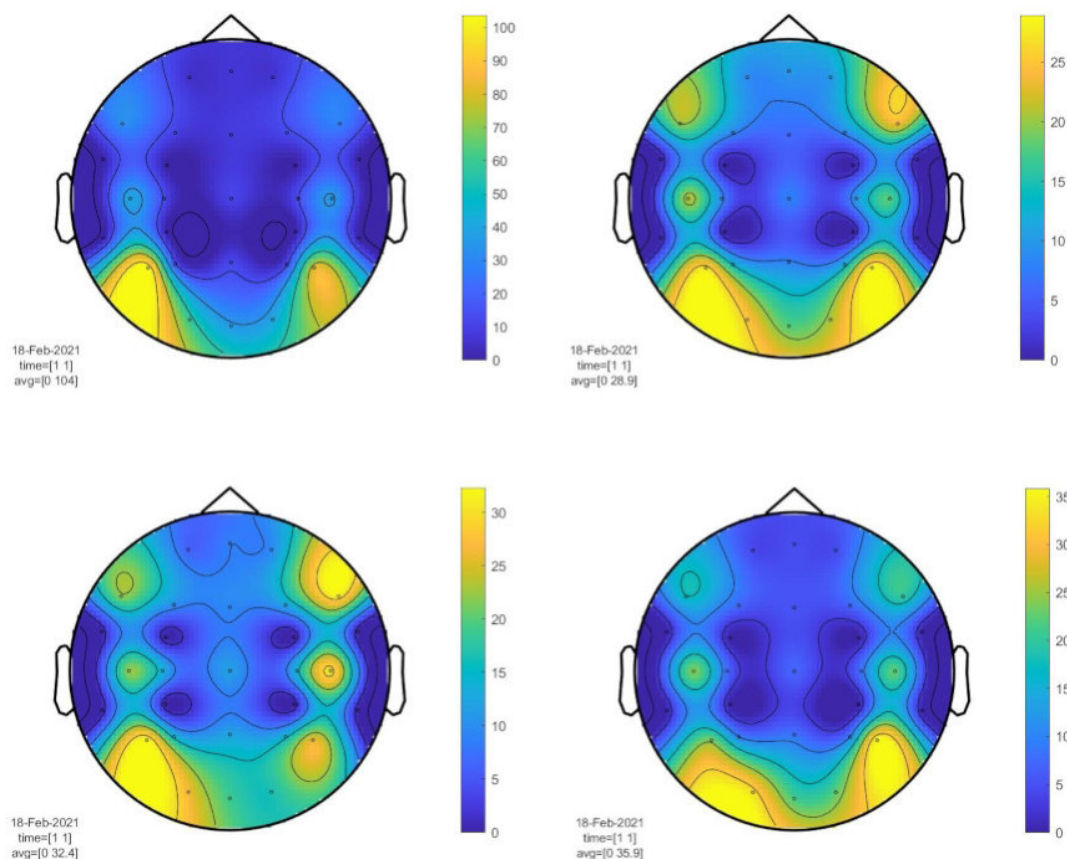


Рис. 1. Визуализация кросс-рекуррентного показателя по каналам для четырех испытуемых

Таким образом, с помощью модуля *fieldtrip*, были визуализированы результаты для четырех испытуемых рис. 1. Из сравнения поверхностей видно, что наиболее значимыми оказались каналы, расположенные в затылочной части головы. Впрочем, у половины испытуемых наблюдается также заметная активность в височных долях. Предварительно данное различие связывается с разницей концентрации внимания на стимулах.

Список литературы

1. *Broyd S. J., Demanuele C., Debener S. et. al.* Neuroscience and Biobehavioral Reviews. 2009. Vol. 33. P. 279–296.
2. *Maris E., Oostenveld R.* Nonparametric statistical testing of EEG- and MEG-data. 2007. Vol. 164. P. 177–190.
3. *Acharya R. U., Faust O., Kannathal N. et. al.* Computer Methods and Programs in Biomedicine. 2005. Vol. 80. P. 37–45.
4. *Acharya R. U., Sree S. V., Chattopadhyay S. et. al.* Int J Neural Syst. 2011. Vol. 21. P. 199–211.

Химерные состояния в пик-волновых разрядах малых сетей нейроосцилляторов*

А. А. Капустников^{1,2}✉, И. В. Сысоев^{1,2}, М. В. Сысоева^{1,3}

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

³Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.

✉ anton.kapustnikov.02@mail.ru

В течение последнего десятилетия в широком спектре систем было исследовано явление, известное как химерные состояния [1] — наличие сосуществующих синхронного и асинхронного кластера в ансамбле идентичных элементов. Такого рода состояния могут быть полезны при моделировании различных заболеваний мозга [2]. С этой точки зрения интересны химеры в сетях модельных нейронов. В данной работе рассматриваются сети нейронов Моррис–Лекара (ML) и Ходжкина–Хаксли (HH) — физиологически корректных моделей нейрона — моделирующие таламокортикальную систему и построенные по её известным анатомическим принципам и принадлежащие к тому же классу мезомасштабных моделей, что и модель, описанная в [3]. Для детектирования синхронности использовался индекс фазовой синхронизации (1) из [4]. Фаза рассчитывалась с использованием преобразования Гильберта.

$$I_{k,j} = \left| \langle e^{i(m\phi_k - n\phi_j)} \rangle_t \right|. \quad (1)$$

где $k, j = 1, 2, \dots, 14$; i — мнимая единица; m и n введены для возможности детектирования синхронизации $m : n$.

Рассмотрим матрицу значений коэффициента фазовой синхронизации на модели ML рис. 1, а, определение, наличия синхронизации, асинхронизации и химерных состояний между нейронами, производилось на основе статьи [5]. Исходя из этого, можно отметить наличие нескольких синхронных кластеров, например, PY -клетки синхронизовались между собой, а также с TC -клетками и интернейроном (IN). За исключением клетки $RE4$, все RE -клетки тоже синхронизовались между собой. Асинхронные клетки, в данном случае — это $RE4$, которая не синхронизируется ни с PY -клетками, ни с TC -клетками, ни с IN . Следует отметить,

*Работа поддержана РФФ, грант № 19-72-10030.

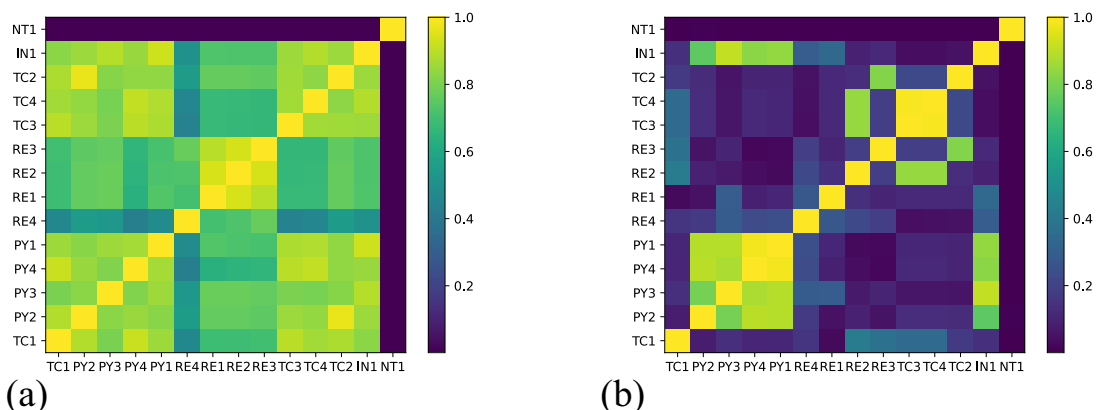


Рис. 1. Значения коэффициента фазовой синхронизации для переходных процессов в моделях Моррис–Лекара (а) и Ходжкина–Хаксли (б)

что $RE4$ все же синхронизируется с RE -клетками, хоть и довольно слабо, аналогичная ситуация происходит и с остальными RE -клетками. Они также слабо синхронизируются с PY и с TC клетками. В модели HH , на рис. 1, b видно, что число синхронных клеток сильно сократилось, в сравнении с ML . Отметим, что $PY4$ и $PY1$ синхронизовались со всеми PY -клетками и с IN . $PY3$ же синхронизовалась с IN , но между $PY3$ и $PY2$ слабая синхронизация, а последняя ещё слабо синхронизируется с IN . TC -клетки синхронизируются между собой (что удивительно, так как они не имеют непосредственных связей) и с RE -клетками, но не все и не со всеми, например, $TC1$ ни с кем не синхронизируется. Все оставшиеся клетки находятся в асинхронном состоянии.

Список литературы

1. Bera B. K., Majhi S., Ghosh D., Perc M. Chimera states: Effects of different coupling topologies // EPL (Europhysics Letters). 2017. Vol. 118. 10001.
2. Uhlhaas P. J., Singer W. Neural synchrony in brain disorders: relevance for cognitive dysfunctions and pathophysiology // Neuron. 2006. Vol. 52. P. 155–168.
3. Kapustnikov A. A., Sysoeva M. V., Sysoev I. V. Modeling Spike–Wave Discharges in the Brain with Small Neurooscillator Networks // Mathematical Biology and Bioinformatics. 2020. P. 139–146.
4. Mormann F., Lehnertz K., David P., Elger C. E. Mean phase coherence as a measure for phase synchronization and its application to the EEG of epilepsy patients // Physica D: Nonlinear Phenomena. Vol. 144, no. 3–4. P. 358–369.
5. Kanika Bansal, Javier O. Garcia, Steven H. Tompson, Timothy Verstynen, Jean M. Vettel, Sarah F. Muldoon. Cognitive chimera states in human brain networks // Science Advances. 2019. Vol. 5, no. 4.

Масштабируемость радиотехнической модели таламо-кортикальной сети мозга*

*С. Н. Мельникова¹✉, Н. М. Егоров^{1,2}, В. И. Пономаренко^{2,3},
И. В. Сысоев^{2,3}, М. В. Сысоева^{1,2}*

¹Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

³Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ sonya7083@gmail.com

Традиционно изучение процессов в биосистемах разделено на несколько этапов: первичное наблюдение, эксперимент, съём и анализ экспериментальных данных, синтез математических моделей. Для пик-волновых разрядов (проявление приступов абсансной эпилепсии на электроэнцефалограммах) эти этапы в основном пройдены к настоящему времени [1,2]. Построение моделей в виде радиотехнических схем представляет собой следующий важный этап на пути апробации соображений и выводов, заложенных в ранее построенные математические модели. В первую очередь, таким образом можно проверить грубость модельных представлений: не является ли модельное поведение «хрупким», существующим только в малой, почти вырожденной, недоступной в эксперименте области параметров, устойчиво ли оно к шумам, неидентичности и неидеальности элементов. Радиотехнические модели неоднократно использовались ранее для моделирования биологических объектов различной природы, в том числе отдельных нейронов и нейронных сетей.

Наша цель – показать, что реализованные в данной работе радиотехнические модели в виде ансамблей генераторов с нейроподобным поведением обладают общностью механизмов генерации эпилептиформной активности вне зависимости от числа элементов, конкретной архитектуры связей или фазы внешнего воздействия на момент его начала. В работе предлагается подход к разработке моделей таламо-кортикальной сети головного мозга в виде радиотехнической схемы, реализованной на базе программного обеспечения National Instruments Multisim. В качестве отдельного элемента сети используются упрощённые осцилляторы ФитцХью–Нагумо.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-72-10030).

В первую очередь была проверена масштабируемость предложенной системы, т. е. способность системы при увеличении количества элементов демонстрировать нужное поведение — генерировать эпилептические разряды. В ансамблях из 14, 28 и 56 осцилляторов ФитцХью–Нагумо было продемонстрировано качественно сходное поведение. Было проанализировано изменение длительности переходного процесса в модели в зависимости от фазы внешнего воздействия и от конкретной реализации матрицы связей. Видно, что чем больше элементов содержит матрица, тем дольше длится переходной процесс после окончания воздействия, это поведение имеет место не для всякой матрицы или реализации, а в среднем по ансамблю реализаций, полученных при различных начальных условиях и матрицах связи. Математически, с точки зрения топологии фазового пространства, это может быть объяснено тем, что в пространстве большей размерности больше возможностей (в некотором смысле, больше «места») для существования сгущения фазовых траекторий. Поскольку матрицы и режимы выбираются нами до некоторой степени случайно (провести систематическое полное исследование столь высокоразмерных многопараметрических систем не представляется возможным), очевидно, что с увеличением числа таких безаттракторных режимов возрастает и вероятность их нахождения. Физически рост длины переходных процессов с увеличением размерности системы может быть объяснён тем, что в больших системах за время воздействия возможно накопление большей энергии, которая затем расходуется на остаточные колебания. В работе было показано, что предложенные радиотехнические модели таламокортикальной сети мозга устойчиво воспроизводят патологические режимы функционирования мозга качественно сходным образом при вариации числа элементов сети, структуры связей и начальной фазы внешнего воздействия.

Список литературы

1. *Sysoeva M., Lüttjohann A., van Luijtelaaar G., Sysoev I.* Dynamics of directional coupling underlying spikewave discharges // *Neuroscience*. 2016. Vol. 314. P. 75–89. DOI: 10.1016/j.neuroscience.2015.11.044
2. *Sysoeva M., Vinogradova L., Kuznetsova G., Sysoev I., van Rijn C.* Changes in corticocortical and corticohippocampal network during absence seizures in WAG/Rij rats revealed with time varying Granger causality // *Epilepsy and Behavior*. 2016. Vol. 64. P. 44–50. DOI: 10.1016/j.yebeh.2016.08.009

Исследование синхронизации контуров вегетативной регуляции сердечного ритма и тонуса артерий у больных Covid-19*

В. В. Сказкина¹✉, Н. С. Красикова², М. А. Симонян²

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского

²Саратовский государственный медицинский университет им В. И. Разумовского

✉ skazkinavv@yandex.ru

В ряде работ были приведены данные о взаимодействии белка ACE-2, являющегося клеточной точкой входа коронавирусов SARS-CoV и SARS-CoV-2, и вегетативной нервной системы [1–3]. Изменение объема секреции ACE-2 оказывает значительное влияние на работу контуров вегетативной системы регуляции кровообращения, барорефлекса, модулирует работу симпатического и парасимпатического контуров, участвует в долгосрочной и краткосрочной регуляции артериального давления, предотвращает или стимулирует развитие гипертонии [1]. Также было показано, что заболевание Covid-19 протекает заметно тяжелее у пациентов с сердечно-сосудистыми заболеваниями, что может быть связано с повышенной секрецией ACE-2 у этих пациентов по сравнению со здоровыми людьми [2, 3].

Ранее предложенный метод оценки фазовой синхронизации контуров вегетативной регуляции сердечно-сосудистой системы (ССС) зарекомендовал себя в клинической практике в качестве чувствительного методов оценки состояния организма [4, 5]. В данной работе был проведен сравнительный анализ степени взаимодействия контуров вегетативной регуляции ССС у здоровых испытуемых и пациентов с подтвержденным диагнозом Covid-19. В качестве основных методов оценки степени взаимодействия низкочастотных контуров регуляции были использованы методы диагностики фазовой синхронизации колебательных ритмов с частотой около 0.1 Гц: оценка коэффициента когерентности (RO) [6], оценка суммарного процента фазовой синхронизации (S) [4, 5].

Всего было исследовано 10 записей здоровых испытуемых (25–33 лет) и 10 записей пациентов с Covid-19 (25–48 лет). У каждого добровольца осуществлялась синхронная запись электрокардиограммы (ЭКГ) и фото-

*Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ №20-38-90067.

плетизмограмма сосудов (ФПГ) в течение 10 минут. Датчик ФПГ был наложен на дистальную фалангу безымянного пальца правой руки испытуемого. Из сигнала ЭКГ был выделен сигнал длительности кардиоциклов – расстояний между RR-пиками. Далее фазовая синхронизация была оценена по низкочастотным составляющим последовательности RR-интервалов и фотоплетизмограммы сосудов (0.06–0.14 Гц). Среднее значение суммарного процента фазовой синхронизации составило для здоровых испытуемых – 32.09 ± 4.20 (указано среднее значение \pm ошибка среднего), для больных Covid-19 – 37.62 ± 1.79 ; среднее значение коэффициента RO для здоровых – 0.30 ± 0.03 , для больных – 0.18 ± 0.04 .

С помощью оценки суммарного процента фазовой синхронизации в представленных выборках не было найдено статистически значимых различий. Средние значения коэффициента RO отличается в выборке здоровых и больных, однако имеет малые значения, что не позволяет диагностировать достоверный уровень фазовой синхронизации. Также в рамках работы была отмечена высокая вариабельность оценки S в выборке здоровых испытуемых. В следующих работах планируется увеличить количество экспериментальных сигналов, исследовать низкочастотные ритмы регуляции ССС с помощью методов кросс-спектрального анализа, изучить зависимость показателей в том числе от возраста испытуемых.

Список литературы

1. *Feng Y., Xia H., Santos R.A., Speth R., Lazartigues E.* ACE2: a new target for neurogenic hypertension // *Exp Physiol.* 2010. Vol. 95, no. 5. P. 601–606.
2. *Zheng Y.-Y., Ma Y.-T., Zhang J.-Y., Xie X.* COVID-19 and the cardiovascular system // *Nat Rev Cardiol.* 2020. Vol. 17, no. 5. P. 259–260.
3. *Liu Z., Xiao X., Wei X., Li J., Yang J., Tan H., Zhu J., Zhang Q., Wu J., Liu L.* Composition and divergence of coronavirus spike proteins and host ACE2 receptors predict potential intermediate hosts of SARS-CoV-2 // *Journal of Medical Virology.* 2020. Vol. 92, no. 6. P. 595–601.
4. *Schafer C., Rosenblum M.G., Abel H.H., Kurths J.* Synchronization in the human cardiorespiratory system // *Physical Review E.* 1999. Vol. 60. P. 857–870.
5. *Karavaev A.S., Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Kiselev A.R., Gridnev V.I., Ruban E.I., Bezruchko B.P.* Synchronization of low-frequency oscillations in the human cardiovascular system // *Chaos.* 2009. P. 033112.
6. *Караваяев А.С., Ишбулатов Ю.М., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Киселев А.Р., Безручко Б.П.* Модель сердечно-сосудистой системы человека с автономным контуром регуляции среднего артериального давления // *Физиология человека.* 2017. Т. 43, № 1. С. 70–80.

Научное издание

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ

Сборник статей

Выпуск 29

Материалы XXIX Всероссийской научной конференции
26–29 апреля 2021, Саратов

Ответственный за выпуск *М. В. Сысоева*
Оригинал-макет *О. Н. Строгановой, Д. А. Лачиновой*

Подписано в печать 11.05.2021. Формат 60x84/8.
Усл. печ. л. 12,3 (13,1). Объем данных 4,7 Мб. Заказ 10-у.

Издательство Саратовского университета.
410012, Саратов, Астраханская, 83.