

САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА им. Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ – 2014**

17–21 октября, 26–27 ноября 2014

Материалы научной школы-конференции

Саратов, 2015

УДК 517.9; 530.1

ББК 22.311я43

Н49 Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2014: Сборник материалов научной школы-конференции. Саратов, 17–21 октября, 26–27 ноября, 2014. Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2015. 164 с. ISBN 978-5-9999-2294-6

В настоящий сборник включены материалы традиционной школы-конференции по нелинейной динамике и нелинейной физике. Сборник будет интересен как для студентов и аспирантов, так и для преподавателей высших учебных заведений естественно-научных факультетов.

*Под редакцией профессоров ФНП СГУ Ю.И. Лёвина и Н.М. Рыскина*

*Фотографии для раздела «Окно в науку» предоставлены  
доцентом ФНП СГУ А.В. Савиным*

УДК 517.9; 530.1

ББК 22.311я43

ISBN 978-5-9999-2294-6

© РИО журнала  
«Изв.вузов. ПНД», 2015

© Д.В. Соколов, 2015

Научное издание

## **НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ – 2014**

Материалы научной школы-конференции

Ответственный за выпуск профессор Ю.И. Лёвин

Компьютерный макет О.Н. Строгановой

Технический редактор Н.Н. Лёвина

Художник Д.В. Соколов

Подписано к печати 1.12.2015. Формат 60х84 1/16

Бумага «Снегурочка». Гарнитура Таймс. Печать трафаретная

Усл. печ. л. 9,6(10,4). Уч.-изд. л. 9,0. Тираж 100 экз. Заказ Т-333

РИО журнала «Известия вузов. ПНД»

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83

Отпечатано на Xerox CopyCentre / WorkCentre 118

РИО журнала «Известия вузов. ПНД»

Термопереплет Типографии ФГБОУ ВПО СГУ

410012 Саратов, Б. Казачья, 112А, тел. (8452) 27-33-85

## **Организаторы**

- Факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского
- Школа-конференция проведена при поддержке Фонда некоммерческих программ «Династия»

## **Программный комитет**

*Трубецков Д.И., председатель*, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн ФНП СГУ

*Левин Ю.И., зам. председателя*, профессор, декан ФНП СГУ

*Шараевский Ю.П.*, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой нелинейной физики ФНП СГУ

*Рыскин Н.М.*, д.ф.-м.н., профессор кафедры нелинейной физики ФНП СГУ

*Савин А.В.*, к.ф.-м.н., доцент кафедры нелинейной физики ФНП СГУ

## **Оргкомитет**

*Трубецков Д.И., председатель*, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн ФНП СГУ

*Левин Ю.И., зам. председателя*, профессор, декан ФНП СГУ

*Рыскин Н.М.*, д.ф.-м.н., профессор кафедры нелинейной физики ФНП СГУ

*Савин А.В.*, к.ф.-м.н., доцент кафедры нелинейной физики ФНП СГУ

*Марнопольская В.П.*, вед. программист ФНП СГУ

*Савин Д.В.*, аспирант ФНП СГУ

*Кузнецов Н.Н.*, вед. программист ФНП СГУ

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### Секция школьников

Саратов, пансионат «Сокол», 17–21 октября 2014 года

#### 17 октября, пятница

Открытие школы-конференции

##### Лекции

*Ковылов Н.Б.*, к.т.н., СГУ. Архимед или Ньютон?

*Селиверстова Е.С.*, ФНП СГУ, 5 курс. Феномен уравнения ван дер Поля

*Мигунова Н.А.*, аспирант ФНП СГУ. Цепные дроби

##### Организационное собрание участников

#### 18 октября, суббота

##### Лекции

*Храмов А.Е.*, профессор, СГУ. Самоорганизация как основной феномен нелинейной науки

*Трубецков Д.И.*, член-корр. РАН, СГУ. Современная естественно-научная картина мира

##### Юбилей факультета нелинейных процессов

##### Демонстрация научно-популярного фильма

#### 19 октября, воскресенье

##### Олимпиада по физике

##### Лекции

*Богатырев В.А.*, профессор, ИБФРМ РАН, Саратов. Лабораторная диагностическая система определения токсичности наноматериалов

*Савин А.В.*, к.ф.-м.н., СГУ. Что такое динамический хаос и зачем он нужен

##### Разбор задач олимпиады

##### Интеллектуальная игра «Что? Где? Когда?»

#### 20 октября, понедельник

##### Доклады участников

*Новиков Николай*, 11 класс, лицей № 37, Саратов. Зависимость мощности электрического тока от нагрузки

*Ростунцова Алена*, 11 класс, ЛПН, Саратов. Исследование эффективности использования гидропаровой турбины в электрогенерирующих установках

*Кулинский Александр*, 11 класс, лицей № 37, Саратов. Свойства ферромагнетиков в магнитном поле

*Трифонова Мария*, 11 класс, лицей № 47, Саратов. Поляризованный свет в науке и технике

*Матюшкина Анна*, 10 класс, лицей № 37, Саратов. Аналогии в описании гравитационного и электромагнитного полей

*Горенков Михаил*, 11 класс, СОШ № 2, Саратов. Легко ли плыть в вязкой жидкости?

*Родин Дмитрий*, *Коплевацкий Давид*, 11 класс, ФТЛ № 1, Саратов. Численное исследование динамических систем

*Сидоров Кирилл*, 10 класс, лицей № 37, Саратов. Физические задачи на экстремум

*Абрамов Артем*, 11 класс, ЛПН, Саратов. Отображение на комплексной плоскости. Множества Мандельброта

*Тельнов Владимир*, 11 класс, лицей № 37, Саратов. Олимпийский трамплин (задачи на экстремум)

*Подлевский Виктор*, *Шимчук Татьяна*, 11 класс, ЛПН, Саратов. Instant Follow

*Иванов Денис*, *Амеров Роман*, 11 класс, ЛПН, Саратов. QR Code

*Беляева Валентина*, 10 класс, гимназия № 1, Балашов. Зеркала

*Пичугин Михаил*, 11 класс, лицей № 37, Саратов. Вихрь в чашке кофе

### **Лекции**

*Шараевский Ю.П.*, профессор, СГУ. Левые среды

### **Подготовка к академбою**

### **Академбой**

## **21 октября, вторник**

### **Лекции**

*Короновский А.А.*, профессор, СГУ. Нелинейная динамика общества

**Закрытие школы-конференции, награждение победителей олимпиады и авторов лучших докладов**

### **Секция студентов**

Саратовский университет, корпус VIII, 26–27 ноября 2014

## **26 ноября, среда**

### **Устные доклады**

### **Секция «Нелинейные явления в радиофизике и электронике»**

*Бадарин А.А.*, 4 курс, ФНП СГУ. Исследование влияния проводимости стенок камеры дрейфа на динамику релятивистского электронного потока с виртуальным катодом

*Жидков А.П.*, магистрант, ФНП СГУ. Исследование сверхширокополосного генератора хаоса сантиметрового диапазона на основе ЛБВ

*Бенедик А.И.*, аспирант, ФНП СГУ. Расчет электродинамических характеристик фотонно-кристаллического резонатора

*Шараевская А.Ю.*, магистрант, ФНП СГУ. Особенности формирования запрещенных зон в структурах на основе магнетонных кристаллов

*Матвеев О.В.*, аспирант, ФНП СГУ. Исследование дисперсионных характеристик структуры магнетонный кристалл–сегнетоэлектрик–магнетонный кристалл

#### **Секция «Нелинейная динамика»**

*Тышкун А.В.*, 3 курс, ФНП СГУ. Стабилизация частоты генератора запаздывающим отражением от нагрузки

*Кочанов А.А.*, магистрант, СГТУ. Эффекты синхронизации и гашения колебаний в системе двух генераторов ван дер Поля, связанных через диссипативный контур

*Туркин Я.В.*, магистрант, СГТУ. Широкополосная синхронизация и хаос в системе спин-трансферных осцилляторов с полевой связью

*Харченко А.А.*, аспирант, ФНП СГУ. Синхронизация элементов сложной сети по интегральным характеристикам

*Круглов В.П.*, аспирант, ФНП СГУ. Примеры распределенных систем с хаотической динамикой паттернов, связанной с аттракторами Смейла–Вильямса

*Андреев А.В.*, 4 курс, ФНП СГУ. Анализ перехода к хаосу в системе двух ридберговских атомов

### **27 ноября, четверг**

#### **Стендовая секция**

*Асанов К.Р.*, 4 курс, физфак СГУ. Полимеризация графеновых чешуек внутри углеродной трубки

*Корнеев И.А., Аринушкин П.А.*, 4 курс, физфак СГУ. Особенности динамики мемристорных генераторов с линией равновесий

*Белов К.В.*, магистрант, ФНП СГУ. Компьютерное моделирование нелинейных нестационарных процессов в двухкаскадном клистронном генераторе

*Бубликов К.В.*, магистрант, ФНП СГУ. Исследование влияния сегнетоэлектрика на распространение поверхностных МСВ в ограниченном по ширине ферритовом волноводе в случае касательного намагничивания

*Бух А.В., Гулай А.В.*, 4 курс, физфак СГУ. Исследование явлений мультистабильности и вынужденной синхронизации в неавтономной системе двух осцилляторов ван дер Поля с отталкивающим взаимодействием

*Гиревой Р.А.*, магистрант, ФНП СГУ. Численное моделирование многорезонаторного клистрона-усилителя средней мощности с двухзоровыми резонаторами

- Гришианов И.А.*, аспирант СГТУ. Статистическое оценивание динамических квазистационарных процессов при резании
- Гулай А.П.*, 4 курс, физфак СГУ. Исследование явлений бистабильности и взаимной синхронизации в автономной системе двух осцилляторов ван дер Поля с отталкивающим взаимодействием
- Иибулатов Ю.М.*, 4 курс, ФНБМТ СГУ. Сопоставление методов оценки параметров автогенератора с запаздыванием, динамика которого близка к периодической
- Камаев С.А., Соломин М.А.*, 3 курс, СГТУ. Разработка макета «Ротор на качелях» лаборатории кибернетической физики
- Колосов Д.А.*, 4 курс, физфак СГУ. Влияние нелинейности индуктивности зарядного дросселя в схеме заряда формирующего двухполосника
- Мельникова М.М.*, аспирант, ФНП СГУ. Влияние отражений на динамику простых моделей многомодового гиротрона
- Митрофанов В.В.*, аспирант, физфак СГУ. Выявление закономерностей движения молекулы фуллерена  $C_{60}$  по графеновому листу, содержащему дефект атомного каркаса
- Стародубова Е.Н.*, инженер, ООО «ОпенСофт». Исследование процессов синхронизации двухмодового гиротрона с близкими частотами
- Петрик А.Г.*, аспирант, СГТУ. Особенности формирования сжатого состояния в интенсивных релятивистских пучках со сверхкритическим током
- Питюгин Н.О., Ковалев М.С.*, 3 курс, СГТУ. Разработка макета «Маятник в колесе» лаборатории кибернетической физики
- Терентюк А.Г.*, магистрант, ФНП СГУ. Численное моделирование модуляционной неустойчивости электромагнитных волн в нелинейной диэлектрической среде с дисперсией
- Уманцева О.В.*, магистрант, ФНП СГУ. Синхронизация многомодового резонансного генератора обратной волны
- Фадеев А.А.*, 5 курс, физфак СГУ. Нанозмиттер на основе углеродных нанотрубок
- Фельк Е.В.*, магистрант, ФНП СГУ. Влияние слабой диссипации на структуру фазового пространства консервативной системы с диффузией Арнольда
- Чекмарева А.Ж.*, 3 курс, ФНП СГУ. Консервативные режимы и их разрушение в системе фазовых уравнений с симметрией
- Шиловский В.И., Гуцевич Д.Е.*, 3 курс, СГТУ. Разработка макета «Робот на качелях» лаборатории кибернетической физики
- Якунина К.А.*, 5 курс, ФНП СГУ. Синхронизация гиротрона в режиме жесткого возбуждения



Наука-  
образованию

## НЕСКОЛЬКО СЛОВ О ЛЕКЦИЯХ МОЛОДЫХ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ

*Кузнецов А.П., д.ф.-м.н., профессор,  
заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ*

В этом году к лекционной деятельности на школе были привлечены молодые исследователи. Это лежит в русле концепции и идеи школы единой как для «учителей», так и для «учеников».

Первая лекция «Феномен уравнения ван дер Поля» была прочитана студенткой пятого курса факультета нелинейных процессов Екатериной Селиверстовой (научный руководитель член-корр. РАН Д.И. Трубецков). В рамках лекции школьники познакомились с биографией Балтазара ван дер Поля, его основными научными идеями и результатами. Также обсуждались результаты исследований ученых, его предшественников, обративших внимание на возможность релаксационных колебаний в системах различной природы. В лекции было показано, как получить уравнение ван дер Поля для электронного генератора, его различные модификации и взаимосвязь этих модификаций. Было рассказано также о вкладе А.А. Андропова и его научной школы в развитие представлений об автоколебаниях и их связи с предельными циклами Анри Пуанкаре.

Были представлены научные направления, в рамках которых установлена возможность описания физических процессов с помощью уравнения ван дер Поля: микроволновая электроника, динамика лазеров и синхронизация лазеров, ионные ловушки, транспорт в сверхрешетках, образование структур в газоразрядной плазме, квантовая версия осциллятора ван дер Поля, модель тропического циклона и др. Наиболее подробно обсуждались задачи биофизики, в частности, предложенная еще ван дер Полем и ван дер Марком электрическая модель сердца, описание походки человека, простейших моделей нейронных сетей. От биофизики возник естественный «мостик» к задачам робототехники, когда осцилляторы ван дер Поля используются для задания ритмов, управляющих, например, движениями манипулятора.

Аспирантом факультета нелинейных процессов Натальей Мигуновой (научный руководитель профессор А.П. Кузнецов) была прочитана лекция «Цепные дроби». В рамках лекции была обсуждена история цепных дробей,

начиная с античных математиков. Даны основные определения, представлен алгоритм Евклида разложения в цепную дробь. Даны примеры разложения в цепную дробь рациональных чисел, а также иррациональных чисел  $\pi$  и  $e$ . Дано определение и представлены примеры рациональных аппроксимаций с помощью цепных дробей. Дано определение золотого сечения, обсуждаются его аппроксимации с помощью чисел Фибоначчи. Также приведены другие примеры «драгоценных» сечений, в частности, серебряного сечения, для которого представлены рациональные аппроксимации с помощью чисел Пелля. Обсуждаются приложения теории цепных дробей в механике, музыке, теории календаря и ботанике (филлотаксис). С помощью серебряного сечения дан ответ на вопрос том, как соотносятся стороны листа бумаги формата А4.

Один из мотивов постановки такой лекции связан с демонстрацией универсальности математики и ее проявлений в различных областях. Было важно показать будущим абитуриентам факультета нелинейных процессов, что на факультете большое внимание уделяется не только физическим, но и математическим дисциплинам.

По материалам лекции подготовлены задачи, которые были предложены участникам школы в качестве заочной олимпиады. Были даны задачи на разложение рациональных чисел в цепные дроби, теории календаря, а также предлагалось объяснить значения стандартов напряжения в 380, 220 и 127 вольт. Лучше всех задачи решила Алена Ростунцова (Лицей прикладных наук, Саратов), которая и была признана победителем заочной олимпиады.

## КАЖУЩИЕСЯ ПАРАДОКСЫ В ГИДРАВЛИКЕ

*Ковылов Н.Б.*

Когда мне предложили выступить перед старшими школьниками, участниками традиционной школы «Нелинейные дни для молодых» (организатор – факультет нелинейных процессов СГУ), я определил свою задачу следующим образом: показать молодёжи на возможно более простом примере путь познания в сфере естественных наук. Траектория этого познания проходит через наблюдение явления, планирование и постановку опытов для достоверного установления связей и закономерностей между действующими факторами, после чего или открывается новый закон, или уточняется известный закон, или находят новые применения данного закона. Вот здесь и могут пригодиться снятые более для развлечения внука видеоролики с «кухонными» экспериментами, в которых наблюдались не совсем объяснимые эффекты. «Действующими лицами» опытов стали обыкновенная вода, детские игрушки и какая-то посуда.

Сначала сломанный грузовик был превращён в контейнеровоз, который проходил краш-тест. Положение груза на контейнеровозе до и после столкновения показано на рис. 1. Результат вполне предсказуем в силу закона инерции, и аудитория согласилась, что в этом опыте ничего необычного нет.

Затем в прозрачную пластиковую посуду был помещен пробковый поплавок на поводке, прикрепленном ко дну. После заполнения водой завинчивалась крышка, а всё сооружение клеивалось в устойчивое основание для удобства наблюдения. И вот при ударе этого сооружения о препятствие, когда все ожидали продолжения движения поплавок по инерции, он вдруг поплыл в противоположную (!?) сторону (рис. 2).

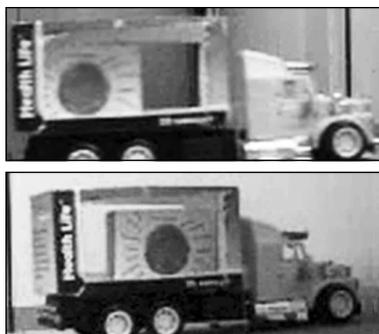


Рис. 1. Проявление инерции незакрепленного груза: *а* – до удара, *б* – после удара



Рис. 2. Отклонение поплавка: *a* – при разгоне, *b* – при торможении

Обе части видеоролика смотрите по ссылке: <https://yadi.sk/i/cWB4yXapYv7dx>.  
Парадокс? Вряд ли. Бесформенная, как мы знаем, движущаяся масса жидкости при торможении стремится сохранить состояние движения, но наталкивается на стенки сосуда. А теперь вообразите себя пассажиром битком набитого вагона. Кто при торможении будет сдавлен сильнее? Правильно, тот, позади которого находится большая масса. Так и с жидкостью. Давление у стенки будет больше, чем на удалении от нее. Попробуем пооперировать формулами. Представим себе, что цилиндрический сосуд высотой  $L$  заполнен жидкостью с плотностью  $\rho$  и его движение замедляется с постоянным ускорением  $a$ . На дно цилиндра площадью  $s$  будет действовать сила  $F$ , вызванная стремлением всей массы  $m$  жидкости сохранить состояние движения с прежней скоростью (второй закон Ньютона).

$$F_1 = ma = \rho Va = \rho Lsa. \quad (1)$$

В каждой точке, прилегающей ко дну, жидкость будет испытывать и распространять давление во всех направлениях

$$p_1 = \frac{F_1}{s} = \rho La. \quad (2)$$

На расстоянии  $\Delta L$  ото дна давление, очевидно, будет меньше:

$$p_2 = \frac{F_2}{s} = \rho(L - \Delta L)a. \quad (3)$$

Поэтому равнодействующая инерционных сил давления жидкости, действующих на поплавок, будет направлена ото дна, в то время как сила инерции поплавка направлена ко дну. Последнюю силу в данном случае можно не принимать во внимание, поскольку масса пробки (поплавка) много меньше массы вытесненной ею жидкости.

Попробуем видоизменить опыт так, чтобы направление инерционных сил совпало с направлением сил тяготения. В прозрачную банку помещаем пластиковый чехол от «киндер-сюрприза», внутрь которого вкле-

ен грузик, обеспечивающий отрицательную плавучесть получившемуся поплавку. В банку заливается вода до отказа, и навинчивается крышка. Теперь банку «роняем» с некоторой высоты и наблюдаем поведение поплавка. Он опять непослушен! Вместо того чтобы прижаться ко дну, он подпрыгивает вверх (рис. 3). Соответствующий видеоролик смотрим по ссылке: <https://yadi.sk/i/ziApF1MZWWaLr>.

У части слушателей данный опыт породил сомнения: а не упругость ли пластика подбрасывает поплавок? Чтобы проверить эту версию, выливаем воду и стучим пустой банкой с тем же поплавком по тому же месту. То, что наблюдается в «сухом» опыте, видно в следующем ролике: <https://yadi.sk/i/RuM5E8IUc8C6E>.

Прыжки еле заметны (даже в отсутствие сопротивления воды). А ведь вода оказывает большее сопротивление! Что-то мы здесь не учитываем, хотя вспомнили и закон Архимеда, и закон Ньютона. Кого же из гениев-физиков вспомнить? Да был же ещё физик, лучше всех знавший свойства жидкостей и газов – Паскаль. Именно закон Паскаля установил свойство несжимаемых жидкостей передавать давление *равномерно по всем направлениям*.

И есть одно обстоятельство, которое требует задержаться на рассмотрении этого случая. Опыт повторили, только в качестве поплавка взяли куриное яйцо, а плотность воды повысили для сохранения тех же условий плавания, растворив в ней поваренную соль. И что же? Наш поплавок почти не сдвинулся с места! Единственное отличие в условиях опыта – форма поплавка. Значит, причину различия надо искать в разнице поведения воды в обоих случаях. В первом случае кроме инерционных сил присутствуют силы упругости корпуса «киндер-сюрприза», который при ударе сминается,

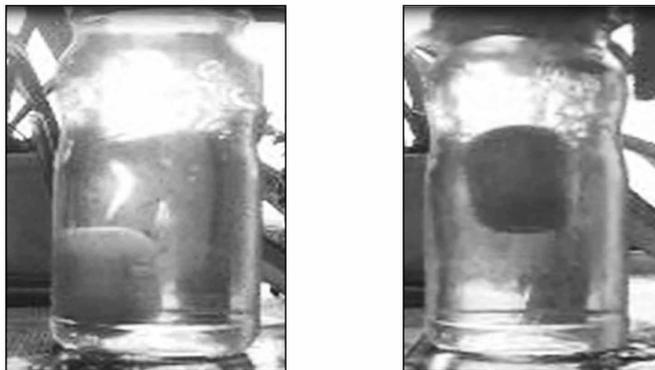


Рис. 3. «Прыгающий» поплавок: а – до удара, б – после удара

а затем, распрямляясь, слегка подбрасывает поплавков вверх. И тут же, за счет повышенного у дна давления, вода устремляется под поплавков. В этом случае, как и при не совсем заполненном сосуде, происходит перемещение масс воды, которое увеличивает динамический эффект. В случае с яйцом перемещения не происходит, так как отсутствует эффект упругой деформации, способствующий возникновению этого эффекта. И, конечно, эффект вертикального скачка этих поплавков менее заметен, так как массы поплавков и вытесненной ими жидкости (а соответственно, и силы инерции) практически равны.

Если смотреть глубже, совместное действие гидростатических и инерционных сил, приложенных к жидкости, заполняющей объем, ограничивающий ее, приводит к эффекту, похожему на волновой процесс. Опыт с горизонтальной цилиндрической ёмкостью, заполненной водой, показывает фонтанчики из двух одинаковых отверстий в начале и в конце ёмкости (рис. 4). Соответствующий видеоролик можно посмотреть в Интернете по ссылке: <https://yadi.sk/i/J1ouc33bc8DAu>.

Обратите внимание, что наш житейский опыт подсказывает, что вода должна выплёскиваться с большим напором через переднее отверстие, а происходит наоборот. В чем дело? Любая поисковая система, если мы интересуемся поведением потока жидкости в трубе при её торможении, выводит нас на явление гидравлического удара [1].

Исследовано оно было основателем отечественной аэро- и гидродинамики Н.Е. Жуковским в конце 19 века. В полностью заполненном движущейся жидкостью трубопроводе при изменении средней скорости потока от  $v_0$  до  $v_1$  за счет частичного перекрытия потока жидкости задвижкой в жидкости возникает волна с превышением давления, определяемым формулой

$$D = \rho(v_0 - v_1)V_{\hat{a}},$$

где  $\rho$  – плотность жидкости, а  $V_{\hat{a}}$  – скорость распространения волны вдоль потока. Она находится в прямой зависимости от сжимаемости жидкости, упругости стенок трубы и её диаметра [2].



Рис. 4. Фонтанирующий «трубопровод» (удар о стенку справа)

С гидроударами приходится профессионально бороться работникам трубопроводного транспорта, в частности, водопроводчикам. Любая поисковая система выдаст вам множество материалов на тему гидро-

удара. Но наиболее интересным примером использования этого явления в технике является гидротаран (рис. 5). С помощью этого устройства производится подкачка воды в водонапорные башни. Кроме того, используя течение реки, можно устроить поливальную станцию без использования электроэнергии или горючего для полива огородов – есть ссылки на пару патентов на эту тему. И совсем не хочется обойти стороной ошибочно называемые гидроударами аварийные ситуации при попадании воды в цилиндры автомобильных двигателей. На самом деле, в этих случаях двигателю безразлично, попадет в цилиндр вода или металлический предмет. Вот только для попадания воды достаточно неопытному водителю заехать поглубже в водоём, а для попадания куска металла в цилиндр без разборки мотора и помощи механика не обойтись.

С чувством большого удовлетворения я воспринял и десятки вопросов после доклада, заданные школьниками, и правоту авторитетных преподавателей физики, которые сетуют на малое количество хрестоматийных материалов, помогающих «почувствовать» работу физических законов в окружающей жизни. Убеждён, что интерес школьников к физике находится в прямой зависимости от количества иллюстративного материала, дающего строгую дополнительную информацию, по возможности, без формул, как бы странно это ни звучало.

С чувством большого удовлетворения я воспринял и десятки вопросов после доклада, заданные школьниками, и правоту авторитетных преподавателей физики, которые сетуют на малое количество хрестоматийных материалов, помогающих «почувствовать» работу физических законов в окружающей жизни. Убеждён, что интерес школьников к физике находится в прямой зависимости от количества иллюстративного материала, дающего строгую дополнительную информацию, по возможности, без формул, как бы странно это ни звучало.

### Библиографический список

1. [1.ru.wikipedia.org/гидроудар](http://1.ru.wikipedia.org/гидроудар).
2. [khd2.narod.ru/hydrodyn/rampump.htm](http://khd2.narod.ru/hydrodyn/rampump.htm)

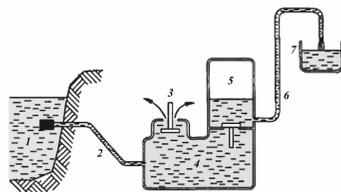


Рис. 5. Устройство для подъема воды (гидротаран): 1 – водоём, 3 – отсекающий клапан, 4 – обратный клапан, 7 – водонапорная ёмкость

## КОЛЕСО И РЫЧАГ В ТЕХНИКЕ

*Ковылов Н.Б.*

**Постановка задачи.** В своей книге «Путь стрельца» я попытался посмотреть на некоторые физические явления с несколько иных точек зрения, чем в школьных учебниках физики [1]. В настоящем материале рассматриваются древнейшие механизмы человечества: колесо и рычаг. Кажется, про эти приспособления всё давно известно, но, как бывает в подобных случаях, многие факты исчезают из памяти, а новые технические решения наталкиваются на забытые мелочи, порождающие новые проблемы.

Итак, колесо. Говорят, что в живой природе колеса мы не увидим. Наверное, так. Но возникло оно из ствола дерева, бревна, которое можно было перекатывать по достаточно ровной поверхности, а не таскать на себе к своему жилищу. Потом выяснилось, что это бревно можно нагрузить, например, большим валуном и ускорить с его помощью расчистку поля для посева. Облегчив себе труд, человек начал «эволюцию» этих «круляшек», в результате которой функции колеса существенно расширились (рис. 1).

Ну, а причем здесь рычаг – этот волшебный механизм, который способен прибавить силы там, где этой силы не хватает? Попробуем взглянуть на оба эти механизма одновременно.

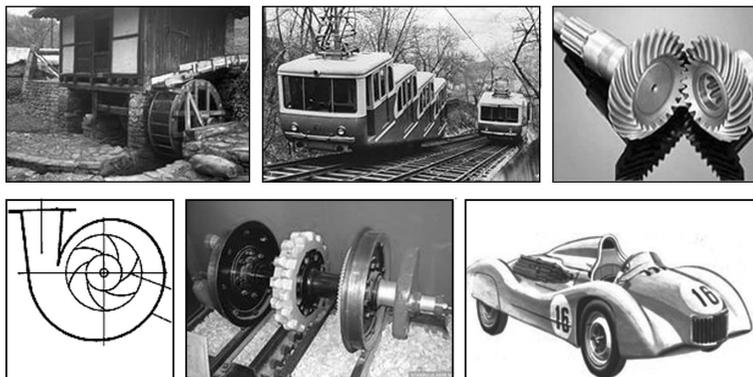


Рис. 1. Функции колеса весьма разнообразны

## Колесо как средство передвижения

Все колёсные транспортные средства имеют общую особенность: они опираются на ту или иную дорогу и имеют ось вращения. А теперь представим себе, что колесо как круг (геометрическая фигура) есть геометрическое место его диаметров и только один из них имеет общую точку с опорой – дорогой, по которой это колесо катится (рис. 2). Вот вам и рычаг. Пользуясь знаниями, полученными из учебника физики, можно сделать вывод, что при качении идеально круглого колеса по ровной горизонтальной дороге потери энергии на трение отсутствуют, хотя сами силы трения существуют и обеспечивают качение.

Это говорит о том, что при рассмотрении процессов, в которых участвует качение, следует приписывать потери энергии *не силам трения, а силам сопротивления качению* [2].

В самодвижущемся транспорте колесо выполняет одну из двух функций: преобразование прилагаемого к оси колеса момента в силу тяги либо преобразование приложенной к оси силы тяги в поступательное движение. Здесь пригодится теорема моментов, которая и устанавливает связь колеса с рычагом-диаметром. Физический смысл этой связи состоит в переходе части энергии вращательного движения в энергию поступательного и наоборот. Эти и другие функции колеса удобно рассмотреть на кинематической схеме, например, автомобиля (рис. 3).

Ведомое колесо служит для снижения сопротивления движению. К оси этого колеса приложена сила в направлении движения через раму, элементы подвески, рычаги и рессоры. В возникновении сопротивления движению сила трения колеса о дорогу участия не принимает, зато деформация колеса, прогиб дорожного

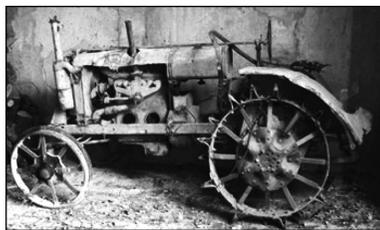


Рис. 2. Колесо как сумма рычагов



Рис. 3. Взаимодействие агрегатов в механизме. 1 – двигатель внутреннего сгорания, 2 – коробка перемены передач, 3 – передача крутящего момента на колёса, 4 – оси вращения, 5 – сцепление с дорожным покрытием

покрытия, слой грязи или снега, наконец, аэродинамическое сопротивление воздушного потока – вот главные виновники повышения расхода бензина.

Ведущее колесо служит *двигителем* в самоходном наземном транспорте. Здесь вращательный момент через элементы трансмиссии (сцепление, коробку передач и др.) передаётся от двигателя на ось ведущего колеса. Радиус колеса, опирающийся в данный момент времени на дорогу, преобразует момент в силу, направленную против движения. Если скольжение отсутствует, то точка опоры остаётся на месте, зато смещается в направлении движения ось колеса, а через элементы подвески – и весь автомобиль.

Теперь очевидна разница между понятиями «двигатель» как источник механической энергии и «двигитель» как средство преобразования её в энергию движения.

Кстати, в нулевом приближении нога человека при осторожной ходьбе тоже может интерпретироваться как рычаг с осью (в тазобедренном суставе), опирающийся на землю (рис. 4). Момент вращения при ходьбе создаётся мышцами, хотя ходьба – гораздо более сложный динамический процесс, управляемый многими факторами. Желая углубить свои знания в области спортивной сложной динамики рекомендую интересную статью в № 4 журнала «Известия вузов. ПНД» [3]. В ней раскрыты большие возможности исследования сложнейших динамических систем на современной основе. Возможно, скоро мы станем свидетелями бездопингового спорта, когда всё будет решать техника спортивных упражнений.

Вернёмся к автомобилю. А что, разве многочисленные шестеренки в узлах автомобиля – не колёса? Только функция этих колёс другая: преобразование угловых скоростей вращения валов.

А если вместо твердой дороги – поверхность водоёма? И здесь колесо приобрело роль двигателя. Сейчас не встретить на реке колесный паровоз, и паровые машины ушли в прошлое, а в роли двигателей выступают гребные винты, иногда пропеллеры и все чаще – водометы. А ранее колесо на судне было оснащено гребными лопастями, и тяговое усилие от него порождалось как трением увлекаемых им масс воды о неподвижные массы воды (похоже на наземный транспорт), так и реактивными силами отбрасываемых масс (рис. 5).

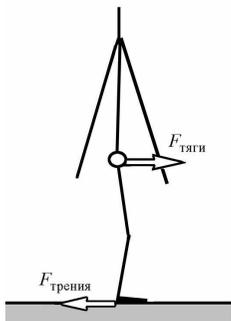


Рис. 4. Моменты сил при ходьбе



Рис. 5. Гребное колесо – весло или ракета?

Законы механики благодаря принципу относительности движения предсказали колесу обратимые функции: ведомое колесо запасает кинетическую энергию при движении (роль двигателя), а ведущее колесо отдает энергию. Гребное колесо с парохода можно установить в потоке движущейся воды, а с осью его связать мельничные диски – вот вам и бесплатный помол зерна. Обратимость? Конечно. Конструкция колеса водяной мельницы постепенно сильно изменилась, превратившись и в ротор паровой турбины, и в ротор гидрогенератора, а также в элементы самых разных насосов. Ведь, если поместить это же колесо в специально сконструированный корпус и хорошенько раскрутить, получится центробежный насос (рис. 6)!

Всем известно, что возвратно-поступательное движение поршня в цилиндре паровой машины или двигателя внутреннего сгорания – процесс очень неравномерный, а транспорт должен двигаться плавно. Вот и здесь пригодился такой важный параметр колеса, как момент инерции. Обладание этим важным свойством превращает колесо в аккумулятор кинетической энергии – маховик (рис. 7). Такой аккумулятор с легкостью накапливает энергию и так же легко её отдаёт. Известны конструкции гиравтомобилей, которые не получили широкого распространения, но интересны с точки зрения экологической безопасности.

Важные выводы следуют из перечисленных фактов.

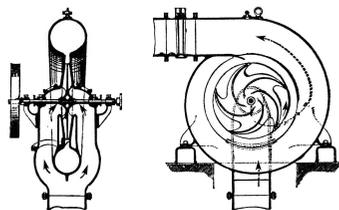


Рис. 6. Колесо водяной мельницы превратилось в насос



Рис. 7. Зачем автомобилю «схождение» колёс?

Единство двух видов механического движения позволило в процессе техногенной деятельности человека создать огромное количество комбинаций из преобразователей движения и накопителей энергии на основе разновидностей гладких и зубчатых колёс, воплощенных в транспортные средства, технологическое оборудование, электростанции, грузоподъёмное оборудование и многое другое, без чего современная жизнь уже немыслима.

Но есть одна функция колеса, которая не вписывается в описанные примеры потому, что она основана исключительно на трении колеса о дорогу – определение направления движения колёсного транспорта (кроме, конечно, железной дороги). Порою взгляд наш падает на рекламное объявление автосервиса: «регулировка развала и схождения». На рис. 8 показана кинематическая схема ходовой части автомобиля. Опытным путём установлено, что траектории, описываемые колёсами при постоянном повороте руля, представляют собой концентрические окружности с общим центром, в котором пересекаются продолжения осей всех колёс. Нетрудно убедиться, что для выполнения этого условия передние колеса должны поворачиваться на разные углы. Это и есть «схождение». Ну, а развал обеспечивает регулирование площади опоры колеса в зависимости от загрузки машины и создает равномерный износ шины по ширине.

Ещё один важный пример. Привлекая воображение, можно представить качение колеса по дороге как наматывание дороги на колесо, если нет проскальзывания. А вот идея свернуть отрезок дороги в замкнутую ленту и надеть эту ленту на передние и задние колеса создает новую картину движения: колёса катятся по ленте (гусенице), а сама гусеница ползёт по дороге. Площадь соприкосновения с дорогой резко возрастает, и риск перехода колеса в режим скольжения снижается. Значит, появляется возможность получить огромные тяговые усилия с помощью гусенично-

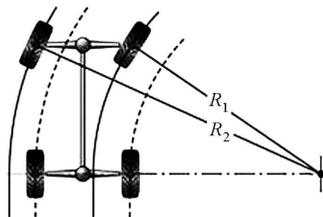


Рис. 8. Зачем автомобилю «схождение» колёс?

го механизма. Заодно давление на дорогу становится малым, и можно ездить по болотам. Так мы пришли к тягачам, вездеходам и боевым машинам.

Кстати, всё вышесказанное призывает к осторожному использованию «нулевых» моделей движения с трением во многих задачах для школьников, в которых предполагается использование сил трения колес о дорогу взамен сил сопротивления качению (движению), иначе у учащихся может возникнуть превратное представление о физике процессов в этой области знаний.

### **Библиографический список**

1. *Ковылов Н.Б.* Путь стрельца. Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2011.
2. *Матвеев А.Н.* Механика и теория относительности. М.: «Высшая школа», 1976. С. 332.
3. *Кузнецов А.П., Селиверстова Е.С., Трубецков Д.И., Тюрюкина Л.В.* Феномен уравнения ван дер Поля // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 4. С. 3.

# ДИССЕРТАНТУ О ВОСПРИНИМАЕМОСТИ, ЧИСЛОВОЙ ОЦЕНКЕ И ЗАЩИТЕ НАУЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

*Аникин В.М., Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н.*

Три стадии признания научной истины: первая – «это абсурд», вторая – «в этом что-то есть», третья – «это общеизвестно».

*Эрнест Резерфорд*

Диссертант претендует на признание своих научных достижений в форме присуждения соответствующей учёной степени, в силу чего особенно зависим от мнения научного сообщества. Поэтому он должен учитывать при написании и продвижении своей работы все те критерии, нормы, науковедческие положения и соглашения, сложившиеся в научной среде и применяемые при анализе качества научной работы. Данные заметки посвящены некоторым особенностям презентации научных результатов и их оценки.

## 1. О «резонансности» научных идей

Публикация научного результата в рамках (или вне рамок) диссертации любого формата (магистерская, кандидатская, докторская) не означает мгновенного признания научным сообществом его истинности, которая, прежде всего, соотносится с *общеобязательностью* результата, то есть его воспроизводимостью при заданных условиях и независимостью от не относящихся непосредственно к научной деятельности личностных «параметров» ученого. Качество «общеобязательности» придает добытым знаниям смысл и, как писал В.И. Вернадский, «создаёт научным исканиям в разнообразии и изменчивости жизни неизблемость» (цит. по [1, с. 59]). Признанию истинности результата объективно предшествует «рабочий процесс» его «восприимчивости» со стороны представителей соответствующей области науки. Восприимчивость требует отражения в научной работе идейно-экспериментальной базы в форме согласованных научным сообществом стандартных способов проведения исследований, описания их процедур и получения результатов, без чего невозможны общение и дискуссия между специалистами в течение некоторого периода времени, когда к результату «привыкают» и, наконец, признают.

«Скорость» признания результата может определяться не только степенью убедительности его доказательности, но и социальными и человеческими факторами. Условия возникновения научных идей и резонансность их восприятия профессиональным сообществом нередко задаются сплетением разнообразных исторических, этнокультурных, ситуативных, личностных факторов (биографических обстоятельств) и просто непредвиденных событий. Как отмечал В.И. Вернадский, «...недостаточно, чтобы истина была высказана или чтобы явление было доказано. Их понимание, проникновение ими человеческого разума зависит от других причин, одна хрустальная ясность и стройность, строгость доказательств недостаточны. Условия внешней, социальной, среды, состояние техники, настроения и привычки мыслящих людей науки должны быть при этом принимаемы во внимание» (цит. по [1, с. 60]). Дело в том, что «научное мировоззрение не есть абстрактное логическое построение. Оно является сложным и своеобразным выражением общественной психологии» (цит. по [1, с. 60]). Классический пример: идеи И. Ньютона после выхода в свет «Математических начал натуральной философии» (1687) «пробивались» в общественное и научное сознание в течение нескольких десятков лет, преодолевая сопротивление учения Р. Декарта о силе как свойстве пространства.

## 2. Переходит ли «количество» в «качество»

Завоевание внимания к собственному научному творчеству происходит (это все знают) благодаря активности автора в публикационной деятельности, участию в научных конференциях и семинарах различного ранга, непосредственному обмену электронными версиями статей с представителями близкого по тематике круга исследователей и т.п.

О степени известности (далеко не всегда совпадающей с научной ценностью) работы свидетельствует количество ссылок на неё, что наряду с другими числовыми оценками-индексами (например, с индексом Хирша), используется в качестве числового показателя эффективности научной деятельности ученого. Можно вспомнить по этому поводу одно наблюдение академика П.П. Лазарева. В статье, посвящённой памяти своего учителя – выдающегося русского физика Петра Николаевича Лебедева [2], он привёл такую статистику: за 22 года творческой деятельности Лебедев опубликовал 22 оригинальные научные работы (не считая их переизданий), то есть в среднем по одной работе в год. Скончался Петр Николаевич в возрасте 46 лет. Аналогичная статистика по другим выдающимся ученым-физикам такова: у Георга Римана (умер в 39 лет) – 18 работ, у Генриха Герца (умер

в 37 лет) – 25 работ, у Жана Фуко (умер в 47 лет) – 66 работ. Некоторые ученые оставили после себя всего по 2–3 работы, например, математик Эварист Галуа, погибший на дуэли в 20 лет. «И тем не менее, – подчёркивает Лазарев, – их имена навсегда связаны с историей науки. Мы видим, что одно только количество работ не дает никакого критерия значимости данного ученого» [2, с. 580].

И всё же числовые показатели играют сейчас немалую роль при решении вопросов об отборе претендентов на гранты, включении в экспертные советы и т.д., и иногда это оставляет в стороне внешне «неплодовитых» людей, обладающих большими знаниями и интеллектуальными возможностями.

Ясно, что в наше время компьютерные технологии значительно ускорили выполнение и презентацию научных исследований, тем более, в областях расчетов и виртуальных экспериментов, для которых компьютер, собственно, и вышел на первые планы и играет роль главного инструмента. Вот один из многочисленных примеров. Поставленная и не решенная в течение жизни великим К. Гауссом 200 лет назад проблема по определению скорости установления инвариантного распределения в первой введенной в научный оборот динамической системе теории чисел (имеется в виду отображение Гаусса [3], нашедшее применение в космологических теориях) была численно решена в машинную эпоху (правда, с некоторыми «приключениями»), поскольку требовалось работать с кверзным математическим объектом – несамосопряженным линейным оператором).

«Может удивлять малое количество печатных работ у Лебедева, который целые дни проводил в лаборатории, – писал в той же статье П.П. Лазарев, – но это объясняется колоссальной технической трудностью тех вопросов, которые ставил для разрешения Лебедев. Исследования светового давления на твердые тела потребовали от него около 8 лет работы; изучение давления света на газы продолжалось ещё дольше – около 10 лет. Если пересмотреть все варианты опытов Лебедева, все контрольные исследования, то мы должны согласиться с Вином, который писал, что Лебедев «владел искусством экспериментирования, как никто в наше время» [2, с. 580].

### **3. Научная тщательность и публикационная скромность**

На проблему своевременной апробации научных результатов можно взглянуть в несколько ином ракурсе: в истории науки есть учёные, которые демонстрировали предельную «публикационную скромность» при наличии важных оригинальных результатов. Прежде всего, следует назвать имя мате-

матического гения Карла Фридриха Гаусса (1777–1885). Он оставил много неопубликованных работ, о которых стало известно спустя многие годы. Так, выяснилось, что Гаусс занимался, в частности, вопросами неевклидовой (термин принадлежит Гауссу!) геометрии, теорией эллиптических функций и стал свидетелем первых публикаций по этим темам других авторов, причём относился к чужим работам весьма скептически.

Второй, более близкий по времени, сюжет. В 2006 году физики-теоретики мира не оставили без внимания 100-летие со дня рождения итальянского профессора Этторе Майораны (1906–1938(?)). Его исключительный математический талант признавали ведущие специалисты мира в области ядерной физики – Энрико Ферми, Эмилио Сегрэ, Бруно Понтекорво, Эдуардо Амальди<sup>1</sup>. Опубликованные работы Майораны (а их насчитывают от 8 до 10) сохраняют научную ценность (и, соответственно, цитируются) до настоящего времени. Как отмечал И.М. Капитонов, профессор кафедры общей физики МГУ, Майорана «навсегда вошёл в историю науки, благодаря двум провидческим работам в области физики. Он первым в начале 1930-х годов создал теорию атомного ядра, состоящего из протонов и нейтронов, начав работать над ней ещё до открытия нейтрона. В основном же Майорана известен тем, что «изобрел» в 1937 году абсолютно нейтральное (истинно-нейтральное) нейтрино, называемое теперь майорановским, и значение которого для физики нейтрино было осознано лишь почти 40 лет спустя»<sup>2</sup>.

Однако «официально» Майорана не значится среди авторов протон-нейтронной теории атомного ядра (термин «силы Майораны» все же закрепился в ядерной физике). Но он мгновенно, по свидетельству Сегрэ и Ферми, правильно интерпретировал опубликованные результаты опытов супругов Жолио-Кюри, из которых можно было «вывести» существование нейтрона, и провел теоретические расчеты по «конструированию» ядра. Майорана отказался обнародовать эти результаты, считая их незавершёнными, хотя мог бы их представить (при посредстве Э. Ферми), допустим, летом 1932 года на международной конференции в Париже по атомной физике.

И ещё более парадоксальный случай: свою знаменитую статью о нейтрино Э. Майорана, по свидетельству Б.М. Понтекорво, написал просто для того, чтобы повысить свои шансы на занятие места профессора на кафедре физики университета Неаполя в 1937 году. А в 1938 году, в возрасте

---

<sup>1</sup>Э. Амальди издал книгу о Майоране: Amaldi E. La Vita e l'Opera di Ettore Majorana (Roma: Accademia Nazionale dei Lincei, 1966).

<sup>2</sup>Капитонов И.М. Жизнь и дело Этторе Майораны (Эпилог к 100-летию Этторе Майораны) // Газета «Советский физик» (Физический факультет МГУ). 2007, № 1 (54). Статя 8. URL: [http://www.phys.msu.ru/rus/about/sovphys/ISSUES-2007/1\(54\)-2007/54-8/](http://www.phys.msu.ru/rus/about/sovphys/ISSUES-2007/1(54)-2007/54-8/)

31 года, Э. Майорана, в буквальном смысле, таинственно исчез (по этой причине около даты его смерти иногда ставят знак вопроса). К сожалению, в науке он оставил вклад гораздо меньший, чем реально мог ей дать. Многие свои идеи он сообщал только узкому кругу лиц, отказываясь их публиковать; не берег своих расчетов. Рассказывали, что во время научных дискуссий он мог сделать важные выкладки на пачке сигарет, которую потом со спокойной душой выбрасывал. Возможно, для него представляли большую ценность *собственно процесс познания и ощущение личного ясного понимания проблемы*, чем представительский момент (а он имеет и определённый тщеславный смысл), связанный с публикацией научных статей...

А вот, в случае открытия в конце 60-х годов прошлого века нового фундаментального типа поверхностных акустических волн в пьезоэлектрических материалах (сдвиговых поверхностных волн), лавры первооткрывателей международное научное сообщество единодушно поделило между Юрием Васильевичем Гуляевым, будущим академиком и членом Президиума РАН, и Джеффри Л. Блюстейном (Jeffrey L. Bleustein), преподавателем (Associate Professor) факультета инженерии и прикладных наук Йельского университета (штат Коннектикут, США). В мировой литературе для названного типа волн утвердилось название Bleustein–Gulyaev waves (Gulyaev–Bleustein waves).

Как случилось, что новый тип волны получил двойное наименование? Гуляев и Блюстейн работали независимо друг от друга. Статья Ю.В. Гуляева «Поверхностные электрорезонансные волны в твердых телах» поступила в журнал «Письма в ЖЭТФ» 17 октября 1968 года и была опубликована в январском выпуске этого журнала 1969 года (Т. 9, вып. 1. С. 63–65). Статья Джеффри Блюстейна «A new Surface Wave in Piezoelectric Materials» принята в журнал «Applied Physics Letters» на три недели позже – 7 ноября 1968 года, но зато была опубликована раньше – уже в декабрьском номере журнала (Vol. 13, Number 12, 1968, December 15). Можно сказать, что редакционная нерасторопность лишила отечественного учёного единоличного приоритета<sup>3</sup>. Соавторы открытия ни разу не встречались в жизни, но в вопросе приоритета корректны по отношению друг к другу.

---

<sup>3</sup> Любопытна дальнейшая карьера Джеффри Блюстейна (PhD in engineering mechanics from Columbia University). В 1971 году он занялся управленческой деятельностью в компании American Machine and Foundry, а затем – в «брендовой» компании Harley–Davidson. На стезе бизнеса, управления и маркетинга он добился больших успехов (ему пригодился здесь и инженерный опыт). В 2002 году он привлекался к работе в президентской комиссии по трудовым ресурсам (в тот год издание «Industry Week» «определило» его в число технологических лидеров года – Technology Leader of the Year). В 2010 году журнал «Harvard Business Review» включил Блюстейна в список «100 наиболее эффективных руководителей мира».

#### **4. Учёные «всякие нужны», учёные «всякие важны»**

Однако продолжим обсуждать вопрос о «популярности» научных публикаций на более «приземленном» уровне. В число цитирований входят и ссылки автора на собственные работы, и «внешние» ссылки, сделанные «коллегами по цеху». Устойчивый интерес к конкретной публикации на временной шкале призван подтверждать научную новизну, качество содержания научной работы и, в конечном итоге, истинность и значимость представленных данных. Однозначно сказать, исходя из общего понятия «наука», что «лучше» – «внутренние» или «внешние» ссылки – трудно. Если тема, которая профессионально разрабатывается автором, серьёзна, но поддерживается в мире (стране) относительно небольшим числом исследователей, то «внутренние» ссылки можно рассматривать как подтверждение «преданности» своей теме и ее развития, а также компетентности в данной области, и без них просто не обойтись.

С другой стороны, большое число «внешних» ссылок в первую очередь означает, что работа хорошо разрекламирована и (или) выполнена в «ударном» направлении, придерживаться которого «выгодно» не только из научных, но и конъюнктурных соображений, тем более, если предшествующий научный багаж можно успешно использовать при разработке новой тематики. С научной точки же зрения, важны *все* работы, содержащие истинные, в рамках заложенных в них модельных представлений, результаты. К тому же, пожалуй, прав Норберт Винер, который писал: «Вполне вероятно, что 95 процентов оригинальных научных работ принадлежат меньше чем 5 процентам профессиональных ученых, но большая часть из них вообще бы не была написана, если бы остальные 95 процентов ученых не содействовали созданию общего достаточно высокого уровня науки» (цит. по [4, с. 69]). Это высказывание, во-первых, можно адресовать людям, распоряжающимся в стране финансовыми потоками. А во-вторых, популярность тематики может приводить, как остроумно отмечено в [5, с. 8], к «самопроизвольному рождению» «первопроходцев»: «Не успеешь что-нибудь открыть, как набегут предшественники» (по Л.А. Вайнштейну).

#### **5. Электронная библиотека, индекс Хирша и «поручики Киж» XXI века**

Попутно отметим, что динамика числа цитирований имеет свои «удивительные» особенности. Например, для активно работающих учёных своеобразной «ловушкой» для ссылок оказываются написанные ими моногра-

фии. Читатели перестают ссылаться на оригинальные статьи, а указывают в качестве источника книгу – так проще и, может быть (особенно, если монография «свежая»), «солиднее». Далее, едва ли не во всех журналах правила оформления библиографических данных различны и, как правило, в полной мере не соответствуют государственному стандарту на затекстовые ссылки (их использование в научной литературе представляется наиболее разумным). Это создаёт трудности при установлении связей между публикациями в отечественной электронной системе eLibrary, поскольку соответствующая программа необыкновенно чувствительна (до знака) к расхождениям в библиографических текстах, в результате чего ссылки не «проявляют» себя, так что каждый автор со стажем легко обнаружит в своём «досье» не один десяток (!) «непривязанных» ссылок. И просто анекдотом в системе eLibrary выглядит название журнала, записанное как ... «Там же». Это следствие редакторской «экономии» при оформлении библиографии в журнальных статьях, доведённое до абсурда недостаточно осведомленными (мягко говоря) уполномоченными, которые от имени организаций заносят первичные данные в систему. Переход же на единый стиль библиографических данных не прост, поскольку требует перепрограммирования редакторских систем, используемых в журналах. Право вносить коррективы самим авторам разумно не предоставлено в силу (опять же) их возможной некомпетентности в содержательной и технической стороне дела. Они могут лишь надеяться на помощь службы поддержки eLibrary.

Всех пользователей системы eLibrary (и, впрочем, зарубежных электронных баз данных) ждут также «сюрпризы» в форме ошибочно занесённых в их списки статей других авторов, являющихся однофамильцами (язык и инициалы при этом не играют никакой роли – лишь бы совпадали фамилии и их транслитерации). Но особенность системы состоит в том, что формируя список работ автора с «избытком», она при этом «доверяет» сохранить свои и удалить чужие публикации. Как показывает практика, далеко не все авторы внимательны и щепетильны в этом вопросе. Это, в частности, может привести к появлению «поручиков Киж» XXI века: обладая мизерным значением индекса Хирша, благодаря «гуманитарной помощи» бригады авторов-однофамильцев (с несовпадающими даже инициалами!), работающих в иных, в том числе за пределами Родины, организациях, некоторые таким путем могут свой индекс существенно «прирастить» и попасть (по недосмотру), к изумлению честного народа, на местные «доски почёта» «рекордсменов» по Хиршу.

Что мы хотели сказать этим отступлением? Числовые показатели «эффективности» научной деятельности не являются абсолютными в содержа-

тельном отношении. Их корректность и объективность пока не обеспечивается также техническими средствами и во многом зависит от «человеческого фактора».

## **6. Осторожно: Интернет!**

Продолжая основную тему, отметим, что особое значение проблема «завоевания» научной аудитории имеет для соискателей учёных степеней. Современные информационные технологии облегчили этот процесс. На заключительной стадии прохождения диссертации коммуникативное взаимодействие [6] достигается посредством рассылки автореферата по электронной почте и размещения текстов автореферата и диссертации в Интернете. Широкой аудитории теперь доступны и размещаемые на сайтах диссертационных советов полные тексты всех отзывов, поступающих на диссертацию и автореферат.

Но здесь мы вынуждены опять остановиться и обратить внимание на существенные проблемы, встающие перед авторами диссертаций. При открытом доступе, во-первых, существенно «обнажается» лингводисциплинарная компетенция диссертанта – научная эрудиция, владение средствами грамотного вербального представления результатов, терминологией, умение делать смысловые умозаключения [4, 6]<sup>4</sup>, а во-вторых, беззащитными становятся «недоопубликованные» фрагменты текста диссертации. В принципе, это создаёт мотивацию для более внимательной работы над диссертацией и её апробации. И это плюс. Но насколько хорошо это «средство мотивации» в плане абсолютной защиты авторских прав, да и обеспечения информационной безопасности? Ведь размещение полных текстов диссертаций при всей формальной открытости тематики открывает неконтролируемым «учёным-хищникам» широкий путь для присвоения систематизированных результатов, выводов, идей, направлений дальнейших исследований. И это уже большой минус.

## **7. Язык науки**

И в заключение обратим внимание как авторов, так и читателей научных работ на моменты, связанные с вербальным представлением научных данных.

---

<sup>4</sup>Кстати, критическое отношение к общему уровню соискателя может вызвать даже некорректное с редакторской точки зрения и нелогичное по содержанию форматирование заголовка диссертации!

В контексте проблемы воспринимаемости новых результатов определённую роль играет научная терминология, в частности, непротиворечивость и однозначность терминов, используемых в пределах диссертационной работы. Многовековая жизнь науки доказывает, что содержание отдельных важных терминов со временем постепенно изменяется. И неудачный выбор автором основных для его теории терминов и (или) её названия может определить судьбу теории. Примером «на все времена» может служить несчастливая судьба научных идей французского естествоиспытателя Ж.-Б. Ламарка (1744–1829). Одновременно (1802) с немецким учёным Г.Р. Тревиранусом он ввел термин «биология», имеющий исключительно широкое хождение и ныне. Будучи предшественником Ч.Р. Дарвина, Ламарк создал учение об эволюции живой природы (ламаркизм). Но, следуя традициям XVIII века, он назвал движущие эволюцию взаимодействия «невидимыми флюидами». И уже учёными XIX века «невидимые флюиды» воспринимались как нечто мистическое (и потому бессодержательное). Как полагает историк естествознания С.Д. Хайтун, это обстоятельство почти на два столетия отодвинуло вполне рациональную автогенетическую концепцию Ламарка с авансены эволюционизма. В этой связи актуализация непротиворечивой классификации терминов и обозначаемых ими понятий является актуальной (хотя и сложной задачей), что оказывается полезным и в прогностических целях. Соискатель обязан (а) помнить, что язык науки должен соответствовать *предметной области* исследования, и (б) стремиться к максимальной точности и однозначности не только при определении понятий и высказываний, но и при их *использовании!*<sup>5</sup>

К сожалению, даже при выполнении императивов (а) и (б) участники научной коммуникации не застрахованы от взаимного непонимания. Речь не идёт о банальных недоразумениях, вызванных, например, несоизмеримостью их тезаурусов. Уязвимость коммуникации имеет более глубокую основу. Обычно в научных положениях, выносимых диссертантом на защиту, в выводах, резюме и иных формах «плотной упаковки» нового знания автор обязан оперировать абстракциями (часто весьма высокого уровня, скажем, «система», «(бес)порядок», «устойчивость», «преобразование»). И чем выше градус абстрагирования, обобщения, тем ценнее в познавательном плане тезис, поскольку он универсален, всеприложим, служит компасом в многообразных исследовательских ситуациях. В этом обстоятельстве проявляется одна из генеральных функций науки, подчёркиваемая В.И. Вернадским: подводить различное, конкретное под общее, единое, то есть унифицировать

<sup>5</sup> В радиофизических работах, например, нужно аккуратно подходить к использованию термина «мода».

многочисленные частности. Или, как стали выражаться позднее, сжимать информацию.

Попытаемся встать на позицию коллеги-читателя, то есть того, кому адресована статья, книга, диссертация etc. Ему предстоит безошибочно воспринять её содержание и действовать в согласии с ним. Но каковы источники помех? Согласно выводам А. Коржибского<sup>6</sup> в его книге «Наука и здравый смысл», чем выше уровень абстракции сообщения, тем ниже вероятность того, что оно будет осмыслено должным образом. Причина парадокса в том, что абстрактное слово читатель или слушатель воспринимает в *субъективной* «системе координат». А её образует нейроструктура, регулирующая познавательную деятельность. Восприятие основано на личном опыте человека (осознаваемом или нет) и на «подмене» абстракции внутренним представлением, хранящимся в подсознании.

Иначе говоря, в ходе восприятия читатель или слушатель не «вынимает» *смысл* абстракции, который ранее «вложил» в своё высказывание автор, а «дешифрует» его. Но дешифрует не только стандартным, общепринятым алгоритмом, но и с помощью «ключей», «подсказок», «сигналов», которые рождены его личными подсознательными ощущениями. Очевидно, что абстракциям и общим категориям неизбежно свойственна *неопределённость* значения. Чем больше такой неопределённости в сообщении, тем больше личных внутренних представлений она мобилизует и тем выше активность подсознания. А это всё субъективные явления<sup>7</sup>. Поэтому от читателя (слушателя) требуется особая бдительность при работе с восприятием абстракций.

### Заключение

Действенность критериев общеобязательности и воспринимаемости демонстрирует история научных открытий. На хронологической оси встречаются *все* события, с которыми связаны те или иные творческие достижения естествоиспытателей и инженеров: гениальные догадки, экспериментальные факты, постановки проблем, убедительные теории, открытия, плодотворные идеи, пионерские изобретения, точные модели природных явлений, полезные приспособления, поучительные неудачи и т.д. Уже по од-

---

<sup>6</sup> А. Коржибский (иначе Кожибский, Корзыбский; 1879–1950) – философ, один из создателей психолингвистики, занимающейся соотношением смысла и его передачи средствами речи. Родился в Российской империи, учился в Варшавском университете, эмигрировал (1940) в США.

<sup>7</sup> См. : Жучкова А.В. Психолингвистическая структура стихотворения Мандельштама «Стихи о неизвестном солдате» // Вопросы литературы. 2014. Ноябрь–Декабрь. С. 145–168.

ной этой причине история науки и техники обладает бесспорной познавательной силой. Знание истории науки – непосредственно либо косвенно – способствует освоению её предмета, постепенному овладению специальной терминологией, помогает ориентироваться в эпонимии, в содержании споров между учёными, представить себе судьбу некоторых творческих идей, различные периоды развития науки [1,7]. Конкретным примером познавательного научно-исторического рассмотрения является работа [5].

Различные науковедческие аспекты, определяющие качество научной работы, рассматриваются также в [8–12]. В данных заметках акцентируется, главным образом, мысль о том, что только те знания, которые автор делает публичным достоянием и которые проходят экспертную оценку, можно считать состоявшимися, «воспринимаемыми». Но для этого требуется встречное «движение» интеллектуальных усилий авторов и читателей. Мысли и идеи, оставшиеся в рабочих дневниках и со временем потерявшие научную актуальность, могут служить лишь характеристикой блестящей научной интуиции и эрудиции их авторов.

### Библиографический список

1. *Измайлов И.В., Пойзнер Б.Н.* О науке, событиях в истории изучения света, колебаний, волн, об их исследователях, а также глоссы и этимоны: Учеб. пособие / Под ред. А.В. Войцеховского. Томск: Издательский Дом ТГУ, 2014. 380 с.
2. *Лазарев П.П.* Воспоминания о П.Н. Лебедеве // УФН. 1962. Т. 77, вып. 4. С. 571.
3. *Аникин В.М.* Отображение Гаусса: Эволюционные и вероятностные свойства. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2007. 80 с.
4. *Аникин В.М., Усанов Д.А.* Диссертация в зеркале автореферата: Метод. пособие для аспирантов и соискателей ученой степени естественно-научных специальностей. М.: ИНФРА-М, 2013. 128 с.
5. *Кузнецов А.П., Селиверстова Е.С., Трубецков Д.И., Тюрюкина Л.В.* Феномен уравнения ван дер Поля // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 4. С. 3.
6. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Коммуникативная функция автореферата и уровень лингво-дисциплинарной компетенции диссертанта // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2013. Т. 13, вып. 1. С. 80.
7. *Аникин В.М.* Физика и интеллектуальное саморазвитие личности //

- Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 4. С. 117.
8. *Соснин Э.А., Пойзнер Б.Н.* Осмысленная научная деятельность: Диссертанту – о жизни знаний, защищаемых в форме положений / Под ред. А.В. Войцеховского. М.: ИНФРА-М, 2015. 144 с.
  9. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* «Предзащита» диссертации: Формальные требования и традиции // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 2. С. 95.
  10. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Провокация магистранта на вербализацию защищаемого положения как прием когнитивного менеджмента // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2013. № 2. С. 15.
  11. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Какова природа интересного, или дефиниции науки и научности – эпистемологический компонент профессиональной компетенции (радио)физика как инженера-исследователя // Известия высших учебных заведений. Физика. 2013. Т. 56, № 10/3. С. 118.
  12. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Эпистемологические упражнения магистранта: Формулировка и оценка научных положений в своей диссертации // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. Т. 55, № 8/3. С. 213.
  13. *Аникин В.М., Пойзнер Б.Н.* Как диссертанту аргументировать достоверность научных положений и результатов, выносимых на защиту // Известия высших учебных заведений. Физика. 2011. Т. 54, № 6. С. 105.

## **ДЖЕЙМС КЛЕРК МАКСВЕЛЛ: ДВЕ ЗНАМЕНАТЕЛЬНЫЕ ДАТЫ**

*Гусяткова О.И., Левин Ю.И.*

Мы всегда чувствуем себя увереннее, когда имеем дело с физикой...

Наука захватывает нас только тогда, когда заинтересовавшись жизнью великих исследователей, мы начинаем следить за историей развития их открытий.

*Дж.К. Максвелл*

В 2014 году мы отмечаем две знаменательные даты, связанные с именем великого шотландца – Джеймса Клерка Максвелла. В ряде публикаций о событиях, о которых пойдет речь, называются разные даты. Разночтение в датах возникло не только из-за небрежности изложения фактов (особенно в Интернете), но и из-за не всегда четкой формулировки «точки отсчета».

### **Уравнения Максвелла, или аксиомы электродинамики**

150 лет тому назад, в 1864 году Максвелл доложил Лондонскому королевскому обществу свою работу «Динамическая теория электромагнитного поля» [1], которая завершала цикл его работ по классической электродинамике: первая работа «О фарадеевских силовых линиях», вторая – «О физических силовых линиях» [2]. Позже Максвелл изложил полученные результаты в двухтомном труде «Трактат об электричестве и магнетизме», первое издание которого вышло в 1873 году. Отличительной особенностью этой работы, вероятно, явилось то, что в ней Максвелл практически отказался от изложения механических моделей электромагнитного поля. Тем не менее, основным итогом исследований электрических и магнитных явлений, начатых Максвеллом в 1854 году, явилась работа «Динамическая теория электромагнитного поля». В этой работе он вводит понятие электромагнитного поля (у Фарадея – электрическое поле), отмечает, что рассматривает электромагнитные явления, «пытаясь их объяснить свойствами поля, окружающего назлектризованные или намагнитенные тела». И далее пишет: «Та теория,

которую я предлагаю, может быть названа теорией электромагнитного поля, потому что она имеет дело с пространством, окружающим электрические и магнитные тела, и она может быть названа также динамической теорией, поскольку она допускает, что в этом пространстве имеется материя, находящаяся в движении, посредством которой и производятся наблюдаемые электромагнитные явления... Таким путем мы пришли к определенным уравнениям, выражающим определенные свойства электромагнитного поля».

В 1864 году Максвелл доложил работу, а опубликована она была через несколько месяцев в «Трудах» Лондонского королевского общества в 1865 году. Однако в статье отмечается, что работа была устно доложена 8 декабря 1864 года. Первая работа «О фарадеевских силовых линиях», выполненная Максвеллом, когда он был ещё студентом Кембриджского университета, также была первоначально устно доложена им Кембриджскому философскому обществу на двух заседаниях: I часть – в конце 1855 года, II часть – в 1856 году. В те времена, вероятно, доклад имел значительно больший вес, чем в наше время.

Фундаментальная работа Максвелла «Динамическая теория электромагнитного поля» (как и две предыдущие) «первоначально не привлекла к себе внимание. Между тем появление этой статьи мы должны считать не менее выдающимся событием в истории мировой культуры, чем выход в свет в 1687 году “Математических начал натуральной философии” Ньютона» [3]. В статье [4] Макс Планк, говоря о Максвелле, отмечает, что «в учении об электричестве его гений предстает перед нами в своём полном величии. Именно в этой области... на долю Максвелла выпал такой успех, который мы должны причислить к наиболее удивительным деяниям человеческого духа... Максвелл в своей смелой фантазии и математической проницательности пошел дальше Фарадея». У Р.Э. Пайерса есть такая фраза: «Если вы разбудите физика среди ночи и скажите “Максвелл” он, наверное, ответит: “электромагнитное поле”» [5].

В максвелловские времена были хорошо известны законы взаимодействия зарядов, постоянных токов и магнитов, которые были записаны в интегральной форме и отражали в той или иной степени идеологию «дальнодействия». Максвелл, обобщив известные факты, придал им форму дифференциальных уравнений – появилась непрерывность, появилось «близкодействие». Запись уравнений в такой форме привело к безвозвратному исчезновению «мгновенного действия» [1].

Если ограничиться только этим обобщением, то уравнения получаются несовместными. В курсе общей физики, рассматривая вопросы электродинамики, обычно решают эту проблему следующим образом (ниже мы записываем уравнения не в тех обозначениях, которые использовал Максвелл в

своей знаменитой статье, а в тех, которые используются в настоящее время – сути это не меняет). Проблема содержится в уравнении для магнитного поля, возбуждаемого током,

$$[\nabla \vec{B}] = \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0 c^2}.$$

Если «взять» от этого уравнения дивергенцию, то слева получаем ноль, так как дивергенция от ротора тождественно равна нулю. Следовательно, дивергенция от вектора плотности тока тоже равна нулю

$$\nabla[\nabla \vec{B}] \equiv 0, \quad \nabla \vec{j} = 0.$$

Это противоречит фундаментальному закону сохранения заряда (любой поток заряда через замкнутую поверхность равен изменению заряда внутри этой поверхности)

$$\nabla \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Чтобы устранить противоречие в уравнениях, следует ввести в уравнение дополнительное слагаемое, которое Максвелл назвал «током смещения»,

$$[\nabla \vec{B}] = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

С введением дополнительного слагаемого (тока смещения) получаем

$$\nabla \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0$$

и закон сохранения заряда выполняется с учетом  $\nabla \vec{E} = \rho \varepsilon_0$ .

Максвелл пришел к необходимости введения дополнительного слагаемого, тока смещения, с других позиций. Если «наложить электрическое поле на конденсатор, в котором промежуточная среда имеет очень большую диэлектрическую постоянную, то большая часть электрической индукции фактически будет затрачена на разделение зарядов в диэлектрике от одной стороны к другой. Вполне естественно ожидать, что движение этих зарядов будет сопровождаться током – током смещения» [5]. Важным обстоятельством явилось то, что Максвелл ввел ток смещения не только для диэлектрика, но и для вакуума, который воспринимался как особая физическая среда – эфир. «Введенное Максвеллом представление о поляризации вакуума долго служило препятствием

к одобрению уравнений Максвелла в научных кругах» [3]. Идея тока смещения – центральная идея теории электромагнитного поля. Анри Пуанкаре с изумлением отмечал: «Все опыты того времени, казалось, противоречили этому, так как токи наблюдались исключительно в проводниках. Как мог Максвелл примирить свою смелую гипотезу с фактом так прочно установленным?». Ответ может быть таким: Максвелл органически был неспособен думать о физике неверно [6].

В статье [5] Р.Э. Пайерс пишет: «Максвелл нигде не рассматривает вопроса, являются ли все дифференциальные уравнения, которые он окончательно написал, совместными друг с другом. Однако я ни минуты не сомневаюсь, что он был убежден в совместности этих уравнений. И действительно, он написал много решений, и если... он выписал бы уравнения с другим членом (так что уравнения не были бы совместными), я уверен, что он не был бы удовлетворен и продолжал бы работу, пока не нашел бы надлежащим образом действующую схему. Таким образом, хотя я и не могу доказать этого, я вполне убежден, что та аргументация, которую мы обычно применяем сегодня, составляла фактически, явно или не явно, часть его рассуждений».

В работах по электромагнитному полю (указанных в начале настоящей статьи) Максвелл широко использует различные механические модели, которые должны, по его замыслу, сделать более доступными математические формулировки. В работе «Динамическая теория электромагнитного поля» Максвелл пишет: «...применяя такие термины, как “электрическое количество движения” и “электрическая упругость” в отношении известных явлений индукции токов и поляризации диэлектриков, я хочу просто направить внимание читателя на механические явления, которые помогут ему в понимании электрических явлений. Все подобные фразы в настоящей статье должны пониматься как иллюстративные, а не объясняющие». Попытки Максвелла в этом направлении оказались тщетными, и только затрудняли понимание теории. Максвелл не смог отказаться от идеи эфира. В то время, особенно после крушения корпускулярной теории света, было трудно это сделать – существование эфира воспринималось как нечто естественное и несомненное. Для иллюстрации живучести идеи эфира можно указать на следующие два факта. Профессор Московского университета Н.А. Умов опубликовал в 1902 году «Курс физики», в котором пишет: «Еще сравнительно недавно тонкая невесомая материя, проникающая тела и наполняющая все пространство, называемая эфиром, считалась местом исключительно одних световых явлений. В настоящее время мы рассматриваем свет только как частный случай явлений, возможных в эфире». В 1901–1902 годах Г.А. Лоренц прочитал в Лейденском университете курс

лекций «Теория и модели эфира» (на русском языке эти лекции издаются в 1936 году [7]).

Рассуждения о введении тока смещения и совместности уравнений нельзя отнести к доказательству уравнений Максвелла. Они являются просто неким аргументом, объясняющим структуру уравнений. «Нет сомнений, – пишет Пайерс, – что можно было бы изменить уравнения другими способами, чтобы сделать их непротиворечивыми» [5]. Тем не менее, дополнительное слагаемое вводится в уравнении в той форме, которую предложил Максвелл. Уравнения Максвелла – это аксиомы электродинамики. Зоммерфельд, рассматривая аксиоматику уравнений электродинамики, отмечает: «Аксиомы электродинамики, так же как и ньютоновские аксиомы механики, основываются на опыте, точнее говоря, на обобщении всего комплекса опытных фактов в упрощенной идеализированной форме» [8].

При введении тока смещения и формулировке уравнений электродинамики Максвелл, по-видимому, прежде всего, руководствовался физическими соображениями. Подтверждением целесообразности и эффективности такого подхода, в какой-то мере, являются слова Р. Фейнмана: «Математики часто говорят: “Послушайте, эти дифференциальные уравнения – уравнения Максвелла – ведь это все, что есть в электродинамике; ведь сами физики признают, что нет ничего, чего бы не содержалось в этих уравнениях. Уравнения эти сложны; ладно, но это всего лишь математические уравнения, и если я разберусь в них математически, я разберусь и в физике”. Но ничего из этого не выходит. Математики, которые подходят к физике с этой точки зрения (а таких очень много), обычно не делают большого вклада в физику, да, кстати, и в математику. Их постигает неудача оттого, что настоящие физические ситуации реального мира так запутаны, что нужно обладать гораздо более широким пониманием уравнений» [9].

«Для Максвелла математика никогда не была самоцелью, и не наслаждаясь он искал в математических тонкостях, а орудие познания» [6].

### **Кавендишская лаборатория**

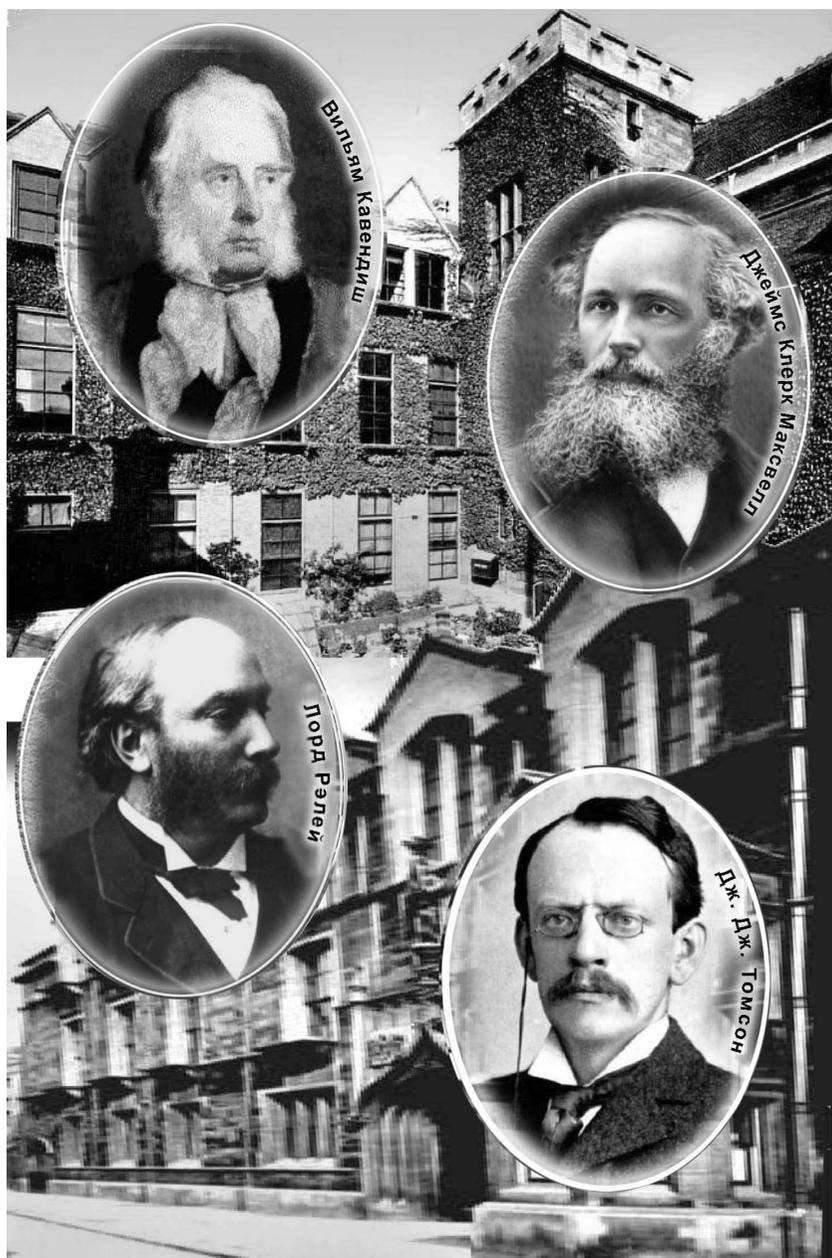
Вторая знаменательная дата, связанная с именем Джеймса Клерка Максвелла, – 140 лет основанию знаменитой Кавендишской лаборатории, явлению уникальному, возникшему в небольшом городке Кембридже, примерно, в двухстах километрах от Лондона. В разное время в этой Лаборатории работали 29 лауреатов Нобелевской премии. Для оценки научной атмосферы в этом городке можно обратить внимание на то, что из стен Кембриджского университета, основанного в 1209 году, вышло более 80 лауреа-

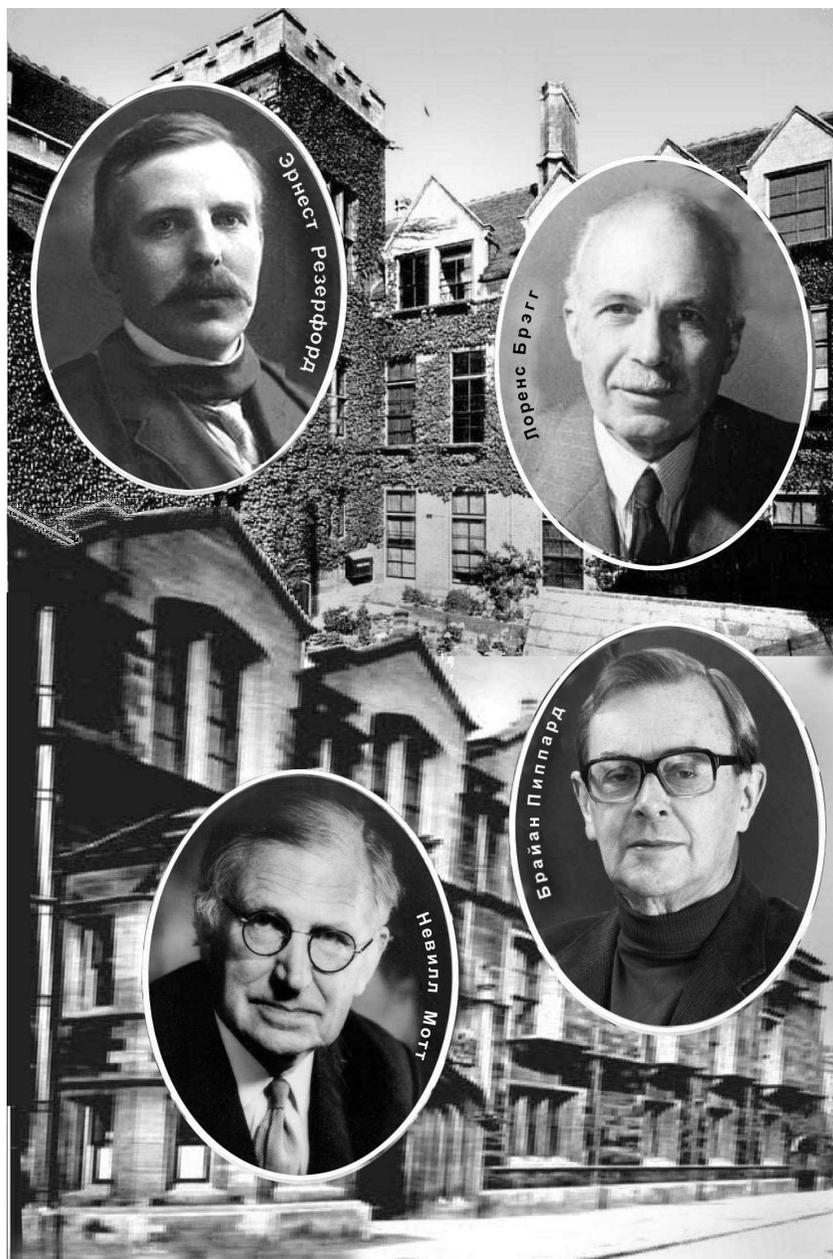
тов Нобелевской премии. Кавендишская лаборатория имеет уникальную историю открытий и созданий новых направлений в науке [10]: открытие электрона (1897); создание теории радиоактивности и планетарной модели атома; осуществление искусственной радиоактивности (1919); открытие нейтрона (1932); построение модели ДНК (1953); создание камеры Вильсона (1912), масс-спектрографа (1913) и линейного ускорителя (1932); осуществление значительных научных достижений в области кристаллографии, рентгеноструктурного анализа, молекулярной биологии, радиоастрономии и т.д.

В литературных источниках есть расхождение в дате создания Лаборатории. В одних источниках говорится, что Кавендишская лаборатория создана в 1871 году, в других – в 1874 году. Разобраться в датах в данном случае несложно.

В 1871 году в Кембриджском университете была учреждена кафедра экспериментальной физики. Само по себе явление незаурядное. В то время теоретическую физику относили к математике, а «остальную физику» относили к натуральной философии (до Кембриджа Максвелл возглавлял в ряде университетов кафедры натуральной философии). Наряду с кафедрой предусматривалось создание физической лаборатории. Первоначально возглавить кафедру предложили Вильяму Томсону (будущему лорду Кельвину), но он отказался, уже имея кафедру в Глазго. Отказался и Генри Гельмгольц. Тогда учрежденную кафедру предложили Максвеллу, кандидатуру которого поддержали Стокс, Рэлей и другие ученые. После некоторых колебаний Максвелл согласился возглавить кафедру и Лабораторию, которой практически ещё не было. Она только начинала строиться и лишь впоследствии была названа Кавендишской.

Формальное назначение Максвелла состоялось 8 марта 1871 года, а в октябре он прочитал вступительную лекцию о функциях экспериментальной работы в университетском образовании, в которой говорил: «Кембриджский университет... с большей или меньшей быстротой приспособляется к требованиям времени и недавно ввел курс экспериментальной физики. Курс этот, требуя поддержания способностей к пониманию и анализу, ... требует также упражнения наших чувств в наблюдении и наших рук в общении с приборами. Привычные принадлежности – перо, чернила и бумага – не будут уже достаточны, и нам потребуется большее пространство, чем пространство кафедры, и большая площадь, чем поверхность доски... мы должны начать в лекционном зале с курса лекций в какой-нибудь отрасли физики, пользуясь опытами как иллюстрацией, и закончить в лаборатории рядом исследовательских опытов» [6]. То есть Лаборатория с самого начала мыслилась как исследовательская, научная.

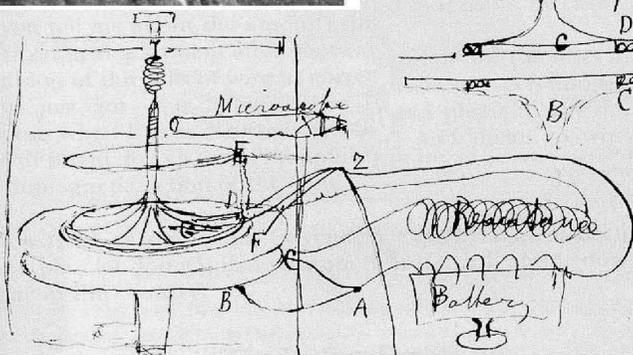
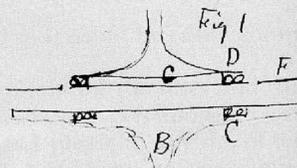






Д.К.Максвелл в молодости

8 Palace Gardens Terrace N  
1864 Oct 15

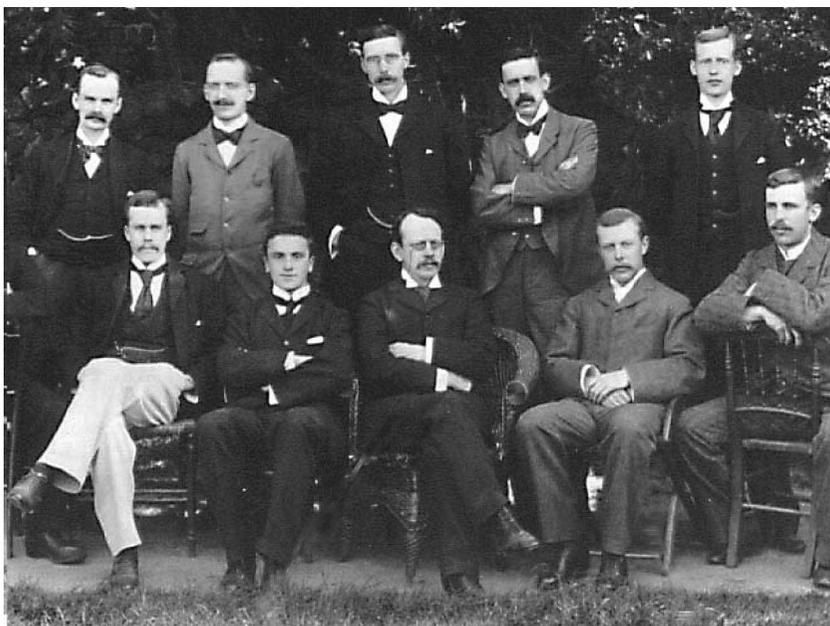


Dear Thomson

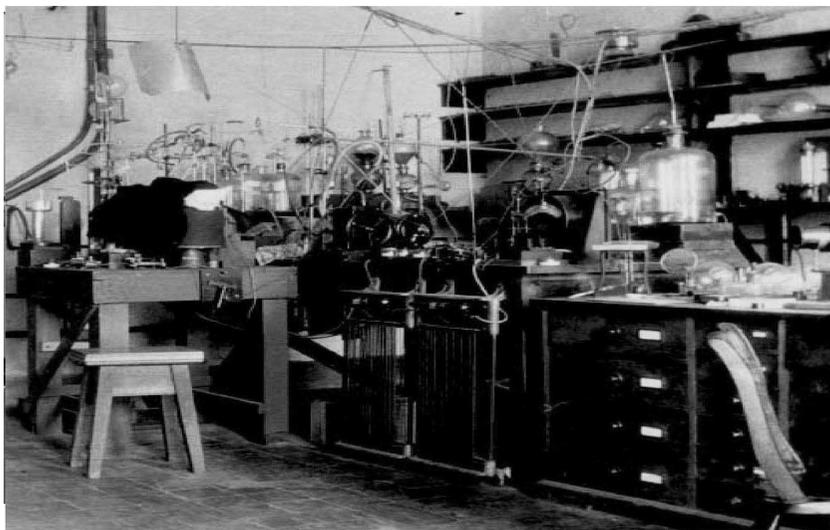
earth

Here is a plan to weigh an electrostatic attraction against an electromagnetic repulsion directly, so as to require no standard except a resistance coil and some measures of dimensions in any scale you please.

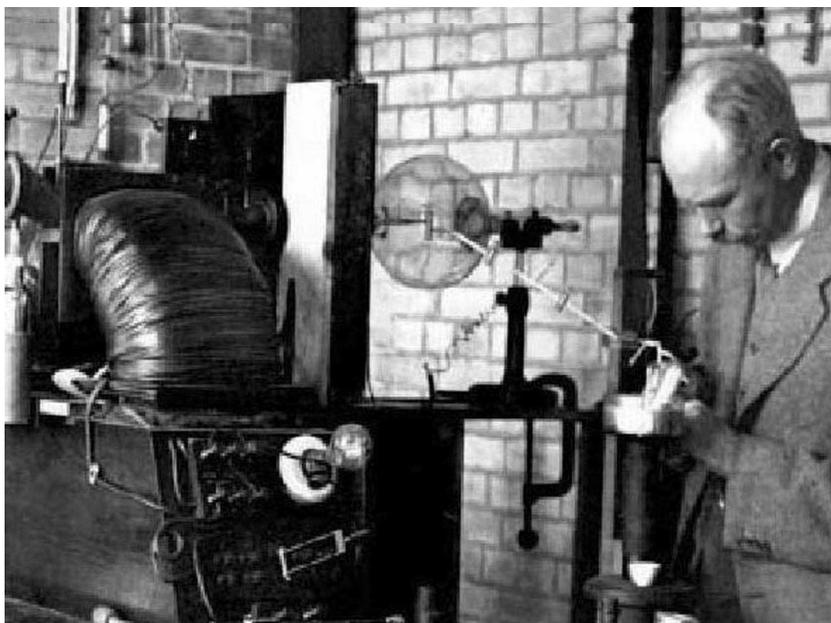
The electrostatic attraction of two lines kept at a constant potential is balanced against the electromagnetic repulsion of two coils of wire through which a current is urged by the same electromotive force.



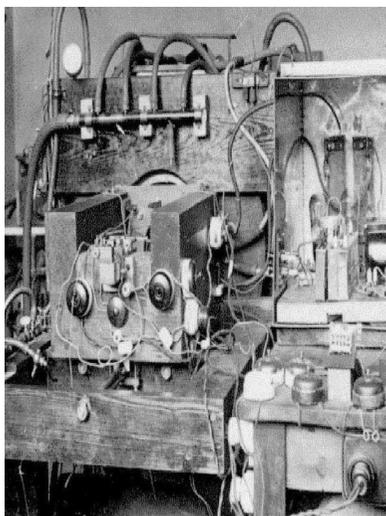
Профессор Дж.Дж. Томсон (сидит в центре первого ряда) и его ученики: Дж.С.Таунсенд и Э.Резерфорд (сидят справа от Томсона) и Ч.Т.Р. Вильсон (стоит второй слева)



Рабочее место Э.Резерфорда



Фрэнсис Астон в лаборатории



Автоматическая конденсационная  
камера Патрика Блэккетта



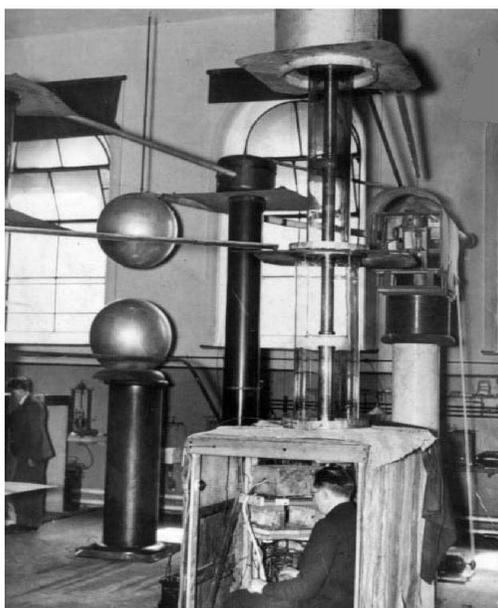
Фрэнсис Крик и Джеймс Уотсон



Мондовская лаборатория



П.Л. Капица



Расщепление ядер



Прибор, позволивший  
открыть нейтрон



Фасады зданий лабораторий Брэгга и Мотта



Центр экспериментальной астрофизики



Современная Лаборатория West Cambridge



Здание медицинской физики



Новое здание Кавендишской лаборатории

При создании и оборудовании Лаборатории Максвелл проявил незаурядные организаторские способности. Строительство Лаборатории происходит при его активном участии. Максвелл вникает во все детали, стремясь все предусмотреть, сделать Лабораторию приспособленной и для лекционных демонстраций, и для научной деятельности. Ему удалось создать учебно-научную Лабораторию, в которой обучение студентов и глубокие научные исследования составляли единое целое, которая со временем стала крупным мировым центром физической науки. Трудно переоценить значение деятельности Максвелла по созданию этой Лаборатории. Можно с уверенностью сказать, что Лаборатория стала практическим наследием, оставленным Максвеллом потомкам [6, 10, 11].

Становление Лаборатории не проходило «в радужных тонах». Встречался своеобразный саботаж: наставники студентов старших курсов отговаривали их идти в Лабораторию [7]. Максвеллу приходилось заниматься не только организацией Лаборатории, но и круто менять всю кембриджскую систему образования. Его ученик Артур Шустер вспоминал [6], что Максвелл был очень взволнован, когда ему удалось показать в вырезанной и отшлифованной им пластине двойкопреломляющего кристалла коническую рефракцию. Опыт был довольно сложным. Обрадованный Максвелл, встретив математика Тодгёнтера, спросил его: «Хотите видеть коническую рефракцию?». Ответ был таков: «Нет, я её преподавал всю свою жизнь и вовсе не хочу, чтобы все мои представления перевернулись, когда я её увижу». Тодгёнтер был образованным человеком и талантливым математиком, но это не помешало ему неприязненно отнестись к эксперименту; он считал, что достаточно, чтобы студент просто безоговорочно верил своему преподавателю.

Официальное открытие Кавендишской лаборатории состоялось 16 июня 1874 года. На торжество прибыли именитые гости, среди которых Стокс, Адамс, Леверрье и многие другие. Лорд-канцлер, ректор Кембриджского университета, герцог Девонширский Вильям Кавендиш совершил официальный акт дарения Лаборатории университету. Очевидцем этого события был молодой русский физик профессор Московского университета Александр Григорьевич Столетов. Вот как он описывает в газете «Московские ведомости» (от 21 июня 1874 года) это событие: «Сегодня великий день в классическом Кембридже. Люди, кебы, колокола – всё в необычном движении. Праздновалось открытие одного из учреждений, ещё редких в Европе, но размножающихся с каждым годом... Едва ли не самая роскошная и комфортабельная Лаборатория, вверенная одному из первоклассных физиков нашего времени, профессору Джеймсу Клерку Максвеллу, без сомнения будет играть видную роль и в истории физики, и в истории английских университетов». Александр Григорьевич не ошибся! Далее Столетов даёт подробное описание лабора-

тории. Первый этаж: комната для измерения длины, времени, массы, некоторых измерений электричества, магнетизма и теплоты; магнитная комната, на значительное расстояние от которой удалены железо и сталь; комната для весов; комната, предназначенная для теплоты; обширная кладовая; мастерская; комната для большой гальванической батареи. Второй этаж: большая аудитория; комната для приготовления лекционных демонстраций; огромная рабочая комната; комната профессора; комната для обеспечения неподвижности, столь необходимой для многих чувствительных приборов, где столы покоятся не на полу, а на особых балках, укрепленных в капитальных стенах здания. Верхний этаж: комнаты для акустики, лучистой теплоты, оптики и электричества; особая зала для вычислений; комната для фотографических работ и т.д. Здание отапливается горячей водой с помощью системы чугунных (а в магнитном отделении – медных) труб. Все комнаты обильно и удобно снабжены водой и газом.

Открытая 140 лет тому назад Лаборатория стала называться Кавендишской. Кто из Кавендишей, история рода которых восходит к эпохе норманнов, дал имя Лаборатории? Претендентов два. Первый претендент – Генри Кавендиш (1731–1810), гениальный ученый, затворник и оригинал, большую часть неопубликованных трудов которого издал Дж. Максвелл в 1879 году спустя 5 лет после открытия Лаборатории. Второй претендент – Вильям Кавендиш, лорд-канцлер Кембриджского университета, Седьмой герцог Девонширский, внучатый племянник первого кандидата. Он был большим меценатом, инициировал создание Лаборатории и пожертвовал на ее строительство 6300 фунтов.

В ряде изданий, в том числе достаточно солидных, утверждается, что Лаборатория названа в честь замечательного ученого XVIII века Генри Кавендиша, опубликовавшего при жизни работы в основном в области химии. Прямых подтверждений этому не обнаружено. Создается впечатление, что это утверждение основано, прежде всего, на нашем желании главенствования науки над кошельком с деньгами.

В других источниках, не менее авторитетных, говорится о том, что Лаборатория названа в честь Вильяма Кавендиша герцога Девонширского. Можно назвать три косвенных подтверждения этого. Во-первых, на официальном сайте Кавендишской лаборатории [10] читаем: «Кавендишская лаборатория имеет экстраординарную историю открытий и инноваций в физике, начиная с момента открытия в 1874 году под руководством Джеймса Клерка Максвелла... Необходимость в практическом обучении ученых и инженеров выразилась в успехе Великой Выставки в 1851 году и требованиях индустриального общества. Введение естественно-научного экзамена (англ. Natural Sciences Tripos – экзамен для получения отличия – *прим. Авт.*) в 1851 году вскрыло необходимость

строительства лаборатории, посвященной экспериментальной физике, и это было сделано благодаря щедрости канцлера университета Вильяма Кавендиша, Седьмого Герцога Девонширского». Ни слова о Генри Кавендише. Во-вторых, на старом здании лаборатории висит доска, на которой написано: «Кавендишская лаборатория 1874–1974 основана герцогом Девонширским...» [12]. И опять ни слова о Генри Кавендише. Можно обратить внимание еще на одно косвенное обстоятельство, если учесть традиции консервативной (во все времена) Англии. Для сотрудника Кавендишской лаборатории, ученика и коллеги Эрнеста Резерфорда, Петра Леонидовича Капицы, проводившего опыты с сильными магнитными полями на громоздком оборудовании, было построено новое здание, создана специальная лаборатория, получившая название Мондовской. Это название связано с именем крупного предпринимателя Людвиг Монда, предоставившего средства для строительства лаборатории. Кто дает деньги, тот дает и имя. Только в 1970-е годы лаборатории, входящие в состав Кавендишской лаборатории, стали называть именами ученых: лаборатория Брэгга, лаборатория Мотта.

На фронтальной поверхности здания Мондовской лаборатории изображен раскрывший пасть, но совсем не страшный крокодил. Появление изображения крокодила связано с красивой легендой и является, в какой-то мере, свидетельством неформальной, дружественной обстановки в Кавендишской лаборатории, свойственной ей во все времена. Капица назвал крокодилом своего учителя Резерфорда, к которому относился с большой любовью. В первые годы своего пребывания в Кембридже (начало 1920-х годов) в одном из писем к матери Петр Леонидович шуточно писал о своих подозрениях, что в припадке гнева Резерфорд (как крокодил) может откусить ему голову. Кличка приклеилась к мэтру – так его стали называть сотрудники Лаборатории за глаза и в глаза.

В Англии есть сказка о мальчике Питере Пене и его друзьях, за которыми на некоем острове охотятся пираты и кровожадный крокодил. Питер Пен отрубает руку пирату и ее проглатывает крокодил. Но на беду крокодила на отрубленной руке были часы и теперь, тикая в его брюхе, они всех предупреждают о его приближении. Причем здесь Резерфорд? Тяжелые шаги и очень громкий голос предшествовали появлению Резерфорда в комнатах Лаборатории; он никогда не появлялся внезапно [13].

Создатель и первый директор Кавендишской лаборатории Джеймс Клерк Максвелл родился 13 июня 1831 года в Эдинбурге, а через 48 лет 5 ноября 1879 года его не стало. Он похоронен не в Вестминстерском аббатстве – усыпальнице великих людей Англии, где покоится прах Ньютона, а на скромном сельском кладбище, недалеко от родового поместья. В 1931 году широко отмечалось 100-летие со дня рождения великого ученого. 30 сен-

тября в Вестминстерском аббатстве, недалеко от надгробия Ньютона, были открыты мемориальные доски Фарадея и Максвелла. В связи с этим событием Макс Планк в статье [4] писал: «По рождению он принадлежит Эдинбургу, как личность он принадлежит Кембриджу, а труды его – достояние всего мира».

После смерти Максвелла директором Кавендишской лаборатории стал Джон Уильям Стретт, который после смерти отца в 1871 году стал лордом Рэлеем. Рэлей был типичным представителем ученых, которые в те времена предпочитали работать в «домашних» условиях. В 1868 году он создал научную лабораторию в своей родовой усадьбе в Терлинг-Плейс. В 1879 году Рэлей неохотно принял предложение стать профессором экспериментальной физики и директором Кавендишской лаборатории и пробыл на этом посту 5 лет. В Кембридже он начал вместе со студентами осуществлять программу точного определения электрических единиц и «природных постоянных, которые нельзя найти при помощи чистых рассуждений» [13]. Программа выполнялась с присущими ему тщательностью и терпением, с использованием тонких инструментов, и многие ее результаты, полученные к 1884 году, в дальнейшем почти не требовали исправлений. Он также ввел для студентов лабораторную работу по физике, что было совершенно новым видом обучения для Англии того времени. Закон рассеяния света (закон Рэлея), ряд статей по акустике и оптике, фундаментальный анализ свойств спектроскопов, публикация классической двухтомной монографии «Теория звука», которая до сих пор остается востребованной, серия измерений плотности газов и открытие аргона и многое другое – все это было получено и открыто в «домашней» лаборатории. Тем не менее, Рэлей был первым из работавших в Кавендишской лаборатории, удостоенных Нобелевской премии (1904).

Во времена Максвелла и Рэлея Кавендишская лаборатория еще не стала в полной мере мировым научным центром. Тем не менее, «уже в свои ранние годы Кавендишская лаборатория выдвинулась вперед по сравнению с другими физическими лабораториями. Этим она была обязана не столько направлению работ, сколько своим первым двум профессорам – Максвеллу и Рэлею» [13]. Лаборатория стала ведущим научным центром в мире при Джозефе Джоне Томсоне и Эрнесте Резерфорде.

В 1884 году, когда Рэлей ушел в отставку, пост директора Кавендишской лаборатории занял Джозеф Джон Томсон. Ему было тогда всего двадцать семь лет и за ним еще не числились сколь-нибудь заметные успехи в экспериментальной физике. Поэтому его назначение не обошлось «без ворчания некоторых по поводу того, что какие-то мальчишки назначаются профессорами» [13]. Но Кавендишской лаборатории всегда везло на руководителей.

Дж.Дж. Томсон главным направлением исследований выбрал изучение электрической проводимости газов и добился огромных успехов на этом

пути. Наиболее значимый результат – открытие электрона (см. библиографию в статье [14]). Томсон фактически начал революцию в физике, которая привела к созданию квантовой механики. В 1906 году Томсон получил Нобелевскую премию по физике как «признание его выдающихся заслуг в области теоретических и экспериментальных исследований проводимости электричества в газах» [15].

Томсон оказал влияние на физику не только результатами своих блестящих экспериментальных исследований, но и как превосходный преподаватель и прекрасный руководитель Кавендишской лаборатории. Сотни наиболее талантливых молодых физиков со всего мира выбирали местом обучения Кембридж. Из тех, кто работал в Кавендише под руководством Томсона, семеро стали в свое время лауреатами Нобелевской премии [15]. Учениками Томсона были будущие директора Кавендишской лаборатории: Эрнест Резерфорд и Лоренс Брэгг. А родители ещё одного будущего директора лаборатории познакомились, работая у Томсона.

В 1919 году Дж.Дж. Томсона сменил его ученик Э. Резерфорд, к этому времени уже известный ученый. Работы по атомной физике, выполненные им в Мак-Галльском университете (Монреаль) и университете Виктории (Манчестер), принесли ему мировую славу. В 1908 году он становится лауреатом Нобелевской премии. В 1912 году начинается плодотворное сотрудничество с датским физиком Нильсом Бором. «В Манчестере впервые “родился” атом и впервые там же был расщеплен, однако для всего мира... физику того периода символизирует Кавендиш» [13]. А. Пиппард назвал это «эмоциональной властью, которую Кембридж имеет над своими выпускниками». Приняв пост профессора Кембриджского университета и директора Кавендишской лаборатории, Резерфорд «продолжил в последующие несколько лет вести Лабораторию к положению, доминирующему во всем мире» [13]. Учениками Резерфорда считают себя многие ученые с мировым именем, в их числе: Г. Мозли, Дж. Чедвик, Д. Кокрофт, М. Олифант, В. Гейтлер, Отто Ган, П.Л. Капица, Ю.Б. Харитон, Г.А. Гамов. В то время, когда Лабораторией руководил Резерфорд, Фрэнсис Астон открыл изотопы химических элементов, Патрик Блэкетт получил снимок вынужденного взаимодействия ядер, Джеймс Чедвик открыл нейтрон, и этот список можно долго продолжать. Период, когда Томсон и Резерфорд руководили Кавендишской лабораторией, Пиппард определил как «золотой век веревки и сургуча». Технология эксперимента не требовала сложной и громоздкой аппаратуры. Это было время, «когда эксперименты ставились быстро, дешево, а главное, в одиночку» [13].

В 1938 году Кавендишскую лабораторию возглавил Лоренс Брэгг. Работа, проделанная Брэггом вместе с отцом Уильямом Брэггом, заложила ос-

новы современной рентгеновской кристаллографии. Анализ рентгеновских дифракционных картин стал мощным инструментом для минералогов, металлургов и других исследователей, имеющих дело с атомной структурой материалов. В 1915 году Лоренс Брэгг вместе со своим отцом был награжден Нобелевской премией «за заслуги в исследовании структуры кристаллов с помощью рентгеновских лучей» [15]. Брэгг-сын становится самым молодым лауреатом Нобелевской премии. После смерти Резерфорда состав Лаборатории увеличивается почти в три раза, существенно расширяется тематика научных исследований. Брэгг делит Лабораторию на исследовательские группы от 1 до 6–12 человек. Он активно поддерживает группу Фрэнсиса Крика и Джеймса Уотсона по исследованию сложных молекул, которые, в конечном итоге, приводят к открытию биспиральной структуры молекулы ДНК (Нобелевская премия совместно с сотрудником Лондонского королевского колледжа М. Уилкинсом по физиологии и медицине за 1962 год [15]). В это же время в Кавендишской лаборатории Макс Перутц проводит исследования структуры гемоглобина, которые приносят ему Нобелевскую премию по химии за 1962 год. К началу 1950-х годов, когда подходили к концу полномочия Брэгга, «физика низких температур, кристаллография (особенно та ее область, которая стала молекулярной биологией) и радиоастрономия соперничали с ядерной физикой и физикой элементарных частиц настолько, чтобы притягивать к себе самых лучших студентов» [13].

Приемником Брэгга в 1954 году стал Невилл Мотт. «Под его руководством было проведено множество инновационных исследований в области, известной сейчас как физика конденсированного состояния, включая его собственную работу над некристаллическими полупроводниками» [10]. В 1977 году Мотт совместно с Филипом Андерсоном и Джоном Ван Флеком получил Нобелевскую премию «за фундаментальные теоретические исследования электронной структуры магнитных и неупорядоченных систем» [15]. Вероятно, в истории Кавендишской лаборатории это была первая Нобелевская премия за чисто теоретические исследования. Штатный состав продолжал расти, устанавливалось современное оборудование, и Лаборатория уже не могла помещаться в старых стенах, овеянных славой Максвелла, Рэля, Томсона, Резерфорда, Брэгга. Возникла необходимость размещения Лаборатории в более просторном помещении, оборудованном в соответствии с современными потребностями. Мотт стал последним руководителем Кавендишской лаборатории, который работал в старом здании. Переезд в новое здание был завершен в 1974 году под руководством Брайана Пиппарда, заменившего Мотта на посту руководителя Кавендишской лаборатории в 1971 году. Начался новый этап в жизни Кавендишской лаборатории, традиционная роль которой, по словам Пиппарда, – быть на передовой.

Может быть, успех Джеймса Клерка Максвелла в создании фундаментальной теории электромагнитного поля и уникальной Кавендишской лаборатории в том, что для него «физика – это нечто намного большее, чем набор законов, применение которых дело элементарного навыка. Физика – прежде всего, живое творение рук и мозга, которое передается более примером, чем зубрежкой. Она воплощает искусство решать проблемы материального мира. И поэтому физике надо учиться, но учиться как искусству» [13].

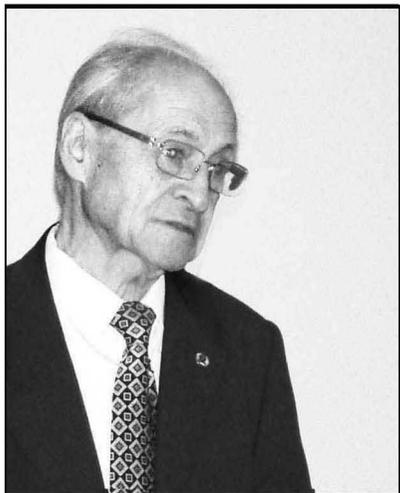
### Библиографический список

1. *Maxwell James Clerk*. A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field// Royal Society Transactions. 1865. Vol. CLV. P. 459. The paper was orally read Dec. 8, 1864.
2. *Максвелл Дж.К.* Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М., 1954
3. *Дорфман Я.Г.* Всемирная история физики. М.: Изд-во «Наука», 1979.
4. *Планк М.* Джеймс Клерк Максвелл и его значение для теоретической физики в Германии// Сб. Джеймс Клерк Максвелл: Статьи речи. М.: Изд-во «Наука», 1968.
5. *Пайерлс Р.Э.* Теория поля со времени Максвелла// Джеймс Клерк Максвелл: Статьи речи. М.: Изд-во «Наука», 1968.
6. *Кляус Е.М.* Джеймс Клерк Максвелл// Джеймс Клерк Максвелл: Статьи речи. М.: Изд-во «Наука», 1968.
7. <http://www.nplit.ru/books/item/f00/s00/z0000004/st037.shtml>
8. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. М., 1950.
9. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике: Т.5. Электричество и магнетизм. М.: Изд-во «Мир», 1966.
10. <http://www.phy.cam.ac.uk/history>
11. <http://www.bungaloos.ru/b/kartsev-maksvell/8/>
12. *Зотиков И.* В Кембридже я искал Кембридж. <http://www.pingvins.com/articles/25/>, <http://www.vokrugsveta.ru>
13. *Pippard A.B.* The Cavendish tradition// Nature. 1974. Vol. 249. P. 602. <http://www.vivovoco.msk.su>
14. *Дмитриев Б.С., Левин Ю.И.* Об открытии электрона // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, № 5, С. 107.
15. Электронная библиотека. Наука и техника. Лауреаты Нобелевской премии. <http://n-t.ru/nl/fz/>



**Окно в  
науку**

## Лекторы



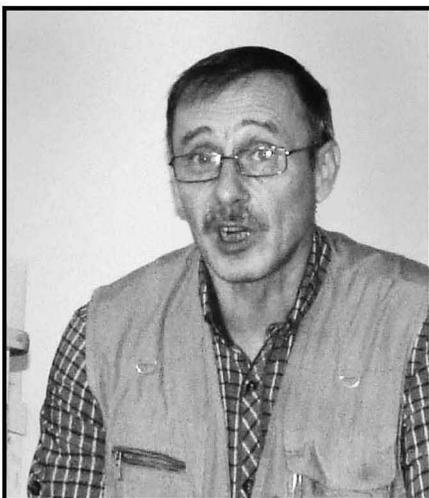
Член-корреспондент РАН  
Д.И.Трубецков



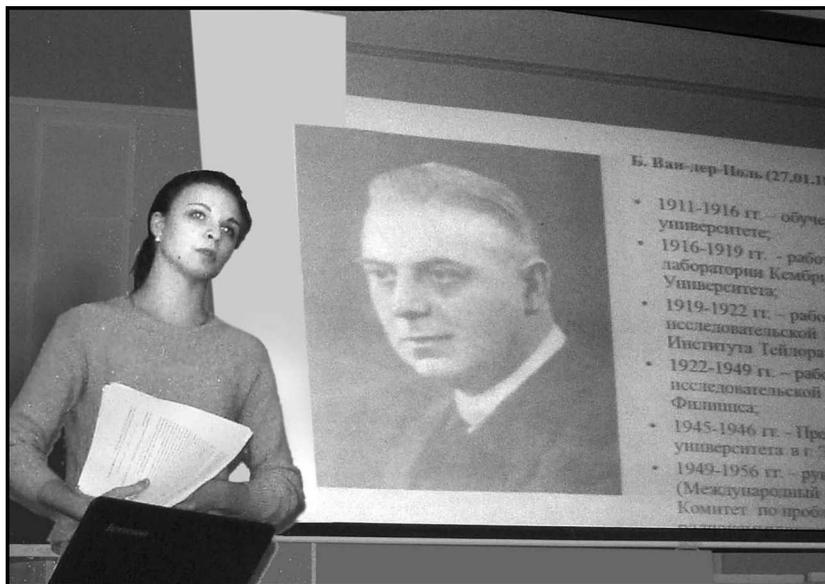
Доктор физ.-мат.наук  
профессор А.А.Короновский



Кандидат физ.-мат.наук  
доцент А.В.Савин



Доктор биологических наук  
ИБФРМ РАН В.А. Богатырев



Студентка 5 курса ФНП Е.С.Селиверстова читает лекцию

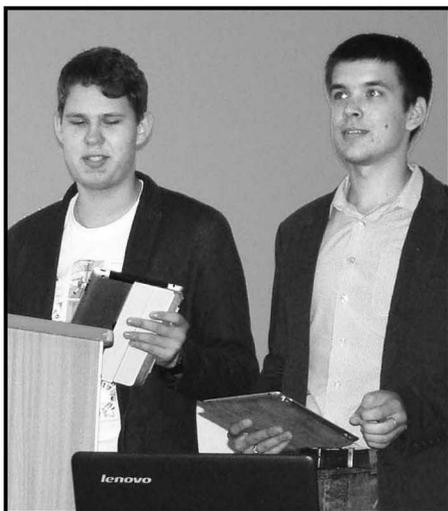


Слушатели

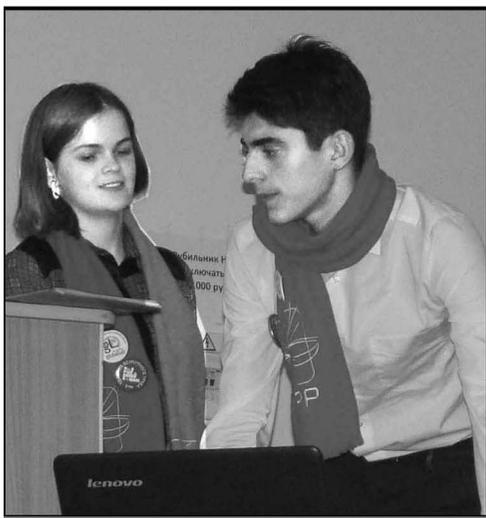
## Доклады школьников



Горенков Михаил, 11 класс  
СОШ №2, Саратов



Иванов Денис и Амеров Роман, 11 класс  
ЛПН, Саратов



Шимчук Татьяна и Подлевский Виктор, 11 класс  
ЛПН, Саратов



Сидоров Кирилл, 10 класс  
Лицей № 37, Саратов

Доклады школьников



Родин Дмитрий, 11 класс  
ФТЛ № 1, Саратов



Матюшкина Анна, 10 класс  
Лицей № 37, Саратов



Беляева Валентина, 10 класс  
Гимназия №1, Балашов



Ростунцова Алена, 11 класс  
ЛПН, Саратов



Олимпиада по физике



Интеллектуальная игра "Что? Где? Когда?"



На Академбое



Макарова Наталья и Главник Ринат, 11 класс ЛПН



Награждение победителей



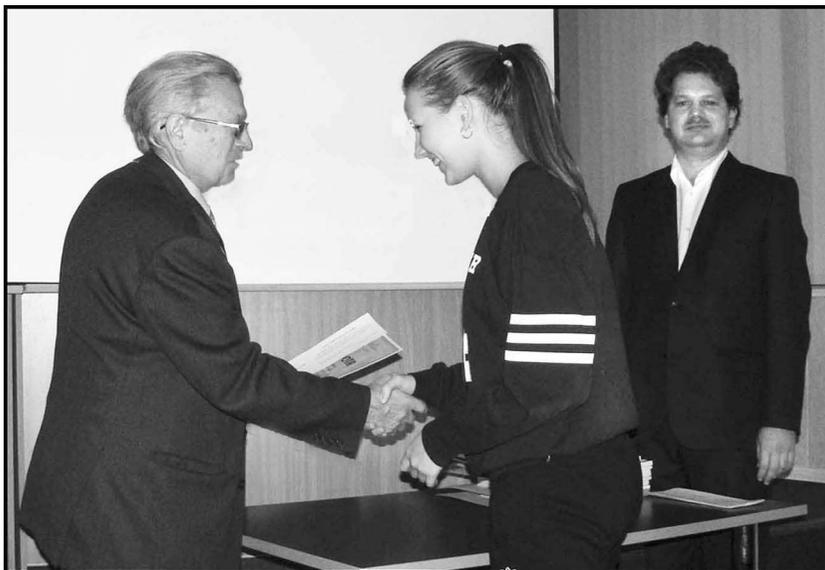
Декан ФНП СГУ Левин Ю.И. награждает учителя Абальмасова В.В.  
Гимназия № 1, Балашов



Награждается учитель Эделев А.В.  
Школа №2, Аркадак



Награждается учитель Сурчалова Л.В.  
ЛПН, Саратов



Награждается Кузнецова Инга, 10 класс, Лицей № 2, Саратов



Награждается Трифонова Мария  
11 класс, Лицей № 47, Саратов



Награждается Каледин Антон  
11 класс, Лицей № 47, Саратов

## ЗЕРКАЛА

*Беляева В.О., ученица 10 «В» класса,  
МОУ гимназии № 1, г. Балашов*

Два и более плоских зеркал, поставленных под некоторыми углами друг к другу, позволяют наблюдать многие интересные явления.

Целью исследования является изучение оптических явлений, наблюдаемых в плоских зеркалах, расположенных под разными углами друг к другу.

Рассмотрим частный случай. Сколько изображений получается от светящейся точки, находящейся между двумя плоскими зеркалами, расположенными под углом  $45^\circ$  друг к другу?

Если между зеркалами 1 и 2 поместить светящуюся точку  $A_0$ , выходящие из нее лучи будут попадать на зеркала, многократно отражаться от них расходящимися пучками, давая всякий раз на своем продолжении мнимые изображения (рис. 1).

Для решения можно ограничиться схематическим построением, учитывая то, что мнимое изображение, даваемое одним зеркалом, можно считать предметом для второго. Всего в зеркалах, установленных под углом  $45^\circ$  друг к другу, получается семь изображений. На основании проведенных построений, обобщая полученный результат на случай, когда зеркала поставлены друг к другу под углом  $\alpha$  ( $\alpha$  есть целый делитель  $360^\circ$ ), формулу для числа изображений предмета, помещенного между зеркалами, можно записать так:

$$n = 360^\circ / \alpha - 1.$$

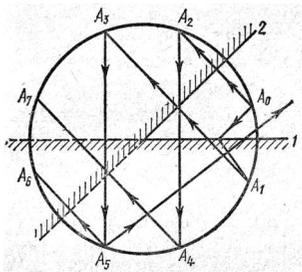


Рис. 1.

В ходе эксперимента проверим, насколько теоретические расчеты соответствуют действительности. Для этого возьмем два плоских зеркала и поставим их рядом так, чтобы они образовали двугранный угол. Пронаблюдаем изображения стакана в такой системе. Результаты проведенного эксперимента представлены на рис. 2–6.

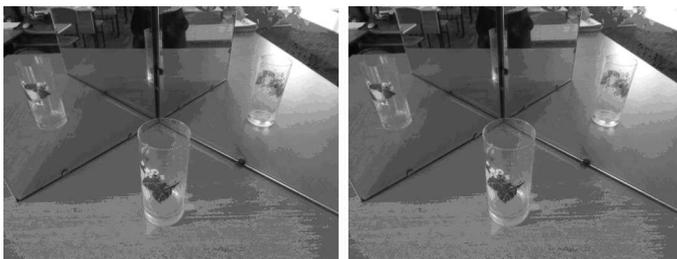


Рис. 2.

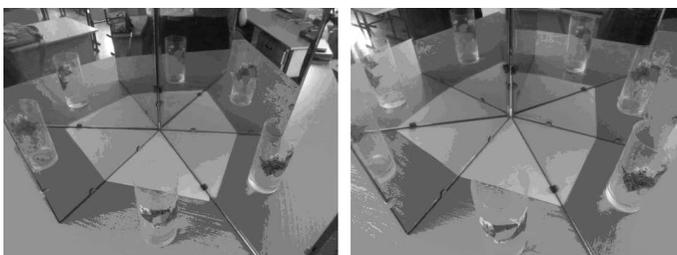


Рис. 3.

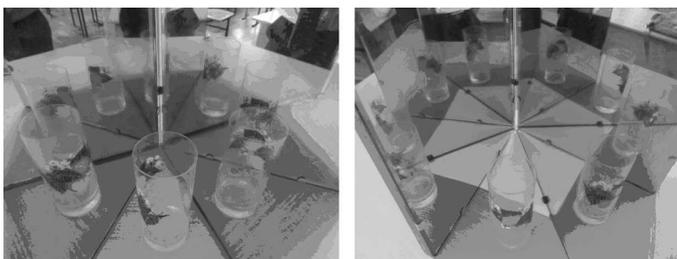


Рис. 4.



Рис. 5.



Рис. 6.

Составим таблицу зависимости числа изображений светящейся точки от угла между зеркалами согласно теоретическим расчетам:

Таблица 1

$\alpha$	$180^\circ$	$90^\circ$	$72^\circ$	$60^\circ$	$51^\circ$	$45^\circ$	$40^\circ$	$36^\circ$	$33^\circ$	$30^\circ$	$0^\circ$
$n$	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\infty$

Составим таблицу зависимости числа изображений стакана от угла между зеркалами согласно результатам эксперимента (угол между зеркалами измерялся в начальный момент появления соответствующих изображений):

Таблица 2

$\alpha$	$180^\circ$	$90^\circ$	$78^\circ$	$63^\circ$	$48^\circ$	$43^\circ$	$39^\circ$	$36^\circ$	$32^\circ$	$29^\circ$	$0^\circ$
$n$	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\infty$

Сравнивая таблицы экспериментальных данных и теоретических расчетов, видим, что присутствуют определенные отклонения результатов эксперимента от теоретических расчетов. Это можно объяснить тем, что расчеты теории проводились для светящейся точки (физическая модель), а на практике использовали реальное тело (стакан), которое имеет определенную форму и размеры. Тем не менее, полученная теоретическая формула в целом правильно отображает реальную зависимость числа изображений предмета от угла между зеркалами.

### Библиографический список

1. Пержинкин А.В., Чемакин В.П. Факультативный курс физики: 7 кл. Посobie для учащихся. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Просвещение, 1980. 142с., ил.
2. URL:<http://diplomivanov.narod.ru/resheniya/angle02.html>.

**Научный руководитель:** Абальмасов В.В., учитель физики МОУ гимназии № 1, г. Балашов.

## ТРУДНО ЛИ ПЛЫТЬ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ?

*Горенков Михаил, учащийся 11-го класса школы № 2, г. Саратов*

Идея работы возникла у нас после знакомства с двумя заметками в журналах по физике. Первая статья – в журнале Физика ПС №1/2011 (по тексту ноябрьского номера американского журнала New Scientist за 2008 г.) – посвящена вопросу о том, где можно плыть быстрее: в обыкновенной воде или в желеобразной жидкости. Говорилось о том, что исследование, проведенное Эдвардом Касслером (Edward Cussler) и Брайаном Геттельфингером (Brian Gtettelfinger), было удостоено Игнобелевской (Шнобелевской) премии за 2005 г. по химии. В этой публикации приводились туманные рассуждения по этому поводу без определенного вывода. Однако упоминался эксперимент, проведенный в плавательном бассейне университета Миннесоты.

Вторая статья была опубликована в Журнале «Потенциал» № 10/2013. Здесь описывались подробности эксперимента. В воде бассейна было растворено 300 кг гуаровой смолы-загустителя, вследствие чего «плотность раствора получилась в два раза большей, чем плотность воды»(!). Эксперимент показал, что в более вязкой среде пловцы проплывали чуть быстрее, чем в чистой воде. Прежде всего, мы обратили внимание на то, что речь идет, скорее всего, про увеличение вязкости, а не плотности жидкости. А если это так, то столь небольшое изменение вязкости, действительно трудно заметить в этом, довольно грубом эксперименте, с мало поддающимся учету человеческим фактором.

Наряду с описанием эксперимента в этой статье говорилось и о том, что вопрос имеет, оказывается, древние корни. Он возник около трёхсот лет назад, в результате спора между Ньютоном и Гюйгенсом. По-видимому, как раз в то время, когда Ньютон работал над известной проблемой описания силы вязкости. Ньютон, как автор концепции детального силового описания явлений, склонялся к тому простому выводу, что поскольку вязкая сила создает тормозящее действие, пропорциональное скорости, то пловцу будет труднее плыть. Возражение Гюйгенса сводилось к тому, что процесс движения пловца более сложный, чем простое скольжение в воде. Во время активного продвижения вперед, вязкая жидкость даст пловцу более прочную основу для отталкивания. В результате скорость продвижения может оказаться большей, чем в простой воде.

Представляемая нами работа ставит задачу разобраться в обоснованности каждого из сделанных выводов. Мы поставили контрольный эксперимент и предложили для обоснования некоторые рабочие модели.

### Эксперимент

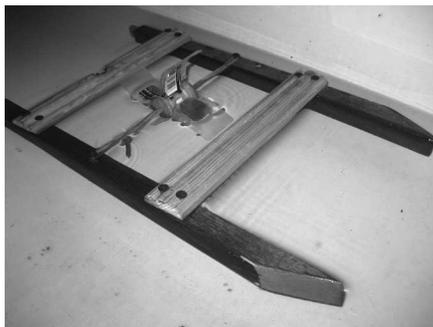


Рис. 1.

Измерения проводились в обычной домашней ванне. В ванну налили воду, до глубины 6–7 см (для использования минимального объема воды), при этом дистанция движения модели длиной 315 мм составила 900 мм – от одного края до другого.

Модель плавающего тела представляла собой устойчивый катамаран с размерами 315 мм×215 мм (два корпуса с сечениями 20 мм×30 мм, погружение полное). Этот катамаран приводится в движение резиновым мотором с четырьмя лопастями размером 40 мм×50 мм. Этот двигатель прост в изготовлении, хотя имеет свои особенности – его мощность падает по мере движения. Однако на всей упомянутой дистанции мотор работает надёжно. Сила тяги мотора составила около 1.2 Н в воздухе и около 0.2 Н – в воде, измерена школьным динамометром, прикрепленным сначала к краю лопасти, и затем к корпусу катамарана, на плаву.

Мы не ставили целью исследовать зависимость скорости от пути или от времени, поэтому ограничились двумя режимами измерений – средняя скорость на дистанции и средняя скорость на половине дистанции, на стадии разгона.

Таблица

#### Результаты эксперимента

Вода		Жидкость	
Время полного движения на дистанции 900 мм, с	Время на первой половине пути (разгон)	Время полного движения на дистанции 900 мм, с	Время на первой половине пути (разгон)
7.92	4.39	9.81	5.01
7.46	4.21	9.64	5.48
7.46	4.43	10.65	5.85
7.85	4.15	9.46	5.28
Ср. скорость 12 см/с	Ср. скорость 10.4 см/с	Ср. скорость 9.1 см/с	Ср. скорость 8.3 см/с

Приготавливая жидкость, мы провели попытку измерения плотности, взвешивая жидкость в мерном стакане на кухонных весах. Однако, из-за малой массы загустителя (450 г обойного клея на 25 литров воды) разницы в плотности заметить не удалось. Измерения вязкости получившейся жидкости проводили по методу Стокса, где падающий шарик выходит на установившуюся скорость при равенстве силы тяжести и силы вязкого трения. В студенческих лабораторных работах обычно используют глицерин и маленькие металлические шарики. Вязкость глицерина достигает 1500 Па·с и поэтому шарик падает достаточно медленно, для того, чтобы успеть измерить время падения. Здесь же, для увеличения времени падения мы использовали влияние силы Архимеда и выбрали легкое тело – крупинку риса. Для устранения эффекта мутности жидкости при наблюдении падения, жидкость была подсвечена сверху сильной лампой. Отличие формы продолговатой крупинки от шарика, не приведет к значительной ошибке, если учесть площадь поперечного сечения в измерительной формуле. Измеренное нами значение вязкости около 0.025 Па·с – почти в десять раз отличается от вязкости воды. Такое изменение вязкости обязательно должно проявиться в результатах эксперимента.

Как видим, в нашем эксперименте подтвердились предположения Ньютона. Средняя скорость движения в растворе меньше, чем в чистой воде.

## 1. Модели

Обратим внимание на то, что

1. Если в первой статье больше говорится о вязких свойствах жидкости, то во второй делается упор на плотности.
2. Рассуждения Ньютона и Гюйгенса приводятся в чисто качественной форме, без каких-либо математических обоснований. Этому не стоит удивляться. Физика, как экспериментальная, так и теоретическая, находились в то время (ок. 1670 г.) в процессе становления. Ниже мы приводим возможные математические модели, соответствующие рассуждениям обоих физиков, в современной записи.

**Ньютон.** По Ньютону сила вязкого сопротивления должна быть пропорциональна скорости, размерам тела и коэффициенту вязкости  $F_N \sim \eta LV$ . Точная формула, например, для шарика была получена в Стоксом, лишь через 150 лет после Ньютона. Поэтому обычно говорят лишь о пропорциональности, а точные значения коэффициентов при необходимости определяются экспериментально или ориентируясь на инженерные табличные данные. Говоря современным языком, модель, которую представлял себе

Ньютон, можно представить одним из следующих уравнений движения:

$$m \cdot a \sim F_e - k_1 \eta LV$$

или, если силу тяги представить через мощность двигателя

$$m \cdot a \sim N/V - k_1 \eta LV.$$

Здесь  $m$  – масса движущегося тела,  $a$  – ускорение,  $F_e$  – сила тяги,  $N$  – мощность двигателя,  $k_1$  – коэффициент пропорциональности в силе сопротивления, учитывающий геометрию тела.

При установившемся движении, когда тянущая сила и сила сопротивления выравняются, ускорение становится равным нулю. И тогда скорость равномерного движения определяется, например, из второго уравнения соотношением:  $V \sim \sqrt{N/(k_1 \eta L)}$ .

Отсюда и следует вывод: при повышении вязкости скорость должна понизиться.

**Гюйгенс.** Для него более близкими были энергетические представления о гидродинамическом сопротивлении, согласно которым потеря кинетической энергии пропорциональна работе сил сопротивления на длине тела  $F_N L \sim mV^2$ , откуда  $F_N \sim \rho V^2$ .

Хотя и представления Ньютона ему также были понятны.

Сейчас мы знаем, что формула Ньютона более подходит к описанию процессов обтекания тела жидкостью (тела с малым сечением), тогда как вторая формула описывает процессы, когда тело, как поршень продавливается сквозь среду, либо отталкивается от среды (лопасть весла, гребной винт, крыло).

Попробуем воспроизвести рассуждения Гюйгенса, воспользовавшись схематическим рисунком пловца (см. рис).

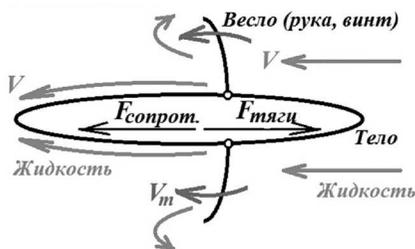


Рис. 2.

За счет обтекания корпуса сила сопротивления движению, действительно можно описать формулой Ньютона. Однако, сила тяги, развиваемая лопастями – руками гребца, будет лучше описываться формулой гидродинамического сопротивления. Тогда уравнение движения в качественной форме примет вид:

$$ma \sim k_2 \rho V^2 S - k_1 \eta LV. \quad (1)$$

здесь  $k_2$  – коэффициент пропорциональности,  $\rho$  – плотность жидкости,  $S$  – площадь гребной поверхности. В установившемся режиме получаем  $V \sim (k_1\eta L)/(k_2\rho S)$  – скорость пропорциональна вязкости! Вот на таких примерно рассуждениях основывал свой вывод Гюйгенс.

### Обсуждение результатов

**Ньютон.** Вывод Ньютона достаточно закономерен и подтверждается практикой: тела в воде движутся медленнее, чем, например, в воздухе. Вязкость воздуха в тысячу раз меньше вязкости воды. Лодки и корабли движутся, как правило, с меньшей скоростью, чем птицы и самолеты. Хотя, специально подбирая форму тел и мощность двигателей, можно добиться и сравнимых результатов. Говоря о влиянии плотности среды, заметим, что в модели Ньютона при уменьшении степени погружения тела уменьшается коэффициент  $k_1$  ( $k_1 \sim 30\dots 10$ ), поэтому в плотной среде эффект влияния вязкости может ослабнуть (сила сопротивления уменьшается) и скорость тела может увеличиться, если тело не полностью погружено в среду.

**Гюйгенс.** При анализе модели Гюйгенса, необходимо учесть, что при учёте силы гидродинамического сопротивления в выражение должна входить относительная скорость движения весла и воды. Тогда уравнение движения принимает вид:

$$m\dot{v} \sim k_2\rho(V_m - V)^2 S - k_1\eta LV. \quad (2)$$

Здесь  $k_2$  – коэффициент пропорциональности (для наших случаев  $k_2 \sim 0.5$ ),  $\rho$  – плотность жидкости,  $S$  – площадь гребной поверхности,  $V_m$  – скорость лопастей двигателя (пловца). В установившемся режиме получаем более сложную, чем при поверхностном анализе формулу:

$$V \sim \frac{1}{2} \left[ \left( V_m + \frac{k_1\eta L}{k_2\rho S} \right) - \sqrt{4V_m \frac{k_1\eta L}{k_2\rho S} + \left( \frac{k_1\eta L}{k_2\rho S} \right)^2} \right].$$

Здесь зависимость скорости от вязкости становится иной: скорость теперь уменьшается (см. график). Правда, влияние вязкости здесь слабее, чем в простейшей модели Ньютона, добавка очень мала из-за малости численного значения отношения коэффициента вязкости к плотности. В эксперименте это влияние будет трудно заметить.

Что касается влияния увеличения плотности, то и оно приводит к эффекту уменьшения скорости. Действительно, наряду с уменьшением коэф-

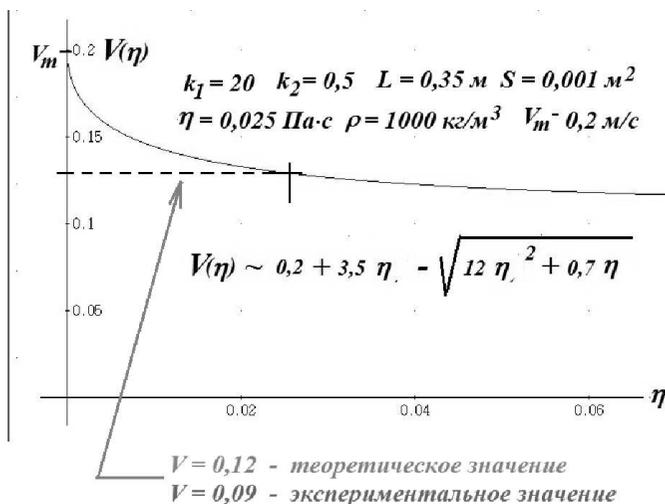


Рис. 3. Картина движения свободного фуллера  $C_{60}$  вдоль оси  $Z$  нанотрубки навстречу графеновым чешуйкам в фиксированных точках траектории:  $a$  – исходное положение фуллера;  $b$  – положение фуллера после прохождения расстояния  $10 \text{ \AA}$ ;  $v$  – положение фуллера после прохождения расстояния  $17 \text{ \AA}$

фициента  $k_1$ , стоящего в числителе, увеличение плотности среды (в знаменателе добавки) приводит также к уменьшению этой добавки. В результате скорость в плотной среде должна падать! Без анализа математической модели этот эффект не столь очевиден! Может быть, именно этим и объясняется ошибка в качественных рассуждениях Гюйгенса.

В любом случае, обе модели – и Гюйгенса, и Ньютона хороши. Гюйгенс учитывал конкретный характер движущей силы, а Ньютон не вдавался в такие подробности, не имея ещё точных представлений о гидродинамическом сопротивлении. Как видим, если бы не сложность совместного учёта нескольких явлений оба учёных пришли бы к одному выводу – вязкая среда замедляет движение, а вот плотность среды может действовать различно, в зависимости от геометрии тела и степени его погружения в жидкость.

Чем же можно объяснить небольшой перевес результатов эксперимента американских студентов, казалось бы, в пользу доводов Гюйгенса? Во-первых, из публикации трудно понять, что увеличилось в результате растворения добавки. В статье утверждается, что плотность увеличилась в два раза. В это трудно поверить при массе добавки  $300 \text{ кг}$  на бассейн средних размеров. Скорее, увеличилась вязкость. Мы же в проведенном эксперименте повысили вязкость более, чем в  $20$  раз – это уже заметное

значение. Кроме того, в заметках ничего не говорится о режиме стилей плавания, изменяющем средние значения коэффициентов сопротивления. Закрепить успех студентов можно было бы, например, в водах Мертвого моря, где вода имеет большую плотность. Не мешает принять во внимание и человеческий фактор – психологический настрой пловцов при наличии необычной жидкости. Так, что результаты студентов никак нельзя считать достоверными. Для независимых экспериментов точнее полагаться на механическую модель. Что и было сделано в нашем эксперименте. У нас скорость в вязкой среде всё-таки меньше, в соответствии с обеими моделями и с экспериментом.

Отдельно отметим качественное совпадение результатов нашего эксперимента с данными по установившейся скорости. Если в эксперименте получено значение около 9 см/с, то теоретические данные дают от 7.5 см/с до 12 см/с, в зависимости от значения коэффициента  $k_1 = 20 \dots 10$ . Кстати, по упрощённой модели значение установившейся скорости оказывается примерно таким же, по порядку величины – 15 см/с. Эти соответствия говорят о разумности предложенных моделей, а значит, и выводов из них.

**Научный руководитель:** *А.А. Князев*, к.ф.-м.н., доцент.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГИДРОПАРОВОЙ ТУРБИНЫ В ЭЛЕКТРОГЕНЕРИРУЮЩИХ УСТАНОВКАХ

*Ростунцова А.А., ученица 11 класса  
МОУ «Лицей прикладных наук»*

Мировой рост стоимости топлива требует создание энергетических установок, обладающих высокой эффективностью и топливной экономичностью. В этом направлении приоритетными становятся разработки установок на основе возобновляемых источников энергии, а также установок, использующих утилизационную или сбросную теплоту. В качестве такой альтернативной установки рассмотрена гидропаровая турбина (ГПТ). Особенность гидропаровой турбины заключается в том, что в сопло поступает не доведенная до кипения жидкость, вскипающая уже в турбине во время ее работы. В результате тягу турбины создают две составляющие: традиционная гидравлическая – от истекающей из сопел жидкости и реактивная – от интенсивного ее кипения. У турбины нет лопаточного аппарата, что исключает проблемы эрозии от течений парожидкостных смесей.

Фирмой «Турбокон» разработана теплотехническая схема Мутновской геотермальной электростанции на Камчатке, в состав которой входит гидропаровая турбина, использующая в качестве рабочего тела геотермальную воду [1].

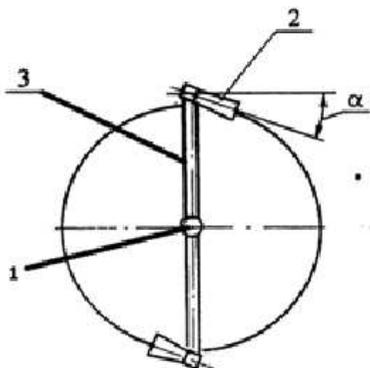


Рис. 1. Общий вид гидропаровой турбины

В конструкции такой турбины применен принцип сегнера колеса. При этом в турбоконовском устройстве используется как механическая энергия воды, так и тепловая. Для этого в такой турбине устанавливаются сопло Лавалья, представляющее собой канал, суженный в некоторой его части. На рис. 1 представлен общий вид гидропаровой турбины. Реактивная турбина состоит из следующих частей: 1 – ро-

тор, в которое подводится рабочее тело; 2 – рабочее сопло; 3 – канал подвода рабочего тела к соплам 2. Рабочее тело подается в ротор 1 и по каналам 3 поступает к рабочим соплам 2. Основной процесс происходит в соплах турбины (см. рис. 2). При прохождении воды по сужающейся части сопла выполняется закон постоянства расхода, говорящий о том, что произведение сечения трубы на скорость потока в этом сечении и на удельную плотность вещества в этом потоке постоянное. Поэтому проходя через суженную часть сопла, поток ускоряется, а, значит, его давление резко уменьшается, что приводит к тому, что вода начинает интенсивно кипеть. Образуется пароводяная смесь, пар расширяется в расширяющейся части сопла, понижая давление на конце части, и смесь выбрасывается из сопла, создавая реактивную тягу.

Термодинамический процесс, происходящий в такой установке, показан на рис. 3 в координатах «давление-объём». Участок  $1' \rightarrow 1$  соответствует сужающейся части сопла Лавалья (падение давления при ускорении потока из-за сужения сечения канала в соответствии с законом Бернулли), а участок  $1 \rightarrow 2$  – его расширяющейся части, где расширение пароводяной смеси, на участке  $2 \rightarrow 3$  происходит конденсация образовавшегося пара, участок  $3 \rightarrow 4$  – это повышение давления воды и её перегрев перед ротором турбины до состояния, близкого к равновесию между паром и жидкостью (с сохранением жидкого агрегатного состояния), участок  $4 \rightarrow 4'$  – повышение давления воды за счёт центробежных сил при её движении от оси ротора к периферийным соплам. (точки 4 и 1, а также  $4'$  и  $1'$  одинаковы, для удобства и наглядности нарисованы близко друг к другу, Обратим внимание, что

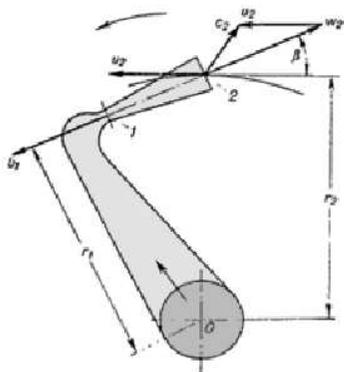


Рис. 2. Сопло гидропаровой турбины

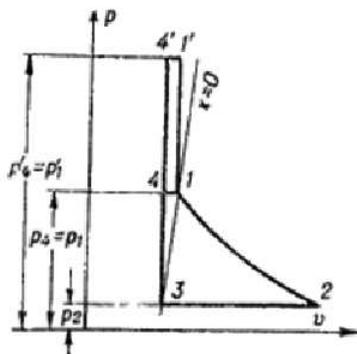


Рис. 3. Термодинамический цикл гидропаровой турбины

$p_4 = p_1$  – давление насыщения поступающей воды,  $p_4' = p_1'$  – давление в начале сопла Лавала. Таким образом, вся полезная работа турбины совершается за счёт внешней энергии, затраченной на повышение давления и нагрев воды на участке  $3 \rightarrow 4$ .

Проведен анализ энергетических параметров ГПТ при различных температурах воды на входе в канал турбины. В качестве расчетных использовались методики, изложенные в [2–3]. Расчет выполнен для следующих параметров:

- температура воды на входе в канал  $t_1 = 90; 110; 130$  °С;
- температура воды на срезе сопла  $t_2 = 46$  °С;
- вводимая тепловая мощность  $P_T = 3050$  кВт;
- скорость воды в канале составляет  $v_1 = 30$  м/с,  $v_2 = 100$  м/с;
- радиус действия реактивной силы  $R_p = 0.8$  м;
- для закруглений принято  $r_2 = r_3 = 0.1$  м;
- скоростной коэффициент  $\varphi = 0.8$ .

КПД гидропаровой турбины определяется по формуле согласно [2]:

$$\eta = \frac{P - P_{\text{тр}}}{P_T + P_{\text{н}}}, \quad (1)$$

где  $P$  – мощность ротора, кВт;  $P_{\text{тр}}$  – потеря мощности на трение, кВт;  $P_T$  – вводимая тепловая мощность;  $P_{\text{н}}$  – мощность насоса, кВт.

Расчетные значения параметров ГПТ представлены в таблице.

Из таблицы видно, что при уменьшении температуры воды на входе в канал турбины расход рабочей жидкости растет и увеличивается почти в 2 раза. Результирующая мощность на валу турбины и КПД также увеличиваются при уменьшении температуры. Увеличиваются потери мощности, расходуемой на трение ротора за счет роста оптимальной окружной скорости.

Таблица

Зависимости различных параметров ГПТ от температуры подаваемой воды

Параметры	Температура на входе в канал ГПТ		
	90	110	130
Расход горячей воды на турбину, кг/с	16.5	11.3	8.6
Скорость пароводяной струи, м/с	130	185	238
Оптимальная окружная скорость ротора, л/с	181	207	232
Мощность ротора турбины, кВт	464.53	416.2	398.1
Мощность, расходуемая на трение ротора, кВт	24.67	36.89	51.95
Мощность, затрачиваемая насосом, кВт	7.36	5.24	3.3
Коэффициент полезного действия турбины	0.144	0.124	0.113

Примечание. Вводимая тепловая мощность принята постоянной  $P_T = 3050$  кВт.

Имея незначительный КПД, гидропаровые турбины целесообразно комбинировать в циклах газотурбинных, паротурбинных и газопоршневых установок. Это позволит по данным [2] повысить КПД указанных циклов на 15% за счет дополнительной выработки электроэнергии и экономии органического топлива.

### **Библиографический список**

1. *Мильман О.О., Федоров В.А., Брусницын Н.А.* Гидропаровая турбинная установка. Патент РФ на изобретение №2184244 от 11.09.00г.
2. *Булат А.Ф.* Усовершенствованная гидропаровая турбина для утилизации избыточного тепла шахтных энергетических объектов/ Булат А.Ф. И.Ф. Чемерис, И.Ю. Комлева // Компрессорное и энергетическое машиностроение, 2010. № 2 (20). С. 25–28.
3. *Чемерис И.Ф.* Выработка дополнительной электроэнергии на базе гидропаровых турбин в шахтных энергокомплексах/ И.Ф. Чемерис // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / Ин-т геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины. Д., 2007. Вып. 73. С. 214–219.

**Научный руководитель:** *Ростунцова И.А.*, ассистент кафедры ТАЭС СГТУ имени Ю.А. Гагарина.



Нелинейные  
явления  
в радиофизике  
и электронике

## НАНОЭМИТТЕР НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

*Фадеев А.А., студент 5 курса физического факультета СГУ*

Углеродные нанотрубки (УНТ) широко применяются в эмиссионных вакуумных приборах, микроволновых устройствах [1] и источниках рентгеновского излучения [2]. Однако, по-прежнему, остается актуальным вопрос оптимизации параметров катода на углеродных нанотрубках. Наиболее важной особенностью углеродных нанотрубок с точки зрения их эмиссионных свойств является их аспектное отношение (отношение длины к диаметру УНТ) [3]. Способность эмиттера к усилению электрического поля характеризуется коэффициентом полевого усиления  $\beta$ , определяемым как отношение истинного значения напряженности электрического поля  $E$  к среднему значению  $E_0$ :

$$\beta = \frac{E}{E_0} = \frac{ED}{U}. \quad (1)$$

Это открывает возможность разработки нового поколения электровакуумных приборов, отличающихся пониженным значением напряжения питания и потребляемой мощности. Недавно были разработаны методики получения автокатодов, в которых размеры нанотрубок, как и их расположение на подложке, одинаково и регулярно. Следует отметить, что в данном случае автокатод представляет собой упорядоченную матрицу, состоящую из расположенных на катоде (подложке) полых одностенных углеродных нанотрубок. Таким образом, с учетом данных замечаний, поставленную задачу можно решать не для всего катода в целом, а для его элементарной ячейки, состоящей из одной нанотрубки и окружающего пространства, характерный размер которого соответствует расстоянию между соседними элементами. В итоге, решалась следующая задача: для различных длин и диаметров УНТ моделировалось пространство вакуума между катодом и анодом. Также было рассмотрено два различных размера катода и анода. У первой модели длина и ширина катода-анода была 0.5 мкм, у второй модели – 1 мкм. Таким образом, рассматривалось две модели электродов с различными размерами УНТ. Схематическое представление модели изображено на рис. 1. Нижняя часть является катодом, представляющая из себя подложку с размещенной на ней углеродной нанотрубкой, верхняя – анодом. Пространство между анодом и катодом моделировалось в виде вакуума, как отмечалось

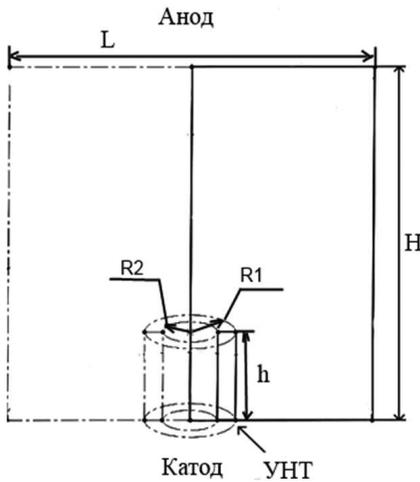


Рис. 1. Схематическое представление модели наноэмиттера в виде плоского сечения.  $H$  – расстояние между катодом и анодом,  $L$  – длина катода и анода,  $R_1$  и  $R_2$  – внешний и внутренний радиус нанотрубки соответственно

Для расчета напряженности был использован программный пакет ANSYS 14.0, позволяющий рассчитывать, в том числе и электростатическое поле с варьируемыми граничными условиями. Расчет производился методом конечных элементов. Разбиение модели производилось тетраэдрической 3D сеткой с десятью узлами в каждом тетраэдре. На рис. 2 продемонстрирована модель автокатода в разрезе, которая была смоделирована в конечно-элементном пакете ANSYS. Она представляет собой объем вакуума в виде прямоугольника, из которого УНТ вырезана так, что оставляет после себя в модели лишь объем вакуума внутри и снаружи. Верхняя грань является поверхностью анода, нижняя – поверхностью катода. Область вакуума около вырезанной УНТ было решено включить в прямоугольную область, чтобы её разбить на более мелкую конечно-элементную сетку, чем остальной объем, для более точного решения. Необходимо получить распределение напряженности электрического поля между катодом и анодом.

ранее. На всей поверхности катода, в том числе и на поверхности нанотрубки, задавался нулевой потенциал. На аноде, расположенном на расстоянии  $H = 10$  мкм от катода, потенциал составляет 300 Вольт. В табл. 1 приведены основные параметры – длина и диаметр УНТ.

В результате расчета было установлено, что изменение межэлектродного расстояния с соответствующим пропорциональным изменением разности потенциалов не влияет на качественную и количественную картину распределения напряженности поля, поэтому в дальнейшем были выбраны следующие параметры автокатода: межэлектродное расстояние  $H = 1$  мкм, потенциал анода 30 Вольт.

Таблица 1

Размер нанотрубок,  
где  $h$  – длина УНТ,  $R_1$  и  $R_2$  – внешний  
и внутренний радиус соответственно

УНТ	$h$ (мкм)	$R_1$ (мкм)	$R_2$ (мкм)
1	0.1	0.001172	0.000829
2	0.2	0.001671	0.001329
3	0.3	0.002671	0.002329

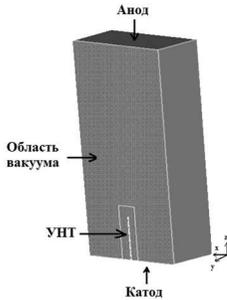


Рис. 2. Вид модели автокатода в разрезе

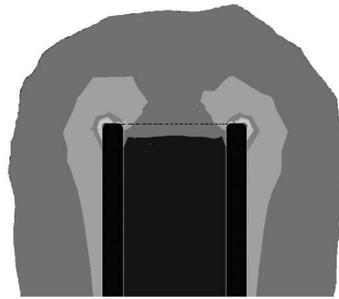


Рис. 3. Картина распределения напряженности в объеме вакуума около вырезанной УНТ (в виде сечения)

Наиболее интересная область – конец нанотрубки, где напряженность поля должна быть максимальна. На рис. 3 изображено распределение напряженности в объеме вакуума около вырезанной нанотрубки

длиной 0.1 мкм. На этом сечении две черные вертикальные трубки составляют стенки вырезанной УНТ, а вокруг нее мы можем видеть распределение напряженности электрического поля. Стоит отметить, что в объеме вакуума внутри нанотрубки напряженность электрического поля не наблюдается. Максимальное напряжение можем наблюдать на конце УНТ. Далее представлена таблица максимальных значений напряженности (табл. 2) для разных длин нанотрубок и для двух размеров катода-анода (модель 1 – 0.5 мкм, модель 2 – 1 мкм). Как видно из этой таблицы, с увеличением длины и диаметра нанотрубки, растет и напряженность.

Таблица 2  
Максимальные значения напряженности без заряда плазмы для разных длин нанотрубок

	Модель 1*	Модель 2**
$E_1$ [В/м], (0,1 мкм)	$3.6 \cdot 10^9$	$3.56 \cdot 10^9$
$E_2$ [В/м], (0,2 мкм)	$5.3 \cdot 10^9$	$5.44 \cdot 10^9$
$E_3$ [В/м], (0,3 мкм)	$5.9 \cdot 10^9$	$6.3 \cdot 10^9$

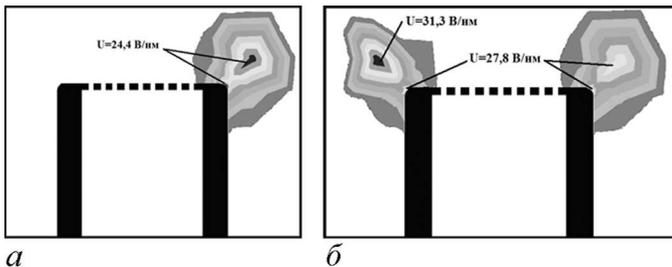


Рис. 4. Картина распределения напряженности в объеме вакуума около вырезанной УНТ (длина 0.1 мкм) с наличием а) одной частицы плазмы, б) двух частиц плазмы

Таблица 3

Максимальные значения напряженности при наличии двух частиц плазмы для разных длин нанотрубок и разных размеров катода и анода

	Модель 1 (0.5 мкм)	Модель 2 (1 мкм)
*E <sub>1</sub> [В/м], (0.1 мкм)	24.4 · 10 <sup>9</sup>	27.5 · 10 <sup>9</sup>
*E <sub>2</sub> [В/м], (0.2 мкм)	33 · 10 <sup>9</sup>	26.6 · 10 <sup>9</sup>
*E <sub>3</sub> [В/м], (0.3 мкм)	27.4 · 10 <sup>9</sup>	25.4 · 10 <sup>9</sup>
**E <sub>1</sub> [В/м], (0.1 мкм)	31.3 · 10 <sup>9</sup>	29.5 · 10 <sup>9</sup>
**E <sub>2</sub> [В/м], (0.2 мкм)	33 · 10 <sup>9</sup>	26.6 · 10 <sup>9</sup>
**E <sub>3</sub> [В/м], (0.3 мкм)	27.5 · 10 <sup>9</sup>	27.6 · 10 <sup>9</sup>

\*E – напряженность на конце УНТ, при наличии одной частицы плазмы,

\*\*E – напряженность, при двух частицах плазмы

В процессе эмиссии электронов с поверхности катода образуются частицы плазмы. Далее определение максимального значения напряженности на УНТ проводилось с наличием атомов плазмы. Атомы плазмы моделировалось как точечные заряды величиной +1e. На рис. 4 представлены картины распределения напряженности для первой модели (0.5 мкм) с наличием одной и двух частиц плазмы.

В табл. 3 приведены значения напряженности распределения электрического поля на поверхности углеродной нанотрубки в нанозмиттере для двух моделей с разными длинами УНТ и с наличием одной или двух частиц плазмы.

В ходе исследований выявлено, что с увеличением длины УНТ и размера катода-анода напряженность на эмиттере, без учета частиц плазмы, также увеличивается. Установлено, что при наличии частиц плазмы напряженность на УНТ резко увеличивается. Также разработана оригинальная методика расчета напряженности распределения электрического поля на поверхности углеродной нанотрубки в нанозмиттере.

### Библиографический список

1. Teo K.B.K., Minoux E., Hudanski L. et al. // Nature. 2005. V. 437. P. 968.
2. Yue G.Z., Qiu Q., Gao B. et al. // Appl. Phys. Lett. 2002. V. 81. P. 355
3. Елецкий А.В. «Холодные полевые эмиттеры на основе углеродных нанотрубок» // Успехи физических наук. 2010. Том 180, № 9.

**Научный руководитель:** Глухова О.Е., д.ф.-м.н., доцент, зав. кафедры радиотехники и электродинамики.

## К ТЕОРИИ СИНХРОНИЗАЦИИ ГИРОТРОНА В РЕЖИМЕ ЖЕСТКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

*Якунина К.А., студентка 5 курса ФНП СГУ*

В теории автоколебательных систем, как правило, различают два вида самовозбуждения, а именно, мягкое и жесткое. В режиме с мягким возбуждением нестабильное возмущение уровня шума нарастает и развивается самопроизвольно. А режим с жестким возбуждением автоколебаний устойчив только для интенсивного начального возмущения с амплитудой, которая превышает определенное критическое значение, в то время как малое возмущение затухает. Режим «жесткого» возбуждения наблюдается во многих электронных генераторах. В частности, в гиротроне режим максимально-го КПД, как правило, наблюдается как раз режиме жесткого возбуждения. В настоящее время актуальной является задача о синхронизации гиротрона внешним сигналом. Например, в установках нагрева плазмы предполагается использовать большое число генераторов, которые должны генерировать сигнал одной и той же частоты. Поэтому представляет интерес развитие теории синхронизации генератора с жестким возбуждением и ее применение для различных моделей гиротрона.

В настоящей работе рассматривается синхронизация генератора с жестким возбуждением на примере двух моделей. Во-первых, была рассмотрена упрощенная модель, которая описывается укороченными уравнением для медленно меняющейся амплитуды и фазы:

$$\begin{aligned}\dot{a} &= (\sigma + a^2 - a^4) a + A \cos \varphi, \\ \dot{\varphi} &= -\Omega + \beta a^2 - \frac{A}{a} \sin \varphi.\end{aligned}\tag{1}$$

В теории гиротрона подобные модели принято называть квазилинейными [1,2]. В (1)  $a$  и  $\varphi$  – медленно меняющиеся амплитуда и фаза колебаний,  $\sigma$  – параметр возбуждения, имеющий смысл инкремента нарастания колебаний рабочей моды,  $\beta$  – параметр неизохронности,  $A$  – амплитуда внешнего воздействия,  $\Omega$  – расстройка между частотой внешнего сигнала и собственной частотой. Жесткое возбуждение в системе (1) имеет место при  $-1/4 < \sigma < 0$ .

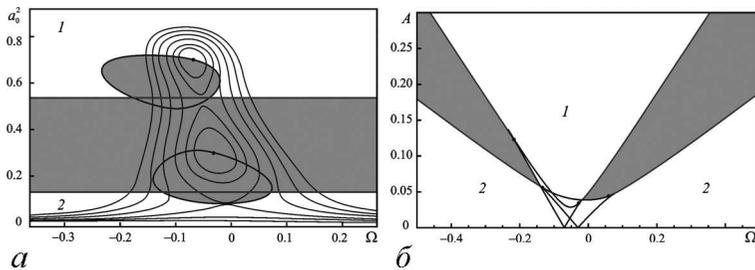


Рис. 1. Резонансные кривые (а) и языки синхронизации (б) при  $\sigma_{1,2} = -0.21$  и  $\beta = -0.1$ . Белым цветом показаны устойчивые режимы (1 – режим синхронизации, 2 – режим регенеративного усиления), серым – режимы биений

Для данной системы был проведен теоретический анализ устойчивости стационарных состояний, в результате чего были построены резонансные кривые и языки синхронизации. На рис. 1 приведен пример в случае слабой неизохронности.

Отметим, что полученные результаты хорошо согласуются с результатами работы [3], в которой развивалась общая теория синхронизации автоколебательной системы с сосуществующими устойчивым и неустойчивым циклами.

Во-вторых, рассмотрена модель, основанная на нестационарной теории гиротрона с фиксированной гауссовой структурой поля. Основные уравнения приведены, например, в [1,2,4]. Известно, что при гауссовой структуре ВЧ поля режим максимального КПД лежит в области жесткого возбуждения. На рис. 2 приведена зависимость поперечного электронного КПД от безразмерной отстройки собственной частоты рабочей моды от гирочастоты  $\Delta$  при нормированной длине резонатора  $\mu = 15$  и безразмерном параметре

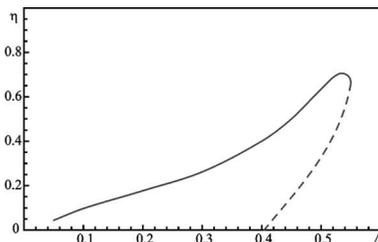


Рис. 2. Зависимость поперечного КПД гиротрона от расстройки в автономном режиме при  $\mu = 15$ ,  $I = 0.06$ . Максимальный КПД реализуется в режиме жесткого возбуждения

тока электронного пучка  $I = 0.06$ . Из рисунка видно, что максимальный КПД  $\eta \approx 0.7$  достигается в области жесткого возбуждения при  $\Delta = 0.53$ . Эти результаты хорошо согласуются с приведенными в [4].

Перейдем к изучению режимов синхронизации гиротрона внешним сигналом. Параметры выберем соответствующими режиму максимального КПД. На рис. 3 построены границы областей устойчивости

на плоскости параметров частота внешнего воздействия  $\Omega$  – амплитуда воздействия  $A$ . Если амплитуда воздействия достаточно мала, прибор функционирует как регенеративный усилитель. Область устойчивого усиления расположена ниже линии 2. Однако КПД в этом режиме достаточно мал,  $\eta < 0.1$ . Выше линии 1 расположена область синхронизации рабочей моды гиротрона внешним сигналом. Вблизи границы синхронизации КПД синхронизованных колебаний принимает примерно те же значения, что и КПД в автономном режиме,  $\eta \approx 0.7$ . С увеличением  $A$  КПД плавно уменьшается. В целом картина, представленная на рис. 3, хорошо согласуется с аналогичной картиной для квазилинейной модели (1) (см. рис. 1, б).

Отметим, что области синхронизации и регенеративного усиления на рис. 3 перекрываются там, где линия 1 проходит ниже линии 2. Таким образом, в этой области сосуществуют два устойчивых одночастотных режима. Переходы между этими режимами происходят с гистерезисом.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 15-02-02893а.*

### Библиографический список

1. Нусинович Г.С. Теория многомодового гиротрона // В сб. «Гиротрон». Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 146–168.
2. Nusinovich G.S. Mode interaction in gyrodevices // Int. J. Electron. 1981. Vol. 51, № 4. P. 457–474.
3. Кузнецов А.П., Милованов С.В. Синхронизация в автоколебательной системе с бифуркацией слияния устойчивого и неустойчивого предельных циклов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11. № 4-5. С. 16–30.
4. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Завольский Н.А., Моисеев М.А. Зоны устойчивости одномодовой генерации в гиротроне со сверхразмерным резонатором // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. № 6. С. 67–81.

**Научный руководитель:** Рыскин Н.М., д.ф.- м.н., профессор ФНП СГУ им. Чернышевского.

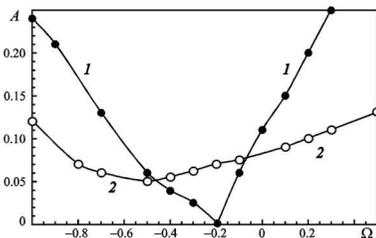


Рис. 3. Области синхронизации на плоскости параметров частота–амплитуда внешнего воздействия. В области 1 реализуется режим синхронизации, а в области 2 – режим усиления, а между ними – режим биений

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ДВУХКАСКАДНОМ КЛИСТРОННОМ ГЕНЕРАТОРЕ

*Белов К.В., студент 2 курса магистратуры ФНП СГУ*

В последнее время значительные усилия исследователей направлены на разработку миниатюрных источников колебаний миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов, изготавливаемых при помощи современных технологий вакуумной микроэлектроники (см., например, обзорные работы [1–3]). Недавние технологические успехи вакуумной микроэлектроники открыли пути создания миниатюрных аналогов «классических» вакуумных электронных приборов, таких как отражательный клистрон, лампы бегущей и обратной волны, клистроны с распределенным взаимодействием др. Они будут иметь огромное значение для систем связи, радиолокации, спектроскопии, обработки материалов и т.д. Естественным способом преодолеть эти трудности является переход к многолучевым конструкциям. В работах [4,5] была предложена схема двухкаскадного генератора, который состоит из двух пролетных двухрезонаторных клистронов.

Уравнения самовозбуждения резонаторов имеют вид:

$$\dot{A}_{11} + \frac{\omega_0}{2Q_0} A_{11} = \frac{i\omega_0\beta}{2} (A_{11} - A_{22}), \quad (1)$$

$$\dot{A}_{12} + \frac{\omega_0}{2Q_L} A_{12} = \frac{i\omega_0\beta}{2} (A_{12} - A_{21}) - i\omega_0 K M I_0 J_1(X_1) e^{i(\phi_{11} - \theta_0)}, \quad (2)$$

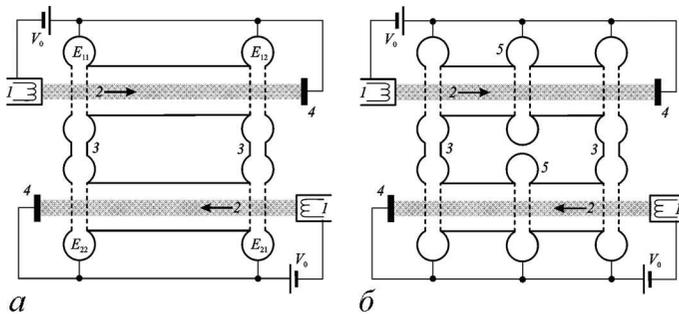


Рис. 1. Схема генератора, состоящего из связанных двухрезонаторных (а) и трехрезонаторных (б) клистронов. 1 – катод, 2 – электронный пучок, 3 – связанные резонаторы, 5 – промежуточный резонатор. Промежуточные резонаторы не связаны

где  $X_1 = M |A_{11}| \theta_0 / 2V_0$  – параметр группировки электронного пучка,  $\theta_0 = \omega_0 l / v_0$  – угол пролета в пространстве между центрами зазоров резонаторов,  $\varphi_{11} = \arg(A_{11})$  – фаза поля во входном резонаторе,  $\beta$  – коэффициент связи,  $Q_0$  – холодная добротность резонаторов,  $Q_L$  – нагруженная добротность выходных резонаторов. Для нахождения характеристического уравнения генератора требуется отыскать решение в виде гармонического сигнала. После линеаризации получим характеристическое уравнение в виде:

$$D(\omega) = (i(\Delta'(\omega) - \mu') + 1)(i(\Delta(\omega) - \mu) + 1) + \mu\mu'. \quad (3)$$

Здесь введены новые безразмерные переменные:  $\Delta = 2Q_0(\omega - \omega_0)/\omega_0$  – безразмерная отстройка от несущей частоты,  $\mu = \beta Q$  – параметр связи,  $\mu' = \mu(Q_L/Q_0)$  – параметр связи, нормированный на нагруженную добротность,  $\Delta' = \Delta(Q_L/Q_0)$  – отстройка от несущей частоты, нормированная на нагруженную добротность. В левой части уравнения стоит функция:

$$D(\omega) = \pm 2\varepsilon Q_L Q_0 \mu e^{-i\theta_0(1+\Delta/2Q_0)}. \quad (4)$$

Аналогичным образом возможно получить характеристическое уравнение для генератора, состоящего из двух трехрезонаторных клистронов. Для такой системы оно выглядит следующим образом:

$$D_3(\omega) = [(1 + i(\Delta' - \mu'))(1 + i(\Delta - \mu)) + \mu\mu'] \frac{(1 + i\Delta)}{\mu}, \quad (5)$$

где

$$D_3(\omega) = \pm 4\varepsilon^2 Q_L Q_0 \theta_{12} \theta_{23} e^{-i(\theta_{13}(1+\Delta/2Q_0) + \frac{\pi}{2})}. \quad (6)$$

Параметры генераторов, при которых производились расчеты представлены в таблице. Все параметры для двух- и трехрезонаторных клистронов идентичны.

Пользуясь характеристическими уравнениями (3,5), можно получить выражения величин частоты генерации, ускоряющего напряжения и стартового тока от безразмерного параметра расстройки по

Таблица

Добротность входных резонаторов, $Q_0$	800
Добротность выходных резонаторов, $Q_L$	300
Волновое сопротивление, $Z$	35.5 Ом
Расстояние между резонаторами, $l$	5 мм
Эффективная ширина зазоров, $d$	0.3 мм
Собственная частота, $\omega_0/2\pi$	95 ГГц
Радиус пучка, $r_b$	0.225 мм
Коэффициент связи, $\beta$	0.002

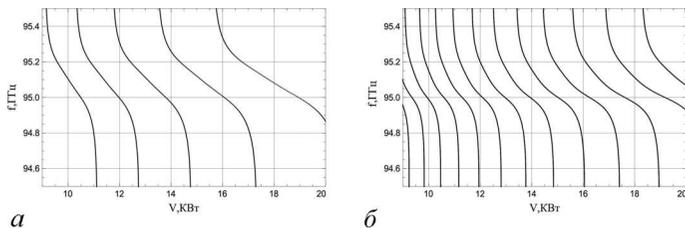


Рис. 2. Зависимость частоты генерации от ускоряющего напряжения для двухрезонаторных (*a*) и трехрезонаторных (*б*) клистронов. На графиках изображены зоны генерации с номерами  $n = 11 \div 16$  (*a*) и  $n = 22 \div 32$  (*б*)

частоте. Таким образом построены зависимости частоты генерации от ускоряющего напряжения (рис. 2) и величины тока пучка, при котором происходит самовозбуждение генератора, от ускоряющего напряжения (рис. 3). Последняя зависимость представляет собой совокупность зон генерации на плоскости ток – напряжение (рис. 3).

Граница самовозбуждения проходит по нижней огибающей зон генерации. Из сравнения (рис. 3, *a*) и (рис. 3, *б*) видно, что количество зон генерации на одном диапазоне напряжений выросло, вместе с тем значительно снизился стартовый ток генератора.

Важным фактором, оказывающим влияние на условия самовозбуждения, являются силы пространственного заряда, которые приводят к разгруппировке электронных сгустков и, следовательно, к увеличению стартового тока. Учет влияния пространственного заряда в линейной теории клистронов достигается домножением параметра группировки на фактор  $\sin(\theta_q)/\theta_q$ , где  $\theta_q = \omega_q l/v_0$  – угол пролета по плазменной частоте,

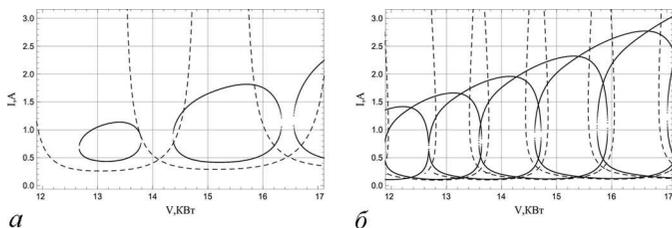


Рис. 3. Зависимость величины стартового тока от ускоряющего напряжения для двухрезонаторных (*a*) и трехрезонаторных (*б*) клистронов. Пунктирной линией изображены кривые, соответствующие нижней границе зон генерации, построенным для кинематического случая. Сплошными линиями построены верхние и нижние границы самовозбуждения с учетом пространственного заряда. На графиках изображены зоны генерации с номерами  $n = 11 \div 13$  (*a*) и  $n = 23 \div 28$  (*б*)

$\omega_q = R\omega_p$  – редуцированная плазменная частота. В результате уравнения для стартового тока принимают вид:

$$I_0 = \frac{2V}{ZM^2Q_L\theta_0} \times \frac{\sin\theta_q}{\theta_q} \times |D(\omega)|, \quad (7)$$

$$I_0 = \frac{V}{ZM^2\theta_{23}\sqrt{Q_0Q_L}} \times \frac{\sin\theta_q}{\theta_q} \times \sqrt{D_3(\omega)}. \quad (8)$$

Уравнение (7) выражает значение стартового тока для генератора, состоящего из двухрезонаторных клистронов, уравнение (8) записано для генератора, состоящего из трехрезонаторных клистронов соответственно. Данные уравнения приходится решать численно, так как в выражение угла пролета по плазменной частоте  $\theta_q$  входит стартовый ток  $I_0$ . Результаты численного решения приведены на (рис. 3), они показывают, что величина стартового тока возрастает по сравнению с кинематическим случаем.

В работе была исследована модель двухкаскадного генератора на основе связанных пролетных клистронов. Развита линейная теория, позволяющая найти условия самовозбуждения в кинематическом приближении и с учетом пространственного заряда. Построены зоны генерации на плоскостях частота – напряжение, напряжение – ток. Учтено влияние сил пространственного заряда на стартовые характеристики генератора, численно найдены зоны генерации для двух- и трехрезонаторных связанных клистронов с учетом сил пространственного заряда.

*Работа поддержана грантом РФФИ, грант 14-02-31410.*

### Библиографический список

1. *Srivastava V.* // J. Phys.: Conf. Series. 2007. V. 114. N. 1. 012015
2. *Booske J.H.* // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. N. 5. 055502
3. *Booske J.H., Doobbs R.J., Joye C.D. et al.* // IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. 2011. V. 1. N. 1. P. 54-75.
4. *Shin Y.-M., So J.-K., Han S.-T., et al.* // 6th International Vacuum Electronics Conference IVEC 2005 Noordwijk, The Netherlands, 2005. P.151-152.
5. *Shin Y.-M., So J.-K., Han S.-T., et al.* // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. N. 9. 091916.

**Научные руководители:** Рыскин Н.М., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой Нелинейной Физики ФНП СГУ, Емельянов В.В., к.ф.-м.н.

## ПОЛИМЕРИЗАЦИЯ ГРАФЕНОВЫХ ЧЕШУЕК ВНУТРИ УГЛЕРОДНОЙ НАНОТРУБКИ

*Асанов К.Р., студент 4 курса физического факультета СГУ*

Границы области применения углеродных нанотрубок зависят главным образом от возможности модифицировать внутренние свойства трубок, внося изменения в их структуру. Поэтому поиск новых структурных модификаций углеродных нанотрубок и их практического применения – предмет многих научных исследований. Одним из эффективных способов модификации свойств углеродных нанотрубок является наполнение их внутренней полости различными молекулами. В частности, в качестве таких молекул могут быть использованы молекулы фуллеренов. Структуры, образующиеся в результате инкапсулирования фуллеренов в углеродную нанотрубку, получили название «наностручки».

Интерес к изучению наностручков обусловлен их уникальными возможностями. Ранее коллективом авторов было теоретически доказано, что внутри наностручков имеет место эффект димеризации и полимеризации миниатюрных фуллеренов в результате внешнего давления, оказываемого молекулой-челноком. Были получены энергетически устойчивые структуры димеров из фуллеренов  $C_{28}$  и  $C_{20}$  [1], а также структура олигомера из фуллеренов  $C_{28}$  [2]. Формирование описанных выше соединений осуществлялось с помощью оригинальной модели устройства наноавтоклава на основе наностручка.

В данной работе рассматривается возможность формирования устойчивого молекулярного соединения из двух графеновых чешуек внутри углеродной нанотрубки с помощью модели устройства наноавтоклава. Объектом исследования является углеродная наносистема, образованная нанотрубкой armchair диаметром  $13.8 \text{ \AA}$  и длиной  $37.7 \text{ \AA}$  с открытыми концами и двумя фуллеренами  $C_{60}$ , инкапсулированными внутрь трубки. Молекулы  $C_{60}$  располагались вблизи каждого из концов трубки, причем один из фуллеренов химическими связями соединялся со стенками нанотрубки. Внутри такой системы помещались две графеновые чешуйки из 24 атомов углерода каждая на расстоянии  $\sim 4.4 \text{ \AA}$  друг от друга и  $2.6 \text{ \AA}$  от фуллерена  $C_{60}$ , образовавшего химические связи с нанотрубкой. Расположенный с другого конца трубки свободный фуллерен  $C_{60}$  начинал свое движение вдоль оси  $Z$  тубуса по направлению к противоположному краю структуры. Моделирование процесса

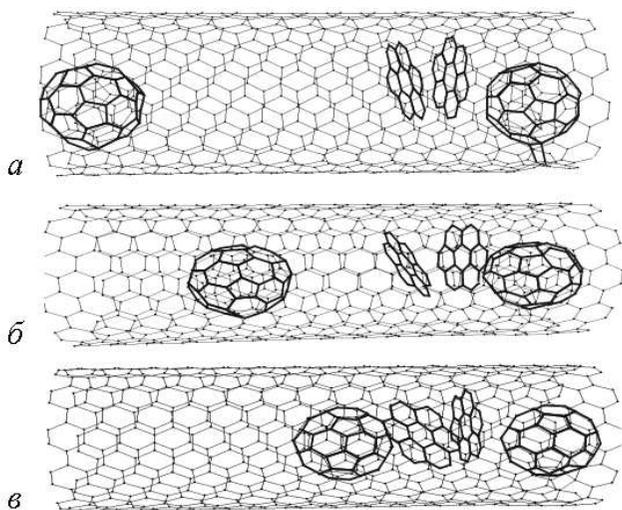


Рис. 1. Картина движения свободного фуллерена  $C_{60}$  вдоль оси  $Z$  нанотрубки навстречу графеновым чешуйкам в фиксированных точках траектории: *a* – исходное положение фуллерена; *б* – положение фуллерена после прохождения расстояния  $10 \text{ \AA}$ ; *в* – положение фуллерена после прохождения расстояния  $17 \text{ \AA}$

осуществлялось методом молекулярной динамики при температуре  $300 \text{ K}$ . На рис. 1 представлена картина движения фуллерена  $C_{60}$  вдоль оси трубки в фиксированных точках траектории в ходе численного моделирования.

Из рисунка видно, что по мере приближения свободного фуллерена к противоположному краю трубки графеновые чешуйки начинают изменять свое положение. Движущийся фуллерен  $C_{60}$  выступает в данном случае в качестве так называемой «молекулы-челнока», оказывающей давление на графеновые чешуйки. Под действием этого давления чешуйки начинают поворачиваться, сближаясь друг с другом. На каждом шаге поворота вычислялась энергия взаимодействия наночешуек, что позволило определить минимум энергии. Расчет энергии производился по формуле Леннарда-Джонса [1]:

$$E = \sum_{K=1}^N \frac{A}{\sigma^6} \left( \frac{1}{2} y_0^6 \frac{1}{(r_k/\sigma)^{12}} - \frac{1}{(r_k/\sigma)^6} \right), \quad (1)$$

где  $r_k$  – расстояние между атомами  $k$ -ой пары,  $N$  – число пар,  $\sigma = 1.42 \text{ \AA}$  – длина C–C связи,  $y_0 = 2.7$  и  $A = 24.3 \cdot 10^{-79} \text{ Дж} \cdot \text{м}^6$  – эмпирически подобранные параметры. Графики изменения энергии Ван-дер-Ваальса для графеновых чешуек в зависимости от угла поворота представлены на рис. 2.

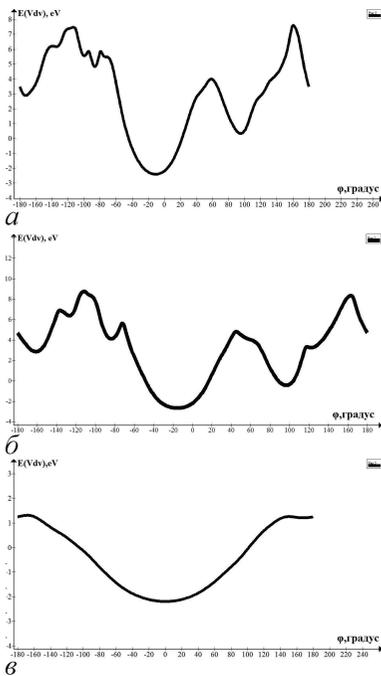


Рис. 2. Изменение энергии Ван-дер-Ваальса для графеновых чешуек в зависимости от угла поворота: *a* – вокруг оси *X*; *b* – вокруг оси *Y*; *v* – вокруг оси *Z*

ведение данной работы и ассистентам кафедры А.С. Колесниковой и М.М. Слепченкову.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (14-01-31429, 14-01-31508) и Президентской стипендии 2013-2016 (проект № СП-2302.2013.1).*

### Библиографический список

1. Glukhova O.E. Dimerization of miniature C20 and C28 fullerenes in nanoautoclave // Journal of Molecular Modeling. 2013. Vol. 17, I. 3. P. 573-576.
2. Glukhova O.E., Kolesnikova A.S., Slepchenkov M.M. Polymerization of miniature fullerenes in the cavity of nanotubes // Journal of Molecular Modeling 2013. Vol. 19, I. 3. P. 985-990.

**Научный руководитель:** Глухова О.Е., д.ф.-м.н., заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики физического факультета СГУ.

Из графиков видно, что в процессе поворота графеновых чешуек вокруг осей *X* и *Y* (рис. 2, *a* и 2, *b*) энергия их ван-дер-ваальсова взаимодействия меняется по нелинейному закону, в котором рост кривой сменяется ее спадом. При повороте вокруг оси *Z* изменение энергии носит более плавный характер.

В результате серии численных экспериментов по моделированию взаимодействия графеновых чешуек под действием давления, оказываемого на них молекулой свободного фуллера  $C_{60}$ , движущегося вдоль оси *Z* трубки, установлено, что при определенном давлении между чешуйками будет образовываться химическая связь. Нами показано, что величина такого давления, создаваемого молекулой  $C_{60}$ , составляет  $\sim 12$  Па.

Выражаю благодарность моему научному руководителю профессору О.Е. Глуховой за помощь в про-

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЯТИРЕЗОНАТОРНОГО КЛИСТРОНА С ОДНО- И ДВУХЗАЗОРНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ

*Гиревой Р.А., студент 2 курса магистратуры ФНП СГУ*

Исследование нелинейных нестационарных процессов в различных приборах сверхвысокочастотной электроники остается одной из важных проблем радиофизики. Очевидное фундаментальное и прикладное значение имеют такие задачи как изучение паразитного самовозбуждения усилителей, генерация хаотических колебаний, усиление многочастотных сигналов и коротких импульсов, и др. Моделирование подобных процессов в приборах на основе пролетных клистронов особенно актуально, например, для задач усиления и искажения сигналов со сложным спектральным составом, что представляет очевидный интерес для телекоммуникационных и радиолокационных систем [1]. В данной работе изучаются основные закономерности усиления гармонического и полигармонического сигналов в пятирезонаторном пролетном клистроне с одно- и двухззорными объемными резонаторами.

Параметры исследуемого клистрона были выбраны близкими к параметрам клистрона, исследовавшегося экспериментально в работе [2]. Рассматривался случай с одно-и двухззорными объемными резонаторами. Для обеспечения одинакового значения коэффициента электронного взаимодействия ширина зазоров одноззорных резонаторов выбиралась равной  $d_1 = 2d_2$ , где  $d_2$  – ширина двухззорных резонаторов. Численное моделирование усиления многочастотных сигналов проводилось с использованием программы [3], основанной на нестационарной теории возбуждения резонаторов Л.А. Вайнштейна и метода «частиц в ячейке» для моделирования динамики электронного пучка.

На рис. 1 изображены амплитудные характеристики пятирезонаторного клистрона для случаев одно-

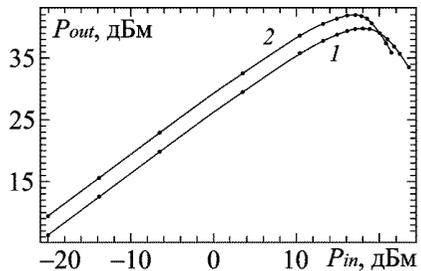


Рис. 1. Амплитудные характеристики пятирезонаторного клистрона в режиме усиления одночастотного сигнала. Кривая 1 – клистрон с одноззорными резонаторами, кривая 2 – клистрон с двухззорными резонаторами

зорного и двухззорного резонаторов в режиме усиления одночастотного сигнала ( $f_{in} = 2790$ ). Видно, что коэффициент усиления и выходная мощность в режиме насыщения у клистрона с двухззорными резонаторами (кривая 2) больше. Таким образом, использование двухззорных резонаторов позволяет добиться большего коэффициента усиления и выходной мощности в режиме насыщения.

На рис. 2 представлены графики зависимости коэффициента усиления от частоты входного сигнала для клистрона с одноззорными (кривая 1) и двухззорными (кривая 2) резонаторами. Мощность входного сигнала соответствует линейному режиму усиления и равна  $P_{in} = 10$  мкВт. Как можно заключить из рис. 2, для клистрона с одноззорными резонаторами (кривая 1) ширина полосы усиления, определяемая по уровню  $-3$  дБ, равна 12 МГц. Для клистрона с двухззорными резонаторами (кривая 2), АЧХ является сильно не равномерной, вблизи собственной частоты второго резонатора  $f_2 = 2785$  МГц имеется ярко выраженный скачок коэффициента усиления. В результате ширина полосы усиления по уровню  $-3$  дБ для клистрона с двухззорными резонаторами значительно меньше по сравнению с клистроном с одноззорными резонаторами.

Подавить скачок коэффициента усиления на частоте  $f_2$  и обеспечить достаточно равномерную АЧХ клистрона удастся, уменьшая добротность второго резонатора. Соответствующие зависимости коэффициента усиления, построенные при различных значениях добротности второго резонатора, приведены на рис. 3. Видно, что при снижении добротности до значения  $Q_2 = 320$  АЧХ становится достаточно равномерной, и ширина полосы

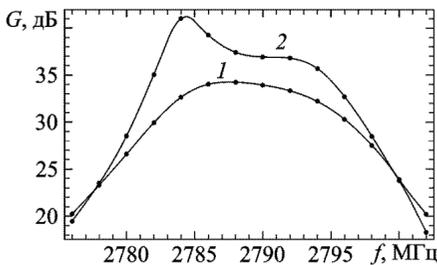


Рис. 2. Зависимости коэффициентов усиления от частоты входного сигнала, построенные в линейном режиме усиления. Кривая 1 — клистрон с одноззорными резонаторами, кривая 2 — клистрон с двухззорными резонаторами

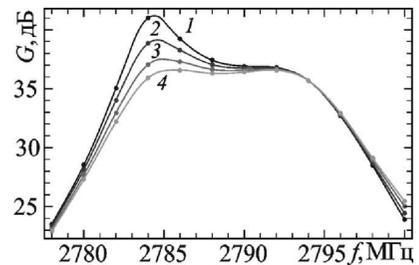


Рис. 3. Зависимости коэффициента усиления клистрона с двухззорными резонаторами от частоты входного сигнала, при различных значениях добротности второго резонатора:  $Q_2 = 460$  (кривая 1),  $Q_2 = 400$  (кривая 2),  $Q_2 = 350$  (кривая 3),  $Q_2 = 320$  (кривая 4)

становится равной 12 МГц, т.е. такой же, как и в случае клистрона с однозональными резонаторами. Максимальный коэффициент усиления при этом оказывается выше на 2 дБ по сравнению с клистроном с однозональными резонаторами.

Таким образом, использование клистронов с двухзональными объемными резонаторами позволяет достичь большего коэффициента усиления при сохранении ширины полосы усиливаемых частот.

Рассмотрим задачу об усилении многочастотных сигналов. Данная задача имеет практический интерес, поскольку при применении клистронов в системах связи необходимо обеспечить приемлемый уровень интермодуляционных искажений. Данной тематике посвящено много работ, в которых были предложены различные способы снижения уровня интермодуляционных составляющих.

Следуя работе [4], построим амплитудные характеристики в многочастотном режиме. Отметим, что мощности всех спектральных составляющих входного сигнала во всех расчетах принимались равными. Частоты входных сигналов выбирались таким образом, чтобы отстройка ближайших составляющих равнялась 3 МГц.

На рис. 4 приведены амплитудные характеристики в многочастотном режиме для клистрона с однозональными резонаторами при различном числе усиливаемых сигналов. Кривая 1 соответствует одночастотному режиму, частота входного сигнала  $f_1 = 2790$  МГц. Кривая 2 соответствует двухчастотному режиму ( $f_1 = 2788$ ,  $f_2 = 2791$ ). Суммарная выходная мощность насыщения достигает  $P_{II} = 25$  Вт при суммарной входной мощности  $P_{II}^{BX} = 32.5$  мВт. Видно, что выходная мощность насыщения в данном режиме составляет около 70% от мощности насыщения в одночастотном режиме. Кривая 3 соответствует трехчастотному режиму ( $f_1 = 2785$ ,  $f_2 = 2788$ ,  $f_3 = 2791$ ), насыщение наступает при  $P_{III}^{BX} = 31$  мВт, при этом  $P_{III} = 23$  Вт, что соответствует 50% от мощности насыщения в одночастотном режиме. Аналогичные зависимости наблюдаются и в случае усиления многочастотных сигналов в клистроном с двухзональными резонаторами (рис. 5). Частоты входных сигналов выбирались

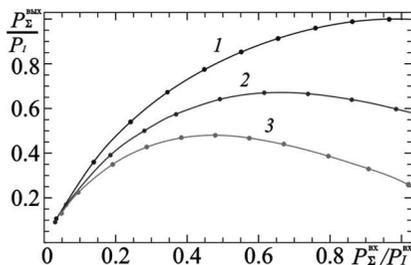


Рис. 4. Амплитудные характеристики для клистрона с однозональными резонаторами, рассчитанные в режиме усиления многочастотных сигналов. Одночастотный сигнал (кривая 1), двухчастотный сигнал (кривая 2), трехчастотный сигнал (кривая 3)

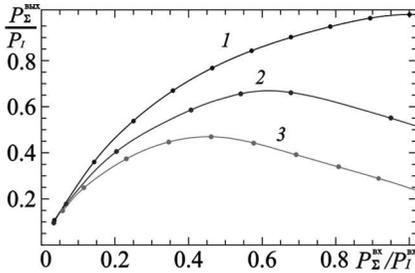


Рис. 5. Амплитудные характеристики для клистрона с двухзональными резонаторами, рассчитанные в режиме усиления многочастотных сигналов. Одночастотный сигнал (кривая 1), двухчастотный сигнал (кривая 2), трехчастотный сигнал (кривая 3)

такими же, как и для случая клистрона с однозональными резонаторами. В случае усиления двухчастотного сигнала (рис. 5, кривая 2) суммарная выходная мощность составляет  $P_{II}=42$  (что соответствует приблизительно 70% от мощности насыщения в одночастотном режиме) при мощности входного сигнала  $P_{II}^{\text{вх}} = 29.5$  мВт. В режиме усиления трехчастотного сигнала (рис. 5, кривая 3) насыщение наступает при суммарной входной мощности  $P_{III}^{\text{вх}} = 26$  мВт, суммарная выходная мощность при этом составляет  $P_{III} = 37$ .

Отметим, что полученные результаты достаточно хорошо согласуются с представленными в работе [4] формулами для мощностей входного и выходного сигнала в режиме насыщения.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-02-31410.*

### Библиографический список

1. Calame J.P., Levush V. Impact of nonlinear memory effects on digital communications in a klystron // IEEE Trans. Electron Devices. 2009. Vol. 56, No. 5. P. 855–863.
2. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Рыскин Н.М., Шигаев А.М. Теоретическое и экспериментальное исследование хаотических колебаний клистронного автогенератора с запаздыванием // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 5. С. 604–610.
3. Емельянов В.В., Рыскин Н.М. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 201261108. 24 января 2012 г.
4. Якушкин Е.П. Особенности работы усилительных клистронов в многочастотных режимах // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. 1988. Т. 31, № 10. С. 46–49.

**Научные руководители:** Рыскин Н.М., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой нелинейной физики СГУ; Емельянов В.В., к.ф.-м.н.

## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛОСКОСЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ С МЕТАМАТЕРИАЛОМ

*Шихматова В.В., магистратура ФНП СГУ, 2 курс*

В настоящее время в электродинамике широкое применение получили волноведущие системы, выполненные из многослойных диэлектрических структур. Меняя параметры слоев, например, толщину и количество, можно легко управлять характеристиками распространяющихся волн. При исследовании слоистых структур часто используется метод матрицы передачи, однако в некоторых ситуациях он оказывается численно неустойчивым. По этой причине в настоящей работе для анализа собственных волн в многослойных структурах используется метод точных конечных разностей (МТКР) [1,2]. Необходимым условием применения МТКР является постоянство диэлектрической и магнитной проницаемостей в пределах слоя.

Рассмотрим открытую слоистую систему, состоящую из  $N$  плоских слоев, причем крайние слои являются полубесконечными. Будем рассматривать случай  $TE$ -волн, для  $TM$ -волн все выкладки аналогичны. В пределах каждого слоя для  $E_y$ -компоненты поля выполняется уравнение

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} + \kappa_i^2 E_y(x) = 0, \quad (1)$$

где  $\kappa_i^2 = -\gamma_i^2 = k^2 \varepsilon_i \mu_i - \beta^2$  – поперечное волновое число в  $i$ -ом слое,  $\varepsilon_i$ ,  $\mu_i$  – его относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости. Решение уравнения (1) в пределах этого слоя записывается в виде

$$E_y(x) = E_{i-1} F_i(x) + E_i G_i(x), \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad (2)$$

где  $E_i$  – значение поля на  $i$ -ой границе раздела, функции  $F_i(x)$  и  $G_i(x)$  – точные решения уравнения (1), удовлетворяющие следующим условиям:

$$F_i(x_{i-1}) = 1, \quad F_i(x_i) = 0, \quad G_i(x_{i-1}) = 0, \quad G_i(x_i) = 1. \quad (3)$$

Явные выражения для этих функций легко построить в виде суперпозиции функций  $\sin(\kappa_i x)$  и  $\cos(\kappa_i x)$ . В крайних слоях системы решения имеют вид

$$E_y = E_1 \exp[\gamma_1(x - x_1)], \quad x < x_1, \quad E_y = E_{N-1} \exp[-\gamma_{N-1}(x - x_{N-1})], \quad x_{N-1} < x. \quad (4)$$

Представление поля с помощью уравнений (2)–(4), обеспечивает автоматическое выполнение условий непрерывности функции  $E_y(x)$  на границах между слоями. Кроме этого, непрерывной должна быть компонента поля  $H_z \sim \mu^{-1} dE_y/dx$ . Записывая последнее условие для всех границ раздела, получаем систему линейных однородных уравнений порядка  $N - 1$  для величин  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_{N-1}$  с трехдиагональной матрицей коэффициентов  $M$ . Условие совместности линейной системы  $\det M(\omega, \beta) = 0$  является дисперсионным уравнением для волн в слоистой среде. При заданном значении частоты  $\omega$  необходимо найти такие значения продольного волнового числа  $\beta$ , для которых выполняется дисперсионное уравнение. Возможно и обратная последовательность вычислений, когда задается продольное волновое число, а рассчитываются значения частоты. В обоих случаях эти процедуры осуществляются численно.

Изложенный алгоритм реализован на языке программирования компьютерной системы «Mathematica» в виде программы, позволяющей рассчитывать дисперсионные характеристики волны и поля собственных и вытекающих волн, распространяющихся в открытой слоистой волноведущей системе с произвольным числом слоев. Программа была использована для исследования различных слоистых структур, в том числе, содержащих слой метаматериала (ММ).

В качестве первого примера исследовалась симметричная пятислойная система с сердцевинной из ММ ( $\varepsilon_1 = -0.151$ ,  $\mu_1 = -9$ ), толщина слоя 1.6 мкм. По обе стороны центральный слой окружен слоями диэлектрика толщиной 1 мкм и параметрами  $\varepsilon_2 = 2$ ,  $\mu_2 = 1$ , вся структура находится в вакууме. Длина волны  $\lambda = 0.6283$  мкм. Проницаемости слоев выбраны таким образом, чтобы в системе могли существовать поверхностные моды, на границе между ММ и обычным диэлектриком, для этого должны выполняться условия  $1 < n_{eff}^2 = (\beta/k)^2 < \varepsilon_2 \mu_2$ ,  $n_{eff}^2 > \varepsilon_1 \mu_1$ .

Для поиска начального приближения корня дисперсионного уравнения строилась зависимость величины  $\lg(|\det M|)$  как функции  $n_{eff}$ -замедления волны в системе (см. рис. 1, а). На графике видны три пика, идущих вниз, каждый из которых соответствует группе собственных волн, существующих в системе при данном значении замедления. Более детальный расчет этой зависимости показывает, что каждый пик соответствует двум собственным волнам, распределения полей для которых в поперечном сечении волновода симметрично и антисимметрично относительно плоскости  $x = 0$ . Распределения полей  $E_y(x)$  для двух пар таких мод показаны на рис. 2. На графиках сплошная и пунктирная линии соответствуют симмет-

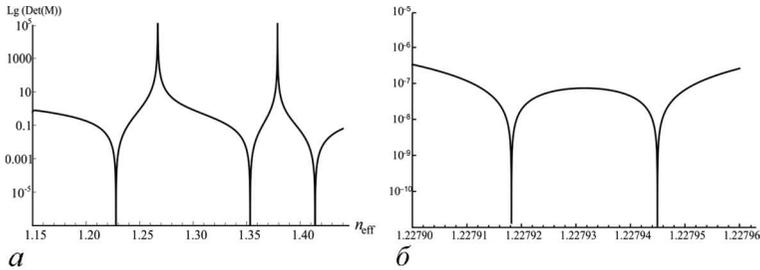


Рис. 1. *a* – Зависимость детерминанта матрицы  $M$  от эффективного показателя преломления для пятислойной системы; *b* – увеличенный фрагмент рисунка *a* в окрестности левого минимума

ричной и асимметричной модам. На рис. 2, *a* отчетливо видно, что поле быстро нарастает и спадает вблизи границ слоя ММ.

В пятислойной системе с сердцевиной из ММ могут также распространяться моды, поле которых в пределах центрального слоя осциллирует. Для существования таких волн необходимо выполнение соотношений  $\epsilon_1\mu_1 > \epsilon_2\mu_2 > n_{eff}^2 > \epsilon_3\mu_3$ . Параметры системы следующие: толщина слоя из ММ 2 мкм и проницаемости  $\epsilon_1 = -10.0063$ ,  $\mu_1 = -0.2$ , по его сторонам расположены два слоя толщиной 0.25 мкм и параметрами  $\epsilon_2 = 2$ ,  $\mu_2 = 1$ , затем еще два полубесконечных слоя, у которых  $\epsilon_3 = 0.5$ ,  $\mu_3 = 3$ ,  $\lambda = 0.2224$  мкм. Поля осциллирующих в центральном слое мод приведены на рис. 3.

Результаты расчетов поверхностных и осциллирующих мод в пяти-слойной структуре из ММ полностью согласуются с результатами решения дисперсионного уравнения, полученного для этой системы в [3].

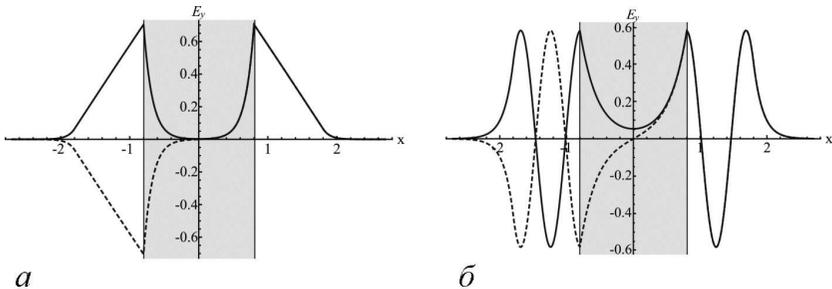


Рис. 2. Распределение поля в поперечной плоскости волновода. *a*)  $n_{eff} = 1.414$ , *b*)  $n_{eff} = 1.227$ ; серым цветом показано положение слоя метаматериала

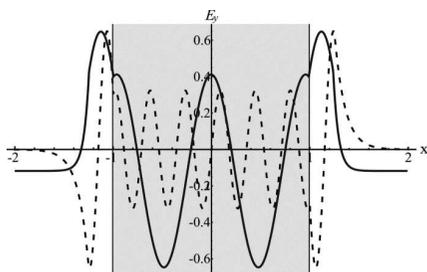


Рис. 3. Поперечная структура собственных мод в пятислойном волноводе:  $n_{eff} = 1.39585$  (сплошная линия), и  $1.26937$  (пунктир)

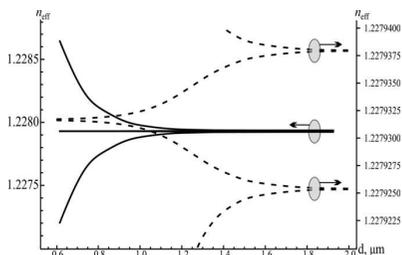


Рис. 4. Зависимости  $n_{eff}(d)$  для собственных мод двух связанных волноводов

Рассмотрим более сложную структуру – два связанных волновода на основе пятислойной структуры. Толщины и проницаемости слоев такие же, как в первом примере, но считается, что между двумя экранированными диэлектриком слоями из ММ расположен буферный слой вакуума, толщиной  $d$ . Ограничимся рассмотрением поверхностных мод. Зависимость  $\lg(|\det M|)$  от  $n_{eff}$  в крупном масштабе качественно выглядит таким же образом, как на рис. 1, *a*, однако при расчетах с большим разрешением вблизи каждого минимума на этом графике наблюдается система из 4-х минимумов, что соответствует четырем собственным волнам. Поля этих мод при больших значениях параметра  $d$  приблизительно симметричны или антисимметричны относительно центральной плоскости каждого из связанных волноводов. Кроме этого, они точно симметричны или антисимметричны относительно центральной плоскости всей системы.

При уменьшении расстояния между волноводами поле каждого из них начинает существенно влиять на поле соседа, при этом приближительная симметрия поля собственных мод в пределах отдельного волновода нарушается все сильнее. Тем не менее, в целом поле каждой из мод обладает определенной симметрией относительно центральной плоскости системы. На рис. 4 сплошными линиями показаны зависимости  $n_{eff}(d)$ , отвечающие подобной перестройке мод. В увеличенном по вертикальной оси масштабе эти зависимости показаны на рис. 4 пунктиром. При увеличении расстояния  $d$  две дисперсионные кривые попарно сливаются, при этом из четырех волн получаются две пары вырожденных решений, что соответствует распространению волн в двух независимых друг от друга пятислойных волноводах, аналогичных структуре из первого примера.

*Работа поддержана грантом РФФИ № 13-02-00732.*

### **Библиографический список**

1. *Голант Е.И.* Новый подход к расчету вытекающих мод многослойных волноводных структур, основанный на точном методе точных конечных // Письма в ЖТФ, 2005. Т. 31. Вып.24, С. 81.
2. *Рожнев А.Г.* Устойчивый метод расчета слоистых диэлектрических и металлodieлектрических структур с круглым поперечным сечением// Письма в ЖТФ, 2009. Том 35. Вып.6, С. 63.
3. *He Y., Zhang J., Li Ch.* Guided modes in a symmetric five-layer left-handed waveguide // JOSA B, 2008. Vol. 25, № 12. P. 2081-2091

**Научный руководитель:** *Рожнев А.Г.*, доцент, СГУ имени Н.Г. Чернышевского.

## СТАБИЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ ГЕНЕРАТОРА ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ ОТРАЖЕНИЕМ ОТ НАГРУЗКИ

*Тышкун А.В., студентка 3 курса ФНП СГУ*

В настоящее время большой интерес представляют гиротроны, работающие в непрерывном режиме. Это мощные гиротроны, применяемые в установках нагрева плазмы, также маломощные субмиллиметровые гиротроны, применяемые для ЯМР-спектроскопии с динамической поляризацией ядер (DNP). Такой источник должен обеспечивать стабильный сигнал с плавной перестройкой частоты и умеренной мощностью в десятки ватт. Одним из возможных способов стабилизации частоты является воздействие сигналом, отраженным от нагрузки. Для гиротронов, в отличие от многих микроволновых и оптических генераторов, подобный способ ранее не применялся. Отметим, что характер влияния отражений зависит как от амплитуды отраженного сигнала, так и от фазы, определяемой временем распространения сигнала от резонатора гиротрона к выходному окну. Следовательно, в СВЧ диапазоне необходимо учитывать эффекты запаздывания отраженного сигнала, т.к. расстояние от генератора до нагрузки может быть много больше длины волны.

В процессе работы частота генератора может изменяться. Например, за счет разогрева резонатора изменяются его геометрические размеры. В работе [1] была получена экспериментальная зависимость смещения частоты от времени, на которой в определенные моменты времени видны горизонтальные «полочки», которые, как считается, обусловлены влиянием отражений.

Будем исходить из известных уравнений квазилинейной теории гиротрона [2]. В рамках этой теории гиротрон может быть описан следующим уравнением

$$\dot{A} + i\Delta A = \left( \lambda - (1 + i\beta) |A|^2 \right) A + \rho e^{-i\psi} A(t - \tau). \quad (1)$$

Здесь  $A$  – медленно меняющаяся амплитуда,  $\Delta$  – частотная расстройка,  $\lambda$  – параметр возбуждения генератора,  $\beta$  – параметр неизохронности. Последнее слагаемое описывает эффекты отраженного от нагрузки сигнала [3,4],  $\rho \exp(-i\psi)$  – нормированный комплексный параметр отражений,

$\tau = 2l/c$  – безразмерное время запаздывания,  $\psi = \omega_0\tau$  – набег фазы сигнала, распространяющегося от генератора к нагрузке и обратно.

Отыскивая решения в виде одночастотных колебаний, можно получить выражения, определяющие частоту и амплитуду генерации:

$$\Delta = \omega + \beta |A_0|^2 + \rho \sin(\omega\tau + \psi), \tag{2}$$

$$|A_0|^2 = \lambda + \rho \cos(\omega\tau + \psi). \tag{3}$$

Исключая из амплитуду колебаний с помощью , получаем

$$\Delta = \omega + \beta (\sigma + \rho \cos(\omega\tau + \psi)) + \rho \sin(\omega\tau + \psi). \tag{4}$$

Если отражения отсутствуют, сдвиг частоты пропорционален расстройке. При наличии отражений наклон кривой  $\omega(\Delta)$  на устойчивых участках этой зависимости уменьшается (рис. 1, а), что свидетельствует о стабилизации частоты.

Оценим коэффициент стабилизации, под которым будем понимать значение производной  $d\omega/d\Delta$  в точках, в которых  $\cos(\omega\tau + \psi) = 1$ , т.е. они расположены в середине устойчивых участков. Дифференцируя , получаем

$$\frac{d\Delta}{d\omega} = 1 - \beta\rho\tau \sin(\omega\tau + \psi) + \rho\tau \cos(\omega\tau + \psi). \tag{5}$$

Отсюда находим коэффициент стабилизации

$$K_\omega = \left( \frac{d\omega}{d\Delta} \right)_{\omega_{st}} = \frac{1}{1 + \rho\tau}, \tag{6}$$

где  $\omega_{st}$  – частота, на которой происходит стабилизация.

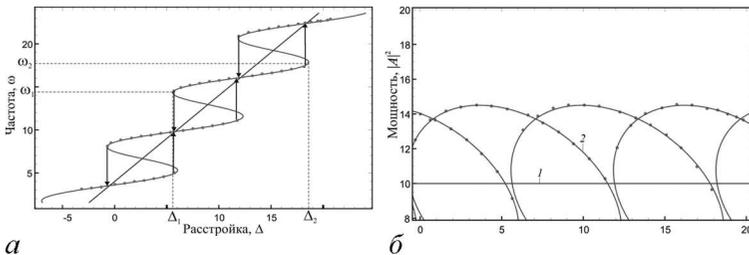


Рис. 1. Зависимости частоты (а) и мощности (б) от расстройки при  $\lambda = 10$ ;  $\rho = 0$  (1), 4.5 (2);  $\tau = 1$ ;  $\psi = 3\pi$ ;  $\beta = 0.4$

С учетом определения безразмерных параметров  $\rho = \Gamma/Q_{ext}I_s$ ,  $\tau = \omega_0 I_s 2l/c$  [3] выражение примет вид

$$K_\omega = \frac{1}{1 + \frac{2\omega_0 l}{c} \frac{\Gamma}{Q_{ext}}} \quad (7)$$

Здесь  $Q_{ext}$  – «внешняя» добротность, вносимая нагрузкой.

Теперь оценим ширину полосы стабилизации, под которой будем понимать величину  $\Delta_2 - \Delta_1$  (рис. 1, *a*). Вычислить эти значения аналитически не удастся. Однако в качестве оценки можно взять значения, в которых смыкаются две соседние ветви зависимости  $\omega(\Delta)$ , т.е. в которых производная  $d\Delta/d\omega = 0$ . Если для простоты отбросить в слагаемое, отвечающее за неизохронность, получим, что  $\cos(\omega\tau + \psi) = 1/\rho\tau$ , откуда находим значения частоты, приближенно соответствующие границам полосы стабилизации:

$$\begin{aligned} \omega_1 &\approx \frac{2\pi n + \arccos(1/\rho\tau) - \psi}{\tau}, \\ \omega_2 &\approx \frac{2\pi n + \pi - \arccos(1/\rho\tau) - \psi}{\tau}. \end{aligned} \quad (8)$$

Разные значения  $n$  соответствуют различным ветвям зависимости  $\omega(\Delta)$ .

Подставим эти выражения в и найдем соответствующие значения расстройки

$$\Delta_{1,2} \approx \omega_{1,2} \pm \rho \sqrt{1 - \frac{1}{\rho^2 \tau^2}} \quad (9)$$

и ширину полосы стабилизации

$$\begin{aligned} \Delta_2 - \Delta_1 &\approx \frac{\pi - 2 \arccos(1/\rho\tau)}{\tau} + 2\rho \sqrt{1 - \frac{1}{\rho^2 \tau^2}} = \\ &= \frac{1}{\tau} (\pi - 2 \arccos(1/\rho\tau) + 2\sqrt{\rho^2 \tau^2 - 1}). \end{aligned} \quad (10)$$

Эта оценка работает тем лучше, чем больше значение величины  $\rho\tau$ .

Было проведено численное моделирование для гиротрона, параметры которого приведены в [5], при различных значениях частотной расстройки. Результаты моделирования приведены на рис. 1. Линиями на рисунках обозначены теоретические зависимости частоты и мощности от расстройки, точками – результаты численного моделирования.

Результаты численного моделирования хорошо согласуются с теорией, а также показывают, какие стационарные состояния устойчивы, а какие – неустойчивы.

Неустойчивыми являются не только ветви с отрицательным наклоном, но и положения вблизи соединения двух ветвей. Переход между устойчивыми состояниями на разных частотах происходит скачкообразно и сопровождается гистерезисом. Направления переходов показаны стрелками на рис. 1, а. Эти результаты хорошо согласуются с анализом устойчивости стационарных состояний, представленным в [4].

Таким образом, в настоящей работе была изучена стабилизация частоты отраженным от нагрузки сигналом для гиротрона, описанного в работе [5]. Выведены зависимости для частоты и величины, пропорциональной мощности, от частотной расстройки, а так же было получено соотношение для коэффициента стабилизации частоты.

### Библиографический список

1. *Kasperek W., Petelin M.I., Shchegolkov D.Y., et al.* A fast switch, combiner and narrow-band filter for high-power millimetre wave beams // Nucl. Fusion. 2008. Vol. 48, 054010.
2. *Nusinovich G.S.* Mode interaction in gyrodevices // Int. J. Electron., vol. 51, no. 4, pp. 457-474, 1981.
3. *Chumakova M.M., Usacheva S.A., Glyavin M.Y., Novozhilova Y.V., Ryskin N.M.* Mode competition in a two-mode gyrotron with delayed reflection // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. Vol. 42, No. 8. P. 2030–2036.
4. *Новожилова Ю.В., Рыскин Н.М., Усачева С.А.* Нестационарные процессы в генераторе с запаздывающим отражением от нагрузки // ЖТФ. 2011. Т. 81, вып. 9. С. 16–22.
5. *Глявин М.Ю., Лучинин А.Г., Мануилов В.Н. и др.* Разработка мощного импульсного субтерагерцового гиротрона для дистанционного обнаружения источников ионизирующего излучения // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, №. 8–9. С. 666–675.

**Научный руководитель:** *Рыскин Н.М.*, д.ф.-м.н., зав. кафедрой нелинейной физики.

## ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЙ НА ДИНАМИКУ ПРОСТЫХ МОДЕЛЕЙ МНОГОМОДОВОГО ГИРОТРОНА

*Мельникова М.М., аспирант ФНП СГУ*

В настоящий момент особый интерес представляют гиротроны, способные работать в длинно-импульсном режиме. Такие гиротроны планируют использовать для нагрева и удержания плазмы в установках для проекта ITER, для ЯМР-спектроскопии с динамической поляризацией ядер (DNP), а также для ряда других инженерно-технических задач. Гиротроны для этих приложений должны обеспечивать высокую стабильность частоты и мощности генерируемого сигнала. Известно, что большое влияние на динамику гиротрона (и других резонансных СВЧ генераторов) оказывает воздействие сигнала, отраженного от нагрузки. Проблеме влияния отражений от удаленной нагрузки на спектр выходного сигнала гиротрона посвящено множество работ (см., например, [1,2]). Однако в большинстве из них проводится численное моделирование конкуренции мод для какого-либо конкретного прибора. В то же время, представляет интерес подробно исследовать общие закономерности влияния отражений методами теории колебаний на основе упрощенных моделей в виде систем взаимодействующих мод, а также исследовать эффект стабилизации частоты. В частности, в работе [3] такой анализ проводился для простейшей модели двух конкурирующих мод.

В данной работе рассмотрим более сложную трехмодовую модель гиротрона с квазиэквидистантным спектром мод. Анализ проводится на основе уравнений так называемой квазилинейной теории [4], которая позволяет описать процессы конкуренции мод в гиротроне, а также в ряде других резонансных генераторов. В рамках этой теории мощность взаимодействия электронного пучка с полем резонатора представляется в виде ряда по степеням медленно меняющихся амплитуд собственных мод. Поле резонатора представляется в виде суперпозиции собственных мод с медленно меняющимися амплитудами  $A_s(t)$ . В случае взаимодействия трех мод с эквидистантным спектром укороченные уравнения для амплитуд можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dt} &= (\sigma_1 - \beta_{11}|A_1|^2 - \beta_{12}|A_2|^2 - \beta_{13}|A_3|^2)A_1 - \gamma_1 A_2^* A_3^* + \rho_1 e^{-i\psi_1} A_1(t-\tau), \\ \frac{dA_2}{dt} &= q_1 [(\sigma_2 - \beta_{22}|A_2|^2 - \beta_{21}|A_1|^2 - \beta_{23}|A_3|^2)A_2 - \gamma_2 A_1 A_3 A_2^* + \rho_2 e^{-i\psi_2} A_2(t-\tau)], \\ \frac{dA_3}{dt} &= q_2 (\sigma_3 - \beta_{33}|A_3|^2 - \beta_{31}|A_1|^2 - \beta_{32}|A_2|^2)A_3 - \gamma_3 A_2^* A_1^* + \rho_3 e^{-i\psi_3} A_3(t-\tau). \end{aligned} \quad (1)$$

В уравнениях (1)  $\sigma_s = \alpha'_s - (2I_s Q_s)^{-1}$  – параметры возбуждения (здесь и далее  $s, s', s'' = 1, 2, 3$ ),  $I_s$  – безразмерные параметры тока,  $q_{s,s'} = I_{s',s''}/I_{s,s'}$ ,  $Q_s$  – добротности,  $t$  – безразмерное время, нормированное на величину  $\omega I_1$ ,  $\tau$  – время запаздывания. Комплексные коэффициенты  $\beta_{ss} = \beta'_{ss} + i\beta''_{ss}$ ,  $\beta_{ss',ss''} = \beta'_{ss',ss''} + i\beta''_{ss',ss''}$ ,  $\gamma_s = \gamma'_s + i\gamma''_s$  характеризуют соответственно эффекты нелинейного насыщения, межмодовое и фазовое взаимодействие (подробнее см. [4]). Последние слагаемые в правых частях (1) описывают влияние сигнала, отраженного от нагрузки (ср. [3]).

На рис. 1 представлены зависимости амплитуд мод от времени для системы (1), демонстрирующие влияние отражений.

Были выбраны параметры гиротрона с рабочей частотой 0.67 ТГц и мощностью 200–300 кВт [5]. С помощью программного пакета «GyrotronCavity» были получены распределения поля, частоты и добротности для двух рабочих собственных мод гиротрона. Результаты численного моделирования представлены на рис. 2, а для моды  $TE_{31,8}$  и на рис. 2, б для моды  $TE_{25,10}$ .

В программе реализованы три метода решения краевой задачи для уравнения неоднородной струны, определяющей собственные моды колебаний резонатора [6]: метод стрельбы, метод точных конечных разностей, полуаналитический метод, основанный на приближенных граничных условиях, предложенных в работе [7]. Программа позволяет рассчитывать собственные частоты, дифракционную и омическую добротности собственных

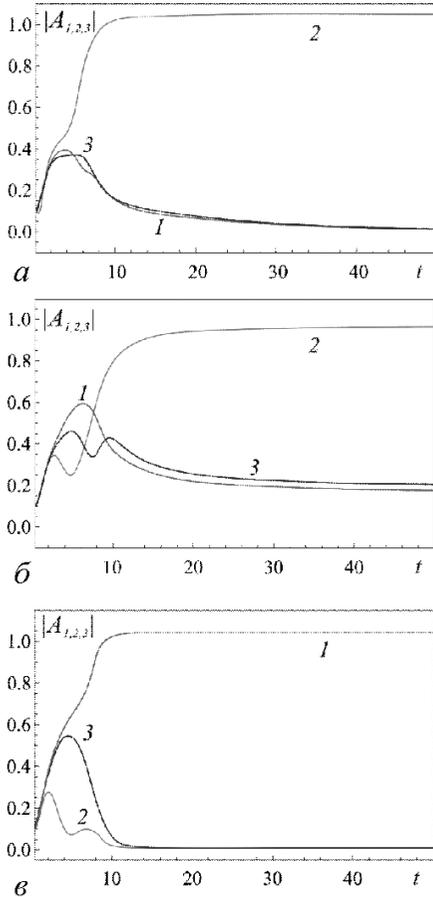


Рис. 1. Зависимости амплитуд мод от времени для различных типов режимов: а – режим генерации центральной моды ( $\rho_{1,2,3} = 0$ ); б – режим трехмодовой генерации ( $\rho_{1,3} = 0.1$ ,  $\rho_2 = 0$ ); в – Режим генерации боковой (первой) моды ( $\rho_{1,3} = 0.3$ ,  $\rho_2 = 0$ )

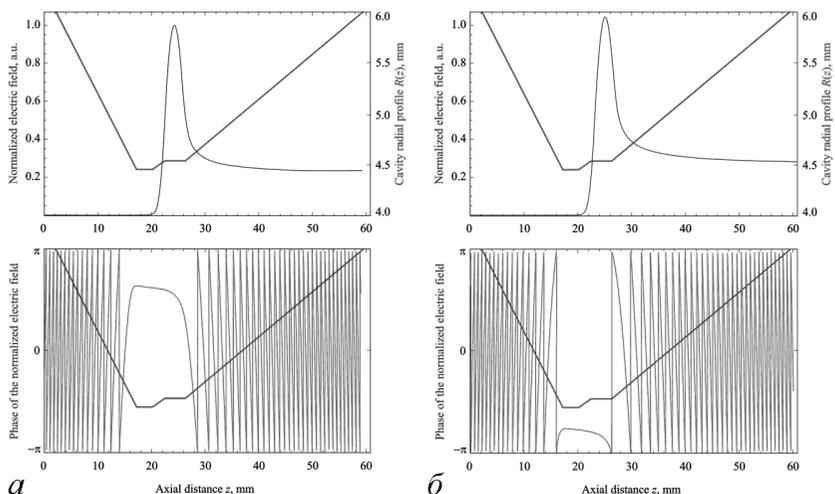


Рис. 2. Зависимости амплитуд мод и фаз от геометрии резонатора для различных типов мод: *a* –  $TE_{31,8}$ , *б* –  $TE_{25,10}$

мод, а также соответствующие им поля в резонаторе. Тип исследуемой моды (ТЕ- или ТМ-), а также геометрия гиротрона задаются пользователем.

Для моды  $TE_{31,8}$  получили следующие значения частоты и добротности:  $F = 670.747 \times 10^9$  ГГц,  $Q = 1959.12$  простым методом;  $F = 670.725 \times 10^9$  ГГц,  $Q = 1772.77$  методом конечных разностей;  $F = 670.747 \times 10^9$  ГГц,  $Q = 1948.85$  методом стрельбы.

Для моды  $TE_{25,10}$  получили следующие значения частоты и добротности:  $F = 666.042 \times 10^9$  ГГц,  $Q = 1930.42$  простым методом;  $F = 666.021 \times 10^9$  ГГц,  $Q = 1752.46$  методом конечных разностей;  $F = 666.043 \times 10^9$  ГГц,  $Q = 1924.16$  методом стрельбы.

Полученные результаты хорошо соотносятся с результатами расчетов собственных мод, полученными авторами [5].

### Библиографический список

1. *Antonsen T.M., Cai S.Y., Nusinovich G.S.* Effect of window reflection on gyrotron operation // *Phys. Fluids B.* 1992. Vol. 4, No. 12. P. 4131.
2. *Dumbrajs O., Glyavin M.Yu., Zapevalov V.E., Zavolsky N.A.* Influence of reflections on mode competitions in gyrotrons // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2000. Vol. 28, No. 3. P. 588.
3. *Chumakova M.M., Usacheva S.A., Glyavin M.Y., Novozhilova Y.V.,*

- Ryskin N.M.* Mode competition in a two-mode gyrotron with delayed reflection // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. Vol. 42, No. 8. P. 2030–2036.
4. *Нусинович Г.С.* Теория многомодового гиротрона // В сб. «Гиротрон». Горький: ИПФ АН СССР. 1981. С. 146.
  5. *Глявин М.Ю., Лучинин А.Г., Мануилов В.Н. и др.* Разработка мощного импульсного субтерагерцового гиротрона для дистанционного обнаружения источников ионизирующего излучения // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, №. 8–9. С. 666–675.
  6. *Власов С.Н., Жислин Г.М., Орлова И.М. и др.* Открытые резонаторы в виде волноводов переменного сечения // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т.12. № 8. С. 1236–1244.
  7. *Rozhnev A.* Boundary conditions in the theory of microwave electron devices with a diffraction energy output // J. Comm. Technol. Electronics. 2000. Vol. 45, P. S95–S101
  8. *Тышкун А.В.* Стабилизация частоты генератора запаздывающим отражением от нагрузки // Изв. вузов. Прикл. нелин. динамика. 2015. Сборник трудов конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых»–2014 С. ??(имеется в виду ссылка на работу в том же сборнике, куда данные тезисы направляются)

**Научный руководитель:** *Рыскин Н.М.*, д.ф.-м.н., зам. кафедры нелинейной физики ФНП СГУ.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СИНХРОНИЗАЦИИ МНОГОМОДОВОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

*Стародубова Е.Н., факультет нелинейных процессов СГУ*

В последнее время значительный интерес привлекает проблема управления спектром колебаний и повышения мощности генерации в современных СВЧ генераторах с пространственно-развитой колебательной системой. Также, актуальным в настоящее время является исследование внешнего воздействия на многочастотные генераторы, под действием которого может наблюдаться процесс переключения с одной частоты на другую. Однако до сих пор процессы переключения режимов мало изучены.

В частности, в [1] исследовалось переключение режимов в гиротроне под действием внешнего сигнала. В наших работах [2,3] была рассмотрена теория синхронизации простой модели двухмодового электронного мазера в случае, когда частоты двух конкурирующих мод достаточно удалены друг от друга и можно считать, что внешний сигнал воздействует только на одну из мод. Были исследованы такие интересные особенности нелинейных эффектов как асинхронное возбуждение/подавление и мультистабильность синхронных и асинхронных режимов в случае сильно связанных мод.

Однако, как правило, в приборах со сверхразмерными резонаторами приходится иметь дело с конкуренцией мод с близкими частотами. Подобная ситуация исследуется в данной работе, где рассматривается модель неавтономного генератора с двумя степенями свободы в случае, когда разность частот конкурирующих мод гораздо меньше, чем ширина зоны самовозбуждения. При этом следует учитывать воздействие внешнего сигнала на обе моды.

Пользуясь известным аппаратом квазилинейной теории гиротрона [4], для данной модели получили уравнения

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 - i(\Omega - \Delta) A_1 - \left( \sigma_1 - \beta |A_1|^2 - 2\beta |A_2|^2 \right) A_1 &= f, \\ \dot{A}_2 - i(\Omega + \Delta) A_2 - \left( \sigma_2 - \beta |A_2|^2 - 2\beta |A_1|^2 \right) A_2 &= f. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $A_{1,2}$  – комплексные амплитуды мод,  $\Delta$  – разность собственных частот двух мод ( $\Delta \propto \omega_2 - \omega_1$ ),  $f$  – амплитуда внешнего воздействия,

$\Omega$  – расстройка между средней частотой  $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$  и частотой внешнего сигнала,  $\sigma_{1,2}$  – параметры возбуждения соответствующих мод,  $\beta = \beta' + i\beta''$  – коэффициенты нелинейного насыщения (которые для простоты полагаем одинаковыми для обеих мод).

Одной из основных целей исследования был анализ режимов устойчивости под внешним сигналом. Для этих целей использовалось свободно распространяемое программное обеспечение ХРРАУТ [5], которое позволяет выполнить анализ бифуркаций неподвижных точек динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ). Следует отметить, что результаты анализа точек бифуркаций и численного моделирования хорошо соответствуют друг другу.

На рис. 1 показаны резонансные кривые, т.е. зависимость амплитуды стационарных колебаний от расстройки между средней частотой и частотой внешнего воздействия ( $\Omega, |A_{1,2}|$ ). Непрерывной кривой и пунктиром отмечены соответственно области устойчивого и неустойчивого поведения. В широком диапазоне частот сосуществуют два устойчивых режима. В одном из них, амплитуда первой моды значительно превышает вторую и наоборот. С плавным изменением частоты возбуждения, наблюдаются жесткие переходы между двумя режимами. Эти жесткие переходы показаны на рис. 1 вертикальными стрелками. Для обоих режимов, переходы происходят в одних и тех же значениях, но в противоположных направлениях. Следует отметить, что переход происходит через гистерезис. Таким образом, синхронизация зависит от начальных условий.

Также было проведено численное моделирование системы (1), в результате которого на плоскости параметров ( $\Omega, f$ ) были построены линии различных бифуркаций (рис. 2). Эти линии, построенные с помощью пакета ХРРАУТ, показаны сплошными линиями, а границы областей синхронизации, найденные с помощью численного моделирования, показаны кружками. Результаты аналитического и численного моделирования хорошо согласуются между собой.

В результате численного и аналитического моделирования были

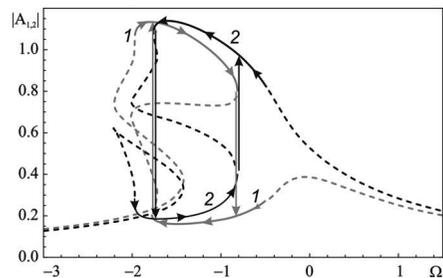


Рис. 1. Резонансные кривые для первой (1) и второй моды (2) при следующих параметрах  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ,  $\beta' = 1$ ,  $\beta'' = -1.27$ ,  $\Delta = 0.1$ ,  $f = 0.4$ . Области устойчивости и неустойчивости показаны прямой и пунктирной линией соответственно

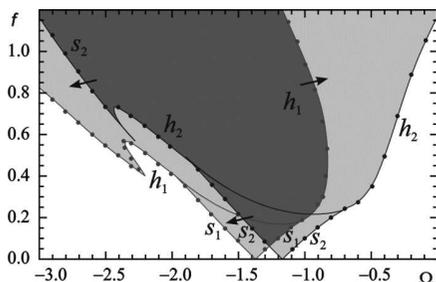


Рис. 2. Разбиение плоскости параметров  $(\Omega, f)$  на области различных режимов  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \beta' = 1, \beta'' = -1.27, \Delta = 0.1$ . Границы седло-узловой бифуркации и бифуркации Андронова–Хопфа для первой и второй моды показаны  $s_{1,2}$  и  $h_{1,2}$  соответственно. Темно-серым отмечена область перекрытия языков синхронизации. Светло-серым показана область синхронизации первой или второй моды в зависимости от начальных условий

выделены области синхронизации режимов с доминированием первой или второй моды. На рис. 2 стрелками показаны границы, при пересечении которых происходит жесткий переход с одной моды на другую. Вне областей синхронизации наблюдается режим биений (многочастотные квазипериодические колебания). Темно-серым отмечена область, где два языка синхронизации частично перекрывают друг друга. Светло-серым показана область синхронизации первой или второй моды в зависимости от начальных условий.

Итак, в зависимости от параметров, существуют два различных

сценария синхронизации. При небольшой расстройке между частотой возбуждения и собственной частотой захват частоты/фазы наблюдается через седло-узловую бифуркацию, что соответствует кривым  $s_{1,2}$  для первой и второй моды соответственно на рис. 2. При приближении к границе захвата частоты собственная частота моды становится ближе к частоте возбуждения. Период биений увеличивается и затем уходит на бесконечность. При большой расстройке частот наблюдается синхронизация через подавление. В этом случае переход к синхронному режиму происходит через бифуркацию Андронова–Хопфа. При приближении к границе синхронизации, показанной кривыми  $h_{1,2}$  наблюдается постепенное подавление спектральной компоненты, соответствующей собственной частоте.

Таким образом, в работе была разработана упрощенная модель, описывающая конкуренцию связанных мод, в случае, когда разность частот конкурирующих мод гораздо меньше, чем ширина зоны самовозбуждения. Для рассмотренной модели был исследован процесс переключения с одной частоты на другую при небольшом внешнем воздействии. Были выделены области синхронизации с доминированием первой и второй моды и режимы биений. Также для данной модели были рассмотрены переход к захвату частоты/фазы через седло-узловую бифуркацию и переход к синхронному режиму через бифуркацию Андронова–Хопфа.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-02-01798а).*

---

---

**Библиографический список**

1. *Nusinovich G.S., Sinityn O.V., Antonsen T.M.* // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 98, No. 20. 205101.
2. *Peregrodova E.N., Usacheva S.A., Ryskin N.M.* // Proc. 8th Int. Workshop «Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications». Nizh. Novgorod, 2011. P. 117.
3. *Перегородова Е.Н., Рыскин Н.М., Усачева С.А.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19, № 3. С. 154.
4. *Nusinovich G.S.* // Int. J. Electron. 1981. Vol. 51, No. 4. P. 457.
5. <http://www.math.pitt.edu/bard/xpp/xpp.html>

**Научный руководитель:** *Рыскин Н.М.*, д.ф.-м.н., проф., СГУ.

## УПРАВЛЕНИЕ ЗАПРЕЩЁННЫМИ ЗОНАМИ В СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ МАГНОННЫЙ КРИСТАЛЛ – СЕГНЕТОЭЛЕКТРИК – МАГНОННЫЙ КРИСТАЛЛ

*Матвеев О.В., аспирант ФНП СГУ*

Настоящая работа посвящена исследованию дисперсионных характеристик гибридных волн [1,2] в слоистой структуре, состоящей из двух магнотных кристаллов (МК) на основе ферромагнитной пленки (ФП), разделённых слоем сегнетоэлектрика (СЭ). Поведение дисперсионных характеристик в такой структуре будет определяться не только связью между прямой и встречной магнитостатической волной (МСВ) МК, что приводит к появлению запрещённых зон, но и связью между МСВ в электромагнитной волной (ЭМВ), что существенно расширяет возможности управления характеристиками запрещённых зон.

Исследуемая структура состоит из двух одномерных МК (МК 1 и МК 2) и слоя СЭ, как показано на рис. 1. Магнотный кристалл представляет собой ФП с намагниченностью насыщения  $M_0$ , на поверхности которой нанесены неоднородности в виде системы канавок. Толщина исходной пленки  $l_{1,2}$ , глубина канавки  $\Delta l_{1,2} = l_{1,2} - t_{1,2}$  (для МК 1 и МК 2, соответственно), ее ширина  $a_2 = L - a_1$ , период структуры  $L$ . Структура бесконечна в

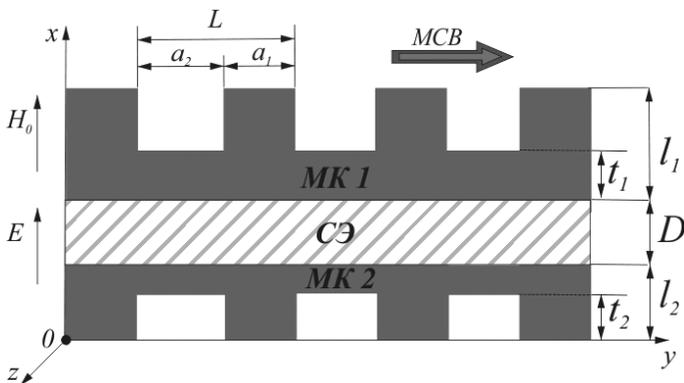


Рис. 1. Схема структуры: два одномерных МК и СЭ

направлении осей  $y$  и  $z$ . Внешнее магнитное поле  $H_0$  приложено перпендикулярно к поверхности пленки, таким образом, в ферромагнетике вдоль оси  $y$  будут распространяться прямые объемные МСВ. К слою СЭ толщиной  $D$  с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  приложено внешнее электрическое поле напряженности  $E$ .

Для данной структуры было получено дисперсионное соотношение в следующем виде:

$$\text{Det} \begin{bmatrix} \Omega_1(k_0, \omega) & \beta_1(k_0) & \chi(k_0) & 0 & \kappa_2(k_0) & \sigma_2(k_0) \\ \beta_1(-k_{-1}) & \Omega_1(k_{-1}, \omega) & 0 & \chi(-k_{-1}) & \sigma_2(-k_{-1}) & \kappa_2(-k_{-1}) \\ \chi_1(k_0) & \beta_1(k_0) & \Omega(k_0, \omega) & 0 & \chi_2(k_0) & \beta_2(k_0) \\ \beta_1(-k_{-1}) & \chi_1(-k_{-1}) & 0 & \Omega(k_{-1}, \omega) & \beta_2(-k_{-1}) & \chi_2(-k_{-1}) \\ \kappa_1(k_0) & \sigma_1(k_0) & \chi(k_0) & 0 & \Omega_2(k_0, \omega) & \beta_2(k_0) \\ \sigma_1(-k_{-1}) & \kappa_1(-k_{-1}) & 0 & \chi(-k_{-1}) & \beta_2(-k_{-1}) & \Omega_2(k_{-1}, \omega) \end{bmatrix} = 0. \quad (1)$$

Первая и вторая строки в (1) описывают прямую и встречную волны в МК 1, третья и четвертая строки описывают прямую и встречную волны в слое СЭ, пятая и шестая строки описывают прямую и встречную волны в МК 2. На главной диагонали стоят дисперсионные соотношения для несвязанных волн в изолированных слоях:  $\Omega_{1,2}(k_0, \omega)$  и  $\Omega_{1,2}(k_{-1}, \omega)$  для прямой и встречной МСВ, описываемые соотношением (1);  $\Omega(k_0, \omega)$  и  $\Omega(k_{-1}, \omega)$  для прямой и встречной ЭМВ, описываемые следующими соотношениями:

$$\Omega_{1,2}(k_0, k_{-1}) = \omega^2 - \omega_H^2 - \omega_H \omega_M \frac{kd_{1,2}}{2}$$

$$\Omega(k_0, k_{-1}) = \left( \frac{\chi}{k} + \text{tg} \left[ \frac{\chi D}{2} \right] \right) \left( \frac{\chi}{k} - \text{ctg} \left[ \frac{\chi D}{2} \right] \right),$$

где  $\chi = (\omega^2 \varepsilon) / c^2 - k^2$ .

Периодическая структура магнетонного кристалла представляется так, что его толщина является периодически меняющейся величиной, которая может быть представлена как [3]

$$d_{1,2} = d_{10,20} \left( 1 + \delta d_{1,2} \cos \left( \frac{2\pi}{L} y \right) \right),$$

где  $d_{10,20} = l_{1,2} + \frac{\Delta l_{1,2} a_1}{L}$  – эффективная толщина МК 1 и МК 2,  $\delta d_{1,2} = \frac{2\Delta l_{1,2}}{\pi d_{10,20}} \sin \left( \frac{\pi a_1}{L} \right)$ .

Недиагональные элементы в (1) описывают связь между указанными типами волн, а именно:

$$\begin{aligned} \chi_{СЭ}(k_{0,-1}) &= \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2 k_{0,-1}^2}, \\ \chi_{ФП1,2}(k_0) &= \frac{1}{2} \omega_H \omega_M d_{1,2} k_0, & \chi_{ФП1,2}(k_{-1}) &= -\frac{1}{2} \omega_H \omega_M d_{1,2} k_{-1}, \\ \beta_{1,2}(k_0) &= \frac{\delta d}{4} \omega_H \omega_M d_{1,2} \frac{k_{-1}^2}{k_0}, & \beta_{1,2}(k_{-1}) &= -\frac{\delta d}{4} \omega_H \omega_M d_{1,2} \frac{k_0^2}{k_{-1}}, \\ \kappa_{1,2}(k_0) &= \frac{K}{2} \omega_H \omega_M d_{1,2} k_0, & \kappa_{1,2}(k_{-1}) &= -\frac{K}{2} \omega_H \omega_M d_{1,2} k_{-1}, \\ \sigma_{1,2}(k_0) &= \frac{K \delta d_{1,2}}{4} \omega_H \omega_M d_{1,2} \frac{k_{-1}^2}{k_0}, & \sigma_{1,2}(k_{-1}) &= -\frac{K \delta d_{1,2}}{4} \omega_H \omega_M d_{1,2} \frac{k_0^2}{k_{-1}}. \end{aligned}$$

Рассмотрим дисперсионные характеристики ГЭМСВ в структуре МК-СЭ-МК. На рис. 2 сплошными темными кривыми показаны дисперсионные характеристики ГЭМСВ в структуре МК-СЭ-МК, рассчитанные по соотношению (1). Также на рис. 2 приведены дисперсионные характеристики следующих типов волн:

- прямой и встречной ЭМВ в СЭ в отсутствие связи между этими волнами (пунктирные линии),
- прямой и встречной МСВ в ФП 1 и ФП 2 (штриховые линии) в отсутствие связи между этими волнами.

В точках пересечения дисперсионных кривых волн в изолированных слоях будет выполняться условие фазового синхронизма и иметь место следующие взаимодействия:

- 1) взаимодействие прямой и встречной МСВ в ФП 1 (точка А), в результате образуется запрещенная зона, аналогичная зоне А в МК-МК (закрашенная область а на рис. 2);
- 2) взаимодействие прямой и встречной МСВ в ФП 2 (точка С), в результате образуется запрещенная зона, аналогичная зоне С в МК-МК (закрашенная область с на рис. 2);
- 3) взаимодействие прямой волны в ФП 1 и встречной волны в ФП 2 (точка В), образуется запрещенная зона, аналогичная зоне В в МК-МК (закрашенная область b на рис. 2);
- 4) взаимодействие прямой ЭМВ и прямой МСВ в ФП 1 (точка D), происходит гибридизация первого порядка и образование ГЭМСВ 1 (светлые кривые на рис. 2);

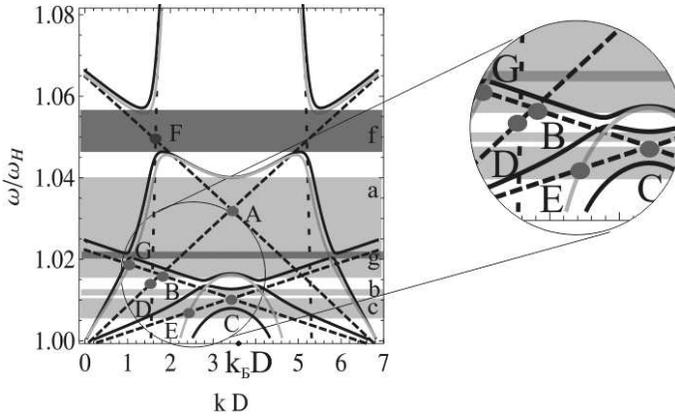


Рис. 2. Дисперсионная характеристика структуры МК-СЭ-МК с геометрией  $l_1 = 25 \cdot 10^{-4}$  см,  $t_1 = 5 \cdot 10^{-4}$  см,  $l_2 = 8 \cdot 10^{-4}$  см,  $t_2 = 4 \cdot 10^{-4}$  см,  $L = 275 \cdot 10^{-4}$  см,  $a_1 = 160 \cdot 10^{-4}$  см,  $D = 300 \cdot 10^{-4}$  см при значениях диэлектрической проницаемости  $\epsilon = 2000$  и постоянной составляющей внешнего магнитного поля  $H_0 = 2500$

- 5) взаимодействие прямой ЭМВ и встречной МСВ в ФП 1 (точка F) и образуется ГЭМСВ 1 (светлые кривые на рис. 2) и запрещённая зона первого порядка (закрашенная область f на рис. 2);
- 6) взаимодействие прямой МСВ в ФП 2 с ГЭМСВ 1 (точка E), происходит дополнительное расталкивание дисперсионных кривых, что отвечает гибридизации второго порядка. Расталкивание траекторий в случае взаимодействия прямых волн в точках D, E аналогично тому, что происходит в структуре ФП-СЭ-ФП.
- 7) взаимодействие встречной МСВ в ФП 2 с ГЭМСВ 1 (точка G), образуется запрещенная зона второго порядка (закрашенная область g на рис. 3).

При увеличении напряженности внешнего магнитного поля все запрещенные зоны сдвигаются вниз по частоте, причём зоны F и G существенно расширяются. Аналогичная динамика имеет место при увеличении напряженности электрического поля (диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ ).

Полученные результаты позволяют рассматривать исследуемую слоистую структуру МК-СЭ как систему с двойным управлением (магнитным и электрическим) характеристиками запрещённых зон (их количеством, центральной частотой и шириной запрещённых зон).

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 13-07-12409-офи-м, № 15-07-05901-а).*

**Библиографический список**

1. *Анфиногенов В.Б., Вербицкая Т.Н., Зильберман П.Е., Казаков Г.Т., Тихонов В.В.* // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12, вып. 8. С. 454.
2. *Устинов А.Б., Калинин Б.А.* // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, № 13. С. 58.
3. *Морозова М.А., Шараевский Ю.П., Шешукова С.Е.* // Изв. вузов «ПНД». 2010. Т. 18, № 5. С. 113.

**Научный руководитель:** *Морозова М.А.*, к.ф.-м. н., доцент кафедры нелинейной физики.

# НЕВЗАИМНЫЕ ЭФФЕКТЫ В СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ ФЕРРИТ-СЕГНЕТОЭЛЕКТРИК КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ КАК РЕЗУЛЬТАТ ГИБРИДИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

*Бубликов К.В., магистрант 2 курса ФНП СГУ  
Константинова М.А., студент 2 курса ФНБМТ СГУ*

Известно, что электромагнитные волны, распространяющиеся в направляющих структурах с гиротропными средами, обладают свойством невзаимности – зависимость волнового числа от направления распространения. Невзаимные свойства металлических волноводов, частично заполненных феррит-диэлектрическими слоями, изучены во множестве работ, напр. [1]. Однако, миниатюризация волноводов такого типа, переход к планарным технологиям изготовления и структурам открытого типа приводит к необходимости изучения характеристик распространения электромагнитных волн с учетом конечных размеров структур, распределения полей и типов волн. Перспективным классом устройств для создания перестраиваемых фильтров, фазовращателей, ответвителей мощности СВЧ диапазона радиоволн являются системы на основе пленок железо-иттриевого граната (ЖИГ) и сегнетоэлектрика (СЭ), которые обеспечивают возможность двойного управления (статическими магнитными и электрическими полями) [2,3].

В настоящей работе проведен анализ невзаимных эффектов для структуры, изображенной на рис. 1. Электродинамический расчёт собственных волн такой системы [4] показывает, что существует область частот, где наблюдается сильная связь электромагнитных волн в области пересечения дисперсионных характеристик парциальных ТЕ волн СЭ и ЖИГ волноводов. В этой области формируются гибридные электромагнитные волны типа ТЕ. Вдали от области взаимодействия гибридные

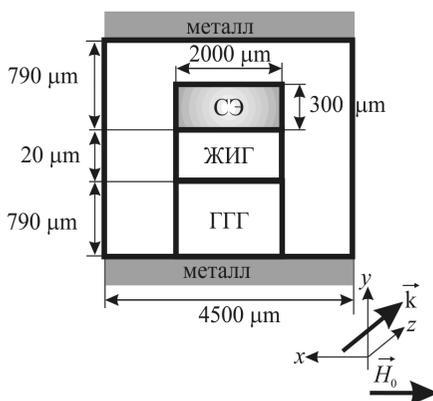


Рис. 1. Анализируемая структура: расчетная область, представляющая собой поперечное сечение волновода

волны асимптотически переходят в ТЕ-волны в соответствующих парциальных системах с сохранением индекса  $n$ .

Результаты анализа дисперсии первых поперечных мод волн, распространяющихся в пленке ЖИГ со стороны СЭ-слоя ( $k_+$ ) и со стороны подложки ГГГ ( $k_-$ ) а также волн в сегнетоэлектрике для парциальных систем приведены на рис. 2, *а*. Видно, что симметричная нагрузка феррита приводит к отсутствию невзаимных эффектов. В то время, как  $k_+$  и  $k_-$  волны ферритового слоя по-разному взаимодействуют с волнами в СЭ-слое (рис. 2, *б*). В данном случае нагрузка несимметрична, что и приводит к невзаимным эффектам, а также к формированию гибридных волн с разными характеристиками.

Сравнение волн, распространяющихся по разным поверхностям пленки ЖИГ, можно оценить, введя параметр невзаимности. В общем виде для данной структуры он зависит от частоты, номера моды и параметра  $\varepsilon$  (статической диэлектрической проницаемости) СЭ-слоя:  $\delta k(f, n, \varepsilon) = |k_+| - |k_-|$ . В данном случае. На частоте 5.65 ГГц значение данного параметра  $\delta = 58.42 \text{ см}^{-1}$ .

Таким образом, проведен анализ невзаимных характеристик волн в слоистой структуре металл-сегнетоэлектрик-феррит-металл конечной ширины. Показано, что эффект невзаимности связан с разной эффективностью гибридизации  $k_+$  и  $k_-$  волн парциальных систем с основным вкладом  $k_+$

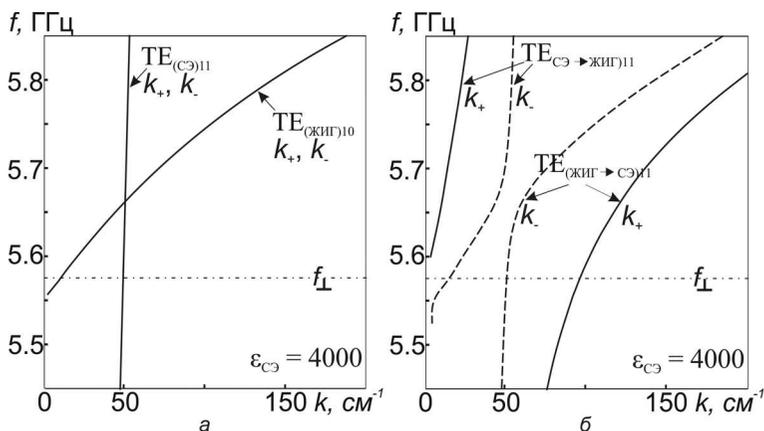


Рис. 2. Волны в парциальных системах ЖИГ и СЭ без взаимодействия (*а*), гибридные волны слоистой структуры (*б*).  $f_{\perp}$  – нижняя отсечка волны в безграничном ферритовом слое. Подписями со стрелками указан тип волн, асимптотически переходящие в волны в парциальных системах при уменьшении частоты

волн, при этом параметр  $\delta$  в общем случае зависит от частоты, номера моды и параметра  $\varepsilon$  СЭ-слоя. Приведена его оценка для первой моды на частоте вблизи области гибридизации. Результаты оценки могут быть использованы для создания таких устройств, как перестраиваемые фильтры, фазовращатели, ответвители мощности СВЧ диапазона радиоволн с применением внешнего управления (статическим электрическим полем).

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-07-12409, 14-07-00273, 15-07-05901).*

### **Библиографический список**

1. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 593 с.
2. Никитин А.А., Устинов А.Б., Семенов А.А., Калиникоз Б.А. Планарный тонкопленочный феррит-сегнетоэлектрический СВЧ-фазовращатель // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40. В. 7. С. 1–7.
3. Устинов А.Б., Калиникоз Б.А. Мультиферроидные периодические структуры на основе магнетных кристаллов для электронно-перестраиваемых сверхвысокочастотных устройств. // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40. В. 13. С. 58–65.
4. Садовников А.В., Бубликов К.В., Бегинин Е.Н., Никуитов С.А. Электродинамические характеристики слоистой структуры металл – диэлектрик – сегнетоэлектрик – диэлектрик – металл конечной ширины // Радиотехника и электроника. 2014. № 59. С. 876–881.

**Научные руководители:** Садовников А.В., к.ф.-м.н., младший научный сотрудник лаборатории «Метаматериалы» СГУ, Бегинин Е.Н., к.ф.-м.н., доцент кафедры нелинейной физики СГУ.

## СИНХРОНИЗАЦИЯ И ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ МОД В РЕЗОНАНСНОЙ ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

*Уманцова О.В., магистрант 1 курса ФНП СГУ*

Лампа обратной волны (ЛОВ) является одним из наиболее распространенных приборов вакуумной сверхвысокочастотной (СВЧ) электроники. ЛОВ находят широкое применение в качестве генераторов электромагнитных колебаний с электронной перестройкой частоты в широких пределах [1]. Значительный интерес представляют ЛОВ с сильноточными релятивистскими электронными пучками – релятивистские карсинотроны. Они являются одними из наиболее мощных источников микроволнового излучения, их пиковая выходная мощность может достигать нескольких гигаватт. Подобные источники могут представлять интерес, например, для систем наносекундной радиолокации.

Исследование неавтономной динамики ЛОВ (а также других мощных СВЧ генераторов) является актуальной задачей по ряду причин. Прежде всего, воздействие слабым внешним сигналом позволяет уменьшить время старта, т.е. длительность переходного процесса [2], что особенно важно в случае релятивистских карсинотронов, работающих в режиме коротких импульсов (порядка десятков наносекунд). Синхронизация мощного генератора сигналом от внешнего высокостабильного источника позволяет повысить стабильность частоты и фазы генерируемого сигнала (применительно к релятивистской ЛОВ этот вопрос обсуждался, например, в [3]). Наконец, внешнее воздействие позволяет осуществить быструю скачкообразную перестройку частоты генерации за счет эффекта переключения мод [4].

Как известно, значительное влияние на работу ЛОВ (в особенности – релятивистских) оказывает отражение излучения от границ замедляющей системы. Электродинамическая система релятивистской ЛОВ по сути представляет собой многомодовый распределённый резонатор. Конкуренция собственных мод резонатора в значительной степени определяет динамику нестационарных процессов [5,6]. Поэтому следует ожидать, что картина синхронизации ЛОВ внешним сигналом будет иметь ряд существенных отличий по сравнению с классической картиной, хорошо изученной для систем с малым числом степеней свободы.

В настоящей работе приведены результаты исследования процессов синхронизации и переключения мод на основе известных из литературы уравнений нестационарной нелинейной теории резонансной ЛОВ [5–7]:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -LI, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -L^2 \text{Re} [F \exp(i\theta)]. \tag{2}$$

Здесь  $\theta$  – фаза электрона,  $F$  – амплитуда ВЧ поля,  $\xi$  и  $\tau$  – нормированные координата и время,  $L$  – нормированная длина системы,  $I$  – амплитуда первой гармоники ВЧ тока. Все величины являются безразмерными. Уравнения (1), (2) решались со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \theta(\xi = 0) &= \theta_0, \\ \partial \theta / \partial \xi|_{\xi=0} &= 0, \\ F(\xi = 1, \tau) &= F_{in}(\tau) + R \cdot e^{i\psi} F(\xi = 0, \tau - 1). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь  $R \cdot \exp(i\psi)$  – комплексный параметр отражений (подробнее см [5,6]),  $F_{in}(\tau) = A \sin(\omega\tau)$  – гармонический входной сигнал.

На рис. 1 приведены области, в которых реализуются режимы вынужденной синхронизации, на плоскости параметров частота – амплитуда внеш-

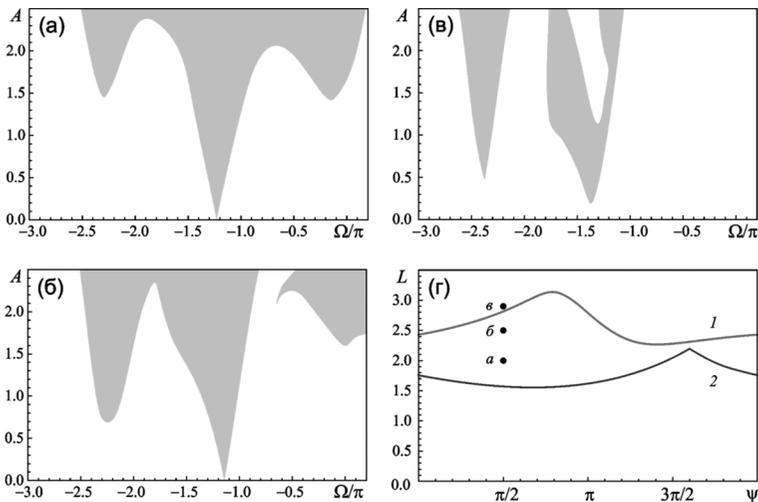


Рис. 1. Языки синхронизации для  $R = 0.5$ ,  $\psi = 0.5\pi$ ,  $\delta = 0.52$ ,  $L = 2.0$  (а), 2.5 (б) и 2.9 (в); карта режимов на плоскости параметров ( $L, \psi$ ) (г), на которой отмечены границы самовозбуждения (1) и автомодуляции (2)

него сигнала. Имеется несколько языков синхронизации на частотах различных собственных мод. Обратим внимание на сложную структуру языков. Это объясняется тем, что параметр  $L$  выбран достаточно близким к порогу автомодуляции в автономной системе, и, соответственно, при определенных значениях мощности внешнего воздействия происходит возбуждение автомодуляционных сателлитов.

Также были изучены сценарии перехода в режим синхронизации при различных значениях частоты входного сигнала. В частности, интересные особенности перехода в синхронный режим наблюдаются при воздействии на частоте выше собственной частоты генератора. Вначале поведение напоминает механизм захвата частоты основной моды, однако в спектре начинает отчетливо выделяться составляющая на частоте второй моды. Форма выходного сигнала усложняется, она обогащается высокочастотными оцилляциями (рис. 2, *a*). С ростом  $A$  амплитуда составляющей на второй моде увеличивается, соответственно, увеличивается и глубина высокочастотной модуляции (рис. 2, *b*). Одновременно видно, как спектр сгущается, то есть внешний сигнал захватывает собственную частоту генератора. При амплитуде внешнего воздействия, равной 1.4 происходит захват собственной частоты, однако вместо синхронизации по-прежнему наблюдается режим биений (рис. 2, *в*). Однако в спектре теперь остаются две независимых частоты: частота внешнего воздействия и частота второй моды. Дальнейшее увеличение  $A$  приводит к мягкому подавлению второй моды (рис. 2, *г, д*). Таким образом, в этом случае наблюдается комбинация механизмов захвата и подавления, что также обусловлено многомодовой распределенной природой рассматриваемой системы.

В заключение можно отметить, что области синхронизации на плоскости параметров амплитуда – частота внешнего воздействия имеют вид нескольких языков синхронизации на частотах различных собственных мод. В работе изучены сложные сценарии перехода в режим синхронизации при увеличении амплитуды внешнего сигнала для различных значений его частоты. Когда автономный генератор работает близко к границе автомодуляции, то для переключения между основной и второй модами требуется достаточно низкая входная мощность. Это может быть применимо в радиолокации. Конкуренция мод является результатом сложного и долгого переходного процесса. Это особенно важно в случае релятивистских карсинотронов, работающих в режиме коротких импульсов.

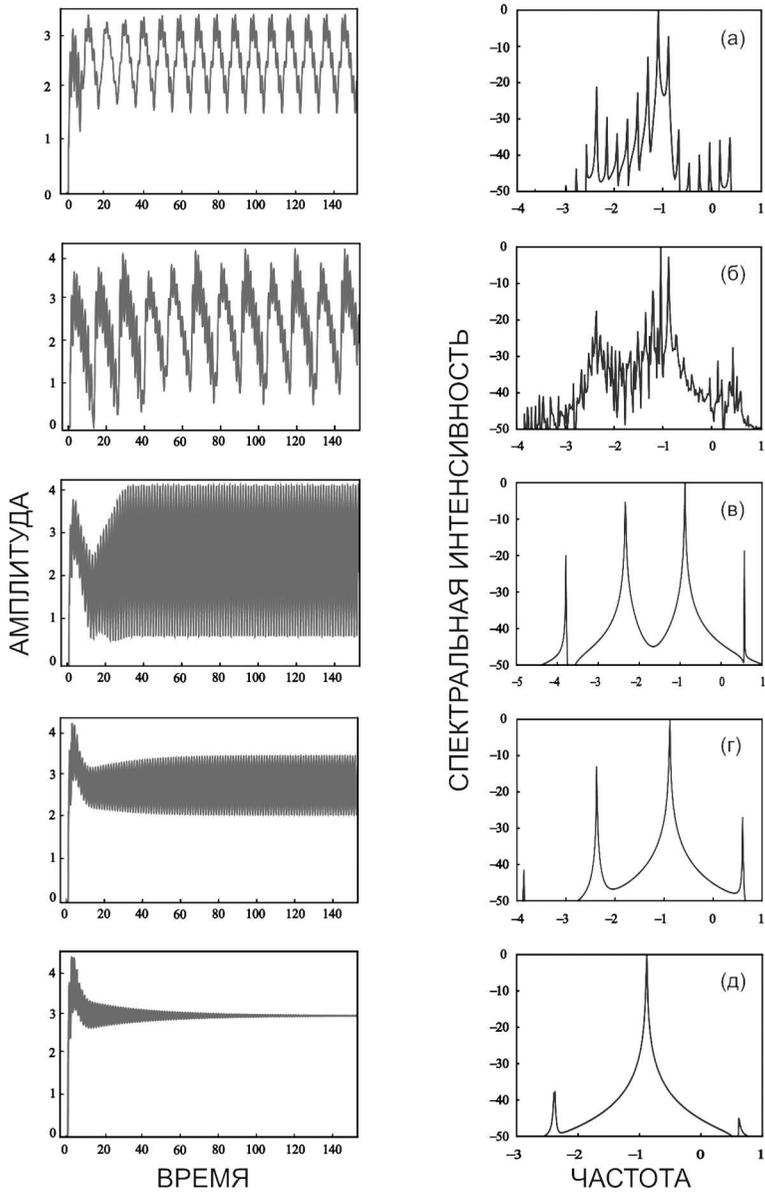


Рис. 2. Зависимости выходного сигнала от времени и спектры при  $\Omega = -0.9\pi$  и различных значениях амплитуды синхронизирующего сигнала:  $A = 0.9$  (а),  $1.3$  (б),  $1.4$  (в),  $1.8$  (г),  $1.95$  (д)

**Библиографический список**

1. *Цимринг Ш.Е.* Введение в высокочастотную вакуумную электронику и физику электронных пучков. Н. Новгород, ИПФ РАН. 2012. 576 с.
2. *Song W., Teng Y., Zhang Z.Q., Li J.W., Sun J., Chen C.H., Zhang L.J.* // Phys. Plasmas. 2012. Vol. 19, 083105.
3. *Xiao R.Z., Chen C.H., Song W., et al.* // J. Appl. Phys. 2011. Vol. 110, 013301.
4. *Liu M., Michel C., Prasad S., et al.* // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 97, 251501.
5. *Levush B., Antonsen T.M., Bromborsky A., Lou W.R., Carmel Y.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1992. Vol. 20, No. 3. P. 263–280.
6. *Рыскин Н.М., Титов В.Н.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 1. С. 75–92.
7. *Рыскин Н.М., Титов В.Н.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 10. С. 860–874.

**Научный руководитель:** *Рыскин Н.М.*, профессор, д.ф.-м.н.



Нелинейная  
динамика

## **ЭФФЕКТЫ синхронизации и гашения колебаний в системе двух генераторов ван дер Поля, связанных через диссипативный колебательный контур**

*Кочанов А.А., магистрант 2 курса СГТУ*

Изучение режимов синхронного поведения различных искусственно созданных или природных объектов является одним из наиболее актуальных направлений современной нелинейной динамики. Первые исследования в этой области связывают с экспериментами голландского ученого Христиана Гюйгенса в XVII веке. Он, наблюдая за поведением двух маятниковых часов, подвешенных на общей опоре, заметил, что их ритмы согласуются между собой. Позже это явление получило название взаимной синхронизации.

Генератор ван дер Поля является базовой моделью автоколебательных систем в нелинейной динамике. Эта система уже много десятилетий используется при изучении различных аспектов теории синхронизации. Динамика ансамблей взаимодействующих осцилляторов ван дер Поля продолжает оставаться в фокусе внимания современных исследователей [1–3]. Особый интерес вызывает изучение поведения косвенно взаимодействующих между собой систем [4,5].

В данной работе рассматривается динамическая система, состоящая из двух генераторов ван дер Поля, взаимодействующих через колебательный контур. Уравнения для такой системы могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 - (\lambda_1 - x_1^2)\dot{x}_1 + p_1^2 x_1 - \varepsilon(\dot{x} - \dot{x}_1) = 0, \\ \ddot{x} + \alpha\dot{x} + x - \varepsilon(\dot{x}_1 - 2\dot{x} + \dot{x}_2) = 0, \\ \ddot{x}_2 - (\lambda_2 - x_2^2)\dot{x}_2 + p_2^2 x_2 - \varepsilon(\dot{x} - \dot{x}_2) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $x_1$  и  $x_2$  – динамические переменные парциальных генераторов;  $x$  – динамическая переменная контура связи;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – параметры, управляющие возбуждением автоколебаний в парциальных генераторах;  $p_1$  и  $p_2$  – собственные частоты парциальных генераторов, нормированные на собственную частоту контура связи;  $\alpha$  – параметр диссипации контура связи;  $\varepsilon$  характеризует взаимодействие между генераторами и колебательным контуром.

В отсутствие взаимодействия ( $\varepsilon = 0$ ) в парциальных генераторах при отрицательных значениях управляющего параметра  $\lambda_{1,2}$  автоколебания отсутствуют. Они мягко возбуждаются при переходе  $\lambda_{1,2}$  через ноль. Из неустойчивого фокуса рождается устойчивый предельный цикл, радиус которого растет пропорционально  $\sqrt{\lambda_{1,2}}$ , что соответствует суперкритической бифуркации Андронова–Хопфа. При малой надкритичности наблюдаются квазигармонические автоколебания, которые при больших значениях  $\lambda_{1,2}$  превращаются в релаксационные.

При введении связи ( $\varepsilon > 0$ ) и положительных значениях управляющих параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  взаимодействующие генераторы могут демонстрировать режим квазипериодических колебаний и явление синхронизации, что зависит от величины связи и частот  $p_1$  и  $p_2$ . Рассмотрим динамику взаимодействующих генераторов при фиксированных значениях параметров  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.05$ ,  $p_2 = 1$ ,  $\alpha = 0.01$  в зависимости от величины связи  $\varepsilon$  и собственной частоты первого генератора  $p_1$ .

На рис. 1 построены линии бифуркационных значений на плоскости параметров ( $\varepsilon - p_1$ ). Здесь построены следующие области характерных режимов: А – основная область синхронизации через захват; В – область синхронизации через подавление; С – область квазипериодических колебаний; D – область гашения автоколебаний. При пересечении линий  $l'_{SN}$  и  $l_{SN}$  (переход из области А в область С) квазипериодические колебания возникают жестким образом через седло-узловую бифуркацию. При выходе из области В в область С тор рождается мягким образом в результате бифуркации

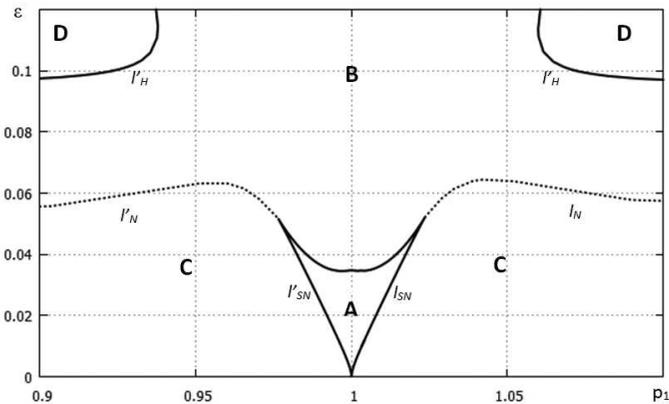


Рис. 1. Линии бифуркационных значений основной области синхронизации

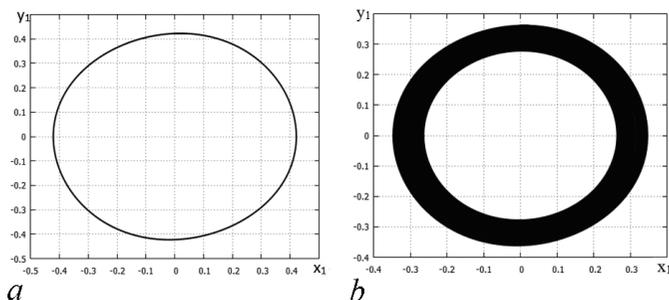


Рис. 2. Проекция фазового портрета на плоскость  $(y_1 - x_1)$  при  $p_1 = 1.005$ ,  $\varepsilon = 0.03$  (а) и при  $p_1 = 1.05$ ,  $\varepsilon = 0.03$  (б)

Неймарка–Сакера. При переходе из области В в область D происходит гашение автоколебаний. Предельный цикл стягивается в точку, состояние равновесия становится устойчивым. Этот переход на линиях  $l'_H$  соответствует бифуркации Андронова–Хопфа.

Характерные фазовые портреты для областей А и С представлены на рис. 2.

На рис. 3 построены линии бифуркационных значений на плоскости параметров  $(\varepsilon - p_1)$  основной области синхронизации при разных значениях параметра потерь и фиксированных  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.05$ ,  $p_2 = 1$ .

Из рисунка видно, что с увеличением потерь в контуре связи область синхронизации через захват сжимается, области гашения автоколебаний опускаются по параметру связи  $\varepsilon$ .

Канал, разделяющий область квазипериодических колебаний от области гашения, становится уже. Так, при значении  $\alpha = 1$ , канал практически исчезает, две области гашения колебаний объединяются в одну, выше некоторого порогового значения коэффициента связи квазипериодические колебания или синхронные периодические колебания отсутствуют, при любых расстройках по частоте наблюдается устойчивое состояние равновесия.

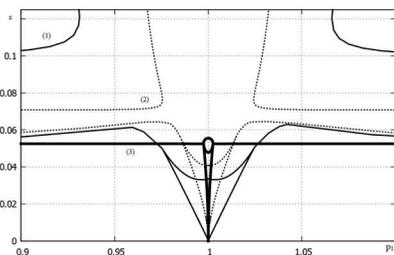


Рис. 3. Линии бифуркационных значений основной области синхронизации при разных значениях диссипации в контуре  $\alpha=0.01$  (кривая 1), 0.1 (кривая 2), 1.0 (кривая 3)

**Библиографический список**

1. Кузнецов А.П., Емельянова Ю.П., Селезнев Е.П. Синхронизация связанных автоколебательных осцилляторов с неидентичными параметрами // Изв. Вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18, № 2. С. 62–77.
2. Kuznetsov A.P., Roman J.P. Properties of synchronization in the systems of non-identical coupled van der Pol and van der Pol-Duffing oscillators. Broadband synchronization // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2009. Vol. 238. 1499 p.
3. Astakhov V., Koblyanskii S., Shabunin A., and Kapitaniak T. Peculiarities of the transitions to synchronization in coupled systems with amplitude death // Chaos. 21, 023127 (2011).
4. Pankratova E.V., Belykh V.N. Synchronization of self-sustained oscillators inertially coupled through common damped system // Physics Letters A. 376 (2012).
5. Панкратова Е.В., Бельх В.Н. Качественно-численный анализ возможных режимов синхронного поведения двух инерционно связанных осцилляторов Ван дер Поля // Изв. вузов «ПНД», т. 19, № 4, 2011.

**Научный руководитель:** Астахов В.В., д.ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой «Радиоэлектроника и телекоммуникации» ИнЭТМ СГТУ.

## ВЛИЯНИЕ СЛАБОЙ ДИССИПАЦИИ НА ДИНАМИКУ МНОГОМЕРНЫХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СИСТЕМ

*Фельк Е.В., магистрант 2 курса ФНП СГУ*

В данной работе рассматривается влияние слабой диссипации на систему с диффузией Арнольда. Диффузия Арнольда характерна для гамильтоновых систем с числом степеней свободы больше двух и является универсальной, поскольку возникает при сколь угодно малой неинтегрируемости системы [1]; при этом в фазовом пространстве образуется резонансная паутина. В качестве исходной системы используются связанные отображения поворота, динамика которых в консервативном случае была исследована ранее [2]. При введении линейной диссипации система имеет вид:

$$\begin{cases} \varphi'_1 = \varphi_1 + I_1, \\ I'_1 = \alpha I_1 + \varepsilon \frac{\partial f}{\partial \varphi_1}(\varphi_1 + I_1, \varphi_2 + I_2), \\ \varphi'_2 = \varphi_2 + I_2, \\ I'_2 = \alpha I_2 + \varepsilon \frac{\partial f}{\partial \varphi_2}(\varphi_1 + I_1, \varphi_2 + I_2), \end{cases} \quad (1)$$

где  $f(\varphi_1, \varphi_2) = 1/(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 + 4)$ , а параметр  $\alpha$  управляет диссипацией. Заметим, что консервативной системе ( $\alpha = 1$ ) соответствует гамильтониан вида:  $H_\varepsilon = I_1^2/2 + I_2^2/2 + I_3 + \varepsilon f(\varphi_1, \varphi_2)$ . В данном случае интерес представляет структура пространства действий  $(I_1, I_2)$ , поскольку в интегрируемом пределе именно действия определяют траекторию системы и фактически могут быть интерпретированы как параметры. Соответственно, исследование структуры пространства действий в некотором смысле аналогично построению карт на плоскости параметров диссипативных систем. Кроме того, поскольку в гамильтоновой системе частота определяется из соотношения  $\omega = \partial H / \partial I$ , в данной системе действия совпадают с ее собственными частотами. Таким образом, в консервативном случае пространство действий эквивалентно пространству частот, поэтому его структура похожа на структуру пространства параметров связанных автоколебательных систем (в диссипативном случае данное приближение будет работать при малой диссипации). Резонансные условия в пространстве действий системы (1) имеют

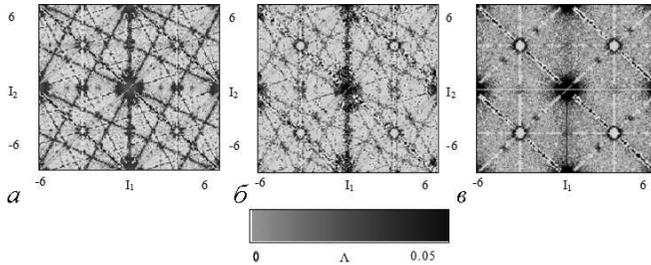


Рис. 1. Карты ляпуновских показателей системы (1) при  $\alpha = 0$  и различных значениях  $\varepsilon$ : а)  $\varepsilon = 0.3$ ; б)  $\varepsilon = 0.6$ ; в)  $\varepsilon = 0.8$

вид:  $k_1 I_1 + k_2 I_2 + 2\pi k_3 = 0$ , где  $k_1, k_2, k_3$  – целые числа, и отображаются системой прямых линий, вдоль которых осуществляется диффузия в консервативном случае. Карты ляпуновских показателей для консервативного случая  $\alpha = 1$  при различных значениях параметра связи  $\varepsilon$  показаны на рис. 1. На картах видны пересекающиеся полосы, расположенные вдоль резонансных линий, которые являются паутиной Арнольда. При увеличении связи ляпуновский показатель увеличивается, что говорит о росте скорости диффузии. Очевидно, что с ростом  $\varepsilon$  происходит хаотизация динамики.

Для диссипативной системы  $\alpha < 1$  будем использовать иной подход построения карт ляпуновских показателей. На рис. 2 представлены карты, построенные при различной длительности переходного процесса  $N$ . Если число  $N$  велико, ляпуновский показатель стремится к нулю (рис. 2, б), в то же время при меньшей длительности он, как правило, положителен.

Таким образом, в системе наблюдается явление переходного хаоса, которое может наступать в результате кризиса хаотического аттрактора. Для его анализа ляпуновские показатели рассчитывались на конечном времени (рис. 3, верхняя строка), а также исследовалась зависимость длительности переходного процесса от начальных условий (рис. 3, нижняя строка). В этом случае оттенком серого показано, сколько времени требуется точке, старту-

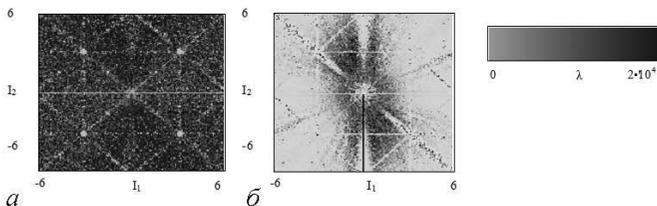


Рис. 2. Карты ляпуновских показателей (1) при  $\alpha = 0.999$ ,  $\varepsilon = 0.3$  в зависимости от длительности переходного процесса  $N$ : а)  $N = 1000$  итераций; б)  $N = 50000$  итераций

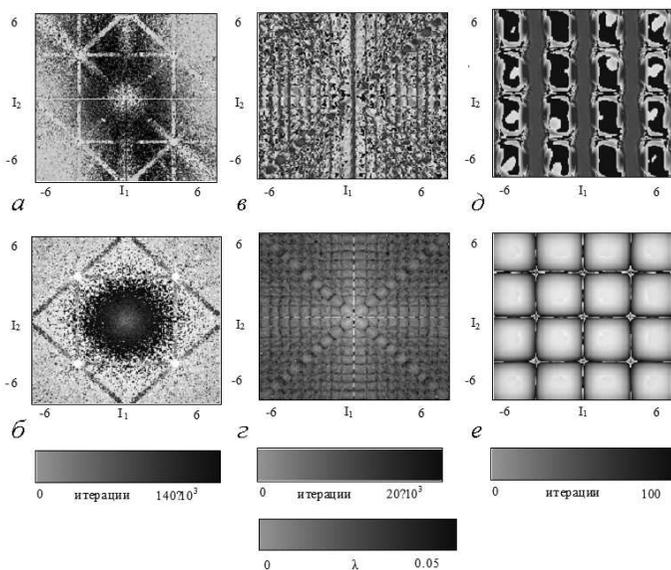


Рис. 3. Карты динамических режимов (вверху) и длительности переходного процесса (внизу) для системы (1) при  $\varepsilon = 0.6$  и различных значениях линейной диссипации  $\alpha$ :  $a-b - \alpha = 0.999$ ;  $b-z - \alpha = 0.9$ ;  $d-e - \varepsilon = 0.5$

ющей из начальных условий, чтобы она достигла аттрактора. Чем темнее цвет, тем больше количество итераций требуется.

При увеличении линейной диссипации было обнаружено, что исчезают «коридоры» вдоль некоторых резонансов. Например, при  $\alpha = 0.9$  четко видны диагональные направления (рис. 3,  $a, b$ ), а при  $\alpha = 0.5$  они исчезают (рис. 3,  $d, e$ ) и образуется структура типа квадратной решетки. Кроме того, на картах ляпуновских показателей появляются области отрицательных значений ляпуновского показателя (черный цвет), соответствующие периодическим режимам (рис. 3,  $d$ ).

*Работа поддержана грантом РФФИ (проект 14-02-31067) и фондом некоммерческих программ «Династия».*

### Библиографический список

1. Arnol'd, V.I. // ДАН СССР, т.156, с. 9 (1964).
2. K. Froeschle, E. Lega. Celestial, M.Guzzo. // Mechanics and Dynamical Astronomy v. 95, p.141, (2006).

**Научный руководитель:** Савин А.В., к.ф.-м. н., доцент.

## СИНХРОНИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНОЙ СЕТИ ПО ИНТЕГРАЛЬНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

*Харченко А.А., аспирант факультета нелинейных процессов СГУ*

Одним из важнейших направлений исследований в современной радиофизике и нелинейной динамике является изучение динамических процессов в сетях нелинейных элементов со сложной топологией связей. Особенно важны данные исследования в нейронауке, где теоретическое решение подобных задач связано с диагностикой и лечением дисфункций головного мозга, разработкой интерфейсов мозг-компьютер и т.д. [1,2]. Анализ динамики нейронной сети, основанный на макроскопических сигналах и выявление корреляций между динамикой отдельных узлов и всей сети в целом, является важной проблемой в нейродинамике [3].

В данной работе мы изучаем динамику фаз отдельных узлов в сложной сети нелинейных осцилляторов, участвующих в режиме полной фазовой синхронизации. В работе проведен анализ соответствия между распределением разности фаз взаимодействующих осцилляторов и вейвлет-спектрами макроскопической динамики сети.

В данной работе мы рассматриваем макроскопический сигнал, который представляет собой усреднения колебаний по некоторому подмножеству  $N$  элементов

$$X(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t), \quad (1)$$

где  $x_i(t)$  – это микроскопические сигналы от каждого узла в сети. Введем фазу каждого осциллятора как

$$\varphi_i = \arctg \left( \frac{\dot{x}_i}{x_i} \right), \quad (2)$$

тогда разность фаз будем рассматривать в виде  $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_j$ ,  $\forall i, j \in [1, N]$ .

В работах [4,5] была показана возможность обнаружения кластеров в адаптивных сетях, основанная на вейвлет анализе макроскопической динамики. В связи с этим, сигнал  $X(t)$  анализировали с помощью непрерывного вейвлет-преобразования [4]

$$W(s, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi^*(s, \tau) dt, \quad (3)$$

где  $s$  – параметр временного масштаба, «\*» означает комплексное сопряжение, а  $\psi(s, \tau)$  вейвлетной функцией

$$\psi(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi_0 \left( \frac{t - \tau}{s} \right). \quad (4)$$

Здесь,  $\psi_0$  функция материнского вейвлета, а  $\tau$  является параметром сдвига. В своей работе мы будем использовать материнский вейвлет Морле

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{j\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2} \quad (5)$$

с центральной частотой  $\omega_0 = 2\pi$ . В нашем случае отношение между частотой Фурье и масштабным параметром может быть записано как  $f = 1/s$ . Для того чтобы охарактеризовать энергию вейвлет-преобразования мы воспользуемся усредненной комплексной функцией  $W(f)$  по времени.

В качестве объекта исследования была выбрана сеть  $n = 150$  осцилляторов ван дер Поля, где динамика каждого узла описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{x}_i - \mu(1 - x_i^2)\dot{x}_i + \delta_i^2 x_i = \varepsilon \sum_{j=1}^N c_{i,j} (x_i - x_j). \quad (6)$$

Здесь  $i, j$  – номер элемента в сети,  $N$  – количество элементов в сети,  $\mu$  – коэффициент, характеризующий нелинейность и силу затухания колебаний,  $\varepsilon$  – параметр связи между генераторами,  $\delta_i$  – циклическая частота отдельного генератора. Коэффициенты  $c_{i,j}$  матрицы связи, определяют топологию в сети ( $c_{ij} = 1$  для взаимодействующих осцилляторов и  $c_{ij} = 0$  при отсутствии связи). В нашей работе мы рассматриваем симметричную матрицу связи, которая характеризуется условием  $c_{ij} = c_{ji}$ , и условие диссипативности связи

$$c_{ii} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N c_{ij}. \quad (7)$$

Проанализированная в настоящей работе сеть осцилляторов ван дер Поля состоит из двух подсетей, связанных между собой двунаправленными связями между семью узлами. Первая подсеть состоит из  $N_1 = 90$  элементов, вторая из  $N_2 = 60$  элементов.

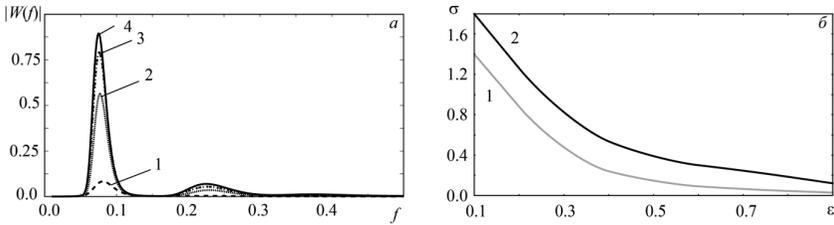


Рис. 1. Вейвлет спектр макроскопического сигнала (1) для различных  $\varepsilon$  (а), зависимость распределения дисперсии разности фаз от  $\varepsilon$  для двух подсетей (б)

Для того, чтобы продемонстрировать развитие полной синхронизации частоты осцилляторов  $\delta_i$  были равномерно распределены в диапазоне  $[0.2, 0.4]$  и вейвлет-спектры макроскопического сигнала (1) были рассчитаны для различных значений силы связи  $\varepsilon$ . Генераторы демонстрируют синхронный режим с увеличением силы связи  $\varepsilon$ . Соответствующие вейвлет-спектры приведены на рис. 1, а для нескольких значений  $\varepsilon$ :  $\varepsilon = 0.3$  (кривая 1),  $\varepsilon = 0.5$  (кривая 2),  $\varepsilon = 0.7$  (кривая 3),  $\varepsilon = 0.9$  (кривая 4). Видно, что существует ярко выраженный пик вейвлет спектра, амплитуда которого зависит от  $\varepsilon$ . Можно предположить, что это обусловлено снижением дисперсии распределения разности фаз, как это видно из рис. 1, б. Проанализируем этот эффект более подробно, для чего рассмотрим распределение разности фаз в каждой подсети и построим их зависимости дисперсии от различной силы связи  $\varepsilon$ .

Можно заметить, что дисперсия распределения разности фаз сопровождается увеличением амплитуды пика по аналогии с проведенным анализом для вейвлет-спектра макроскопического сигнала.

Эволюция распределения разности фаз в анализируемых подсетях показана на рис. 2. Рисунки (а, в, д, ж) соответствуют элементам подсети I, а (б, г, е, з) – элементам подсети II. Можно видеть уменьшение дисперсии этих распределений с повышением силы связи  $\varepsilon$ .

Кроме того, мы рассмотрели сеть осцилляторов ван дер Поля, в которой частоты распределены в двух разных диапазонах для каждой подсети. В данном случае мы использовали неперекрывающиеся диапазоны частот  $[0.1, 0.3]$  и  $[0.3, 0.5]$ .

При небольшой силе связи существуют два различных пика в вейвлет-спектре макроскопического сигнала, снятого со всей сети (кривая 1 на рис. 3, а). Возникновение двух пиков связано с динамикой обеих подсетей, где осцилляторы находятся в синхронных режимах с определенными частотами. Увеличение  $\varepsilon$  приводит к возникновению режима полной

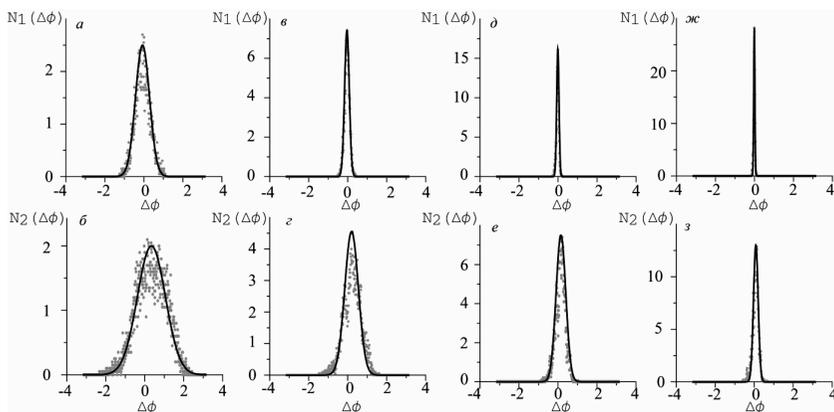


Рис. 2. Распределение разности фаз между осцилляторами ван дер Поля для различной силы связи  $\varepsilon$ :  $\varepsilon = 0.3$  (*a*, *б*),  $\varepsilon = 0.5$  (*в*, *з*),  $\varepsilon = 0.7$  (*д*, *е*),  $\varepsilon = 0.9$  (*ж*, *з*). Сплошная кривая соответствует функции Гаусса, использованной для аппроксимации распределений

фазовой синхронизации с участием всех осцилляторов сети (кривая 4 на рис. 3, *a*). На рис. 3, *б* показана зависимость  $\sigma$  от различной величины силы связи. Хорошо видно, что при  $\varepsilon < 1.0$  дисперсия распределения разностей фаз для подсети II быстро уменьшается, в то время как дисперсия разности фаз в подсети I слабо нарастает. Такое поведение коррелирует с эволюцией вейвлет-спектров. Как следует из рис. 3, пик, соответствующий подсети II растет, а пик, соответствующий подсети I становится меньше. Рисунок 3 также демонстрирует, что наблюдаемые пики становятся объединены, что указывает на режим полной фазовой синхронизации.

Важно отметить, что этот режим характеризуется повышенной дисперсией распределения разности фаз в обоих подсетях. В результате, соответствующий спектральный пик (кривая 4 на рис. 3, *a*) уменьшается.

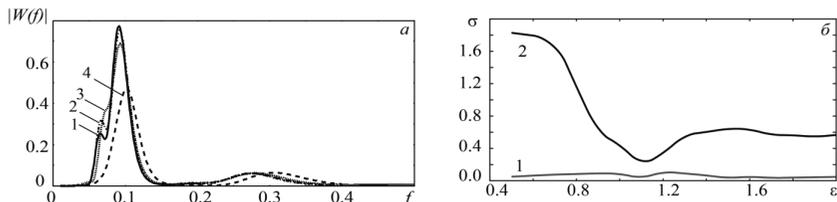


Рис. 3. Вейвлет спектр в случае, когда частота осцилляторов в двух подсетях распределена в различных диапазонах (*a*). Четыре спектра построены для различных  $\varepsilon$ :  $\varepsilon = 0.5$  (кривая 1),  $\varepsilon = 0.7$  (кривая 2),  $\varepsilon = 1.0$  (кривая 3),  $\varepsilon = 1.5$  (кривая 4). Зависимость распределения дисперсии разности фаз от  $\varepsilon$  для двух подсетей (*б*), кривая 1 для подсети I, кривая 2 для подсети II

**Библиографический список**

1. Hagmann P., Cammoun L., Gigandet X., Meuli R., Honey C. J., Wedeen V.J., and Sporns O. Mapping the structural core of human cerebral cortex // *PLoS Biology* 6. 2008. e159.
2. Valencia M., Martinerie J., Dupont S., and Chavez M. Dynamic small-world behavior in functional brain networks unveiled by an event-related networks approach // *Phys. Rev.* 2008. E 77(5), 050905.
3. Makarov V.V., Osipov G.V., Maksimenko V.A., and Kharchenko A.A. Synchronization of elements with different dimensions of their ensembles in a complex network // *Technical Physics Letters* 41, 69–75. 2015.
4. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Makarov V.A., Pavlov A.N., and Sitnikova E.Y. *Wavelets in Neuroscience* // Springer, Berlin, Heidelberg. 2015.
5. Maksimenko V.A., Makarov V.V., Koronovskii A.A., Hramov A.E., and Moskalenko O.I. Analyzing the structure of a complex network on the basis of its macroscopic characteristics // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences.* 2014. *Physics* 78, 1281–1284.

**Научный руководитель:** Храмов А.Е., д.ф.-м.н., профессор СГУ.

## АНАЛИЗ ПЕРЕХОДА К ХАОСУ В СИСТЕМЕ ДВУХ РИДБЕРГОВСКИХ АТОМОВ

*Андреев А.В., студент 4 курса ФНП СГУ*

В настоящее время значительный интерес вызывают задачи управления квантовыми системами с ридберговскими атомами. С точки зрения практики подобные задачи очень тесно связаны с проблемой создания квантовых компьютеров.

Ридберговские атомы – это водородоподобные атомы, у которых внешний электрон находится в высоковозбужденном состоянии (вплоть до уровней  $n$  порядка 1000). Их размеры могут превышать размер находящегося в основном состоянии того же самого атома почти в  $10^6$  раз для  $n = 1000$  [1].

Представляет значительный фундаментальный интерес задача возникновения хаотической динамики в квантовой системе связанных ридберговских атомов, которая имеет также большое прикладное значение для изучения вопросов квантовых вычислений в массиве атомов, включенных в твердое тело (полупроводник), принимающих ридберговские состояния [2].

Системы с ридберговскими атомами являются перспективными для задач хранения и передачи информации. В связи с этим важно проанализировать переход динамики данной системы к хаотической и найти пути для подавления в ней хаоса, т.к. наличие такой динамики приводит к потерям информации, хранимой или передаваемой через систему.

Данное исследование основано на изучение системы из двух связанных ридберговских атомов, рассмотренных в работе [3]. Исследуемая система описывается системой уравнений, полученных в приближении среднего поля:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= -2\Omega \operatorname{Im} q_1 - w_1 - 1, & \dot{q}_1 &= i[\Delta - c(w_2 + 1)]q_1 - \frac{q_1}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_1, \\ \dot{w}_2 &= -2\Omega \operatorname{Im} q_2 - w_2 - 1, & \dot{q}_2 &= i[\Delta - c(w_1 + 1)]q_2 - \frac{q_2}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_2, \end{aligned}$$

где  $\Omega$  – частота Раби, зависящая от интенсивности лазера, возбуждающего атомы в ридберговское состояние,  $\Delta$  – расстройка между частотой лазера и резонансной частотой,  $w_{1,2}$  – то излучение атомов, которое регистрируется наблюдателем.

Для такой системы была получена карта режимов, которая идеально согласуется с результатами из статьи [3] (рис. 1). На ней показаны 3 характерных режима поведения системы: колебательный (1), антиферромагнитный (2) и однородный (3).

В колебательной области были обнаружены колебания различных режимов, от периода 1 до хаотических. Примеры таких колебаний представлены на рис. 2.

Также были построены бифуркационные диаграммы при постоянном значении управляющего параметра  $\Omega$  и изменении второго параметра  $\Delta$ . При их построении отмечались значения максимумов  $w_1$  при различных значениях управляющего параметра. Примеры бифуркационных диаграмм показаны на рис. 3, 4.

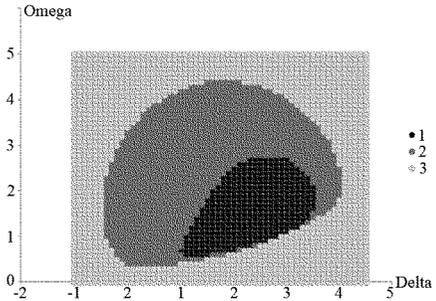


Рис. 1. Карта режимов для системы двух связанных ридберговских атомов. Цифрами отмечены режимы: 1 – колебательный, 2 – антиферромагнитный, 3 – однородный

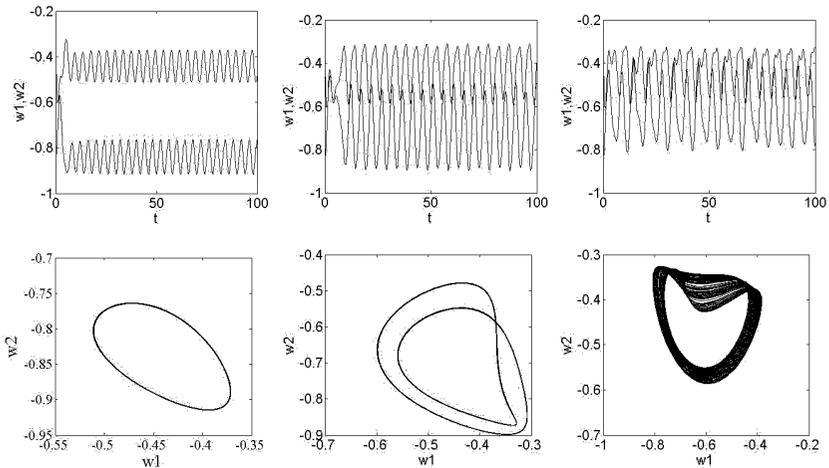


Рис. 2. Сверху – зависимости  $w_1$  и  $w_2$  от времени при значениях параметров слева направо  $\Omega = 1, \Delta = 1.18$ ;  $\Omega = 1, \Delta = 1.7$ ;  $\Omega = 1, \Delta = 2.07$ . Снизу – соответствующие проекции фазового портрета в установившемся режиме без учета переходного процесса при тех же параметрах. На первой слева направо картинке представлены колебания с периодом 1, на второй – 2, на третьей – хаотические колебания

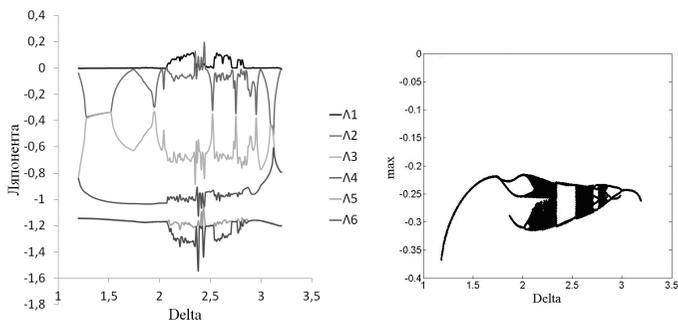


Рис. 3. Бифуркационная картина для систем двух связанных ридберговских атомов, построенная при значении параметра  $\Omega = 1.19$  – справа, и соответствующие ей ляпуновские показатели – слева

Нами были также рассчитаны ляпуновские показатели для рассматриваемой системы. На рис. 3 показаны зависимости всех шести ляпуновских показателей при значении  $\Omega = 1.19$ . Из рис. 3 видно, что имеет место хорошее соответствие между ляпуновскими показателями и бифуркационной диаграммой, так, при значениях параметра  $\Delta$ , когда старший показатель  $\Lambda_1$  принимает положительные значения (что соответствует хаотической динамике), на бифуркационной диаграмме при этих же параметрах также диагностируется хаотическая динамика.

В рассматриваемой системе была обнаружена бистабильность. На рис. 4 изображены бифуркационные диаграммы, полученные при одном и том же параметре  $\Omega$ , но в одном случае расчет проводился с наследованием начальных условий при изменении величины  $\Delta$  в положительном (слева) и отрицательном (справа) направлении.

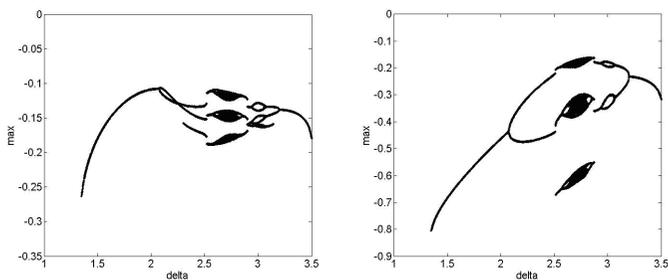


Рис. 4. Бифуркационные картины для системы связанных ридберговских атомов, построенные при значении параметра  $\Omega = 1.54$ . Слева – параметр  $\Delta$  увеличивается от минимума до максимума, справа – уменьшается от максимума до минимума

На основе полученных данных была построена карта режимов для колебательной области, которая изображена на рис. 5. На ней изображены разными цветами области различных параметров. Колебания периода 12 и более считались хаотическими (черный).

Таким образом, в данной работе была изучена динамика системы двух связанных ридберговских атомов и были обнаружены хаос и мультистабильность в такой системе. Дальнейшее развитие данной работы предполагает разработку методов управления хаосом в системе ридберговских атомов.

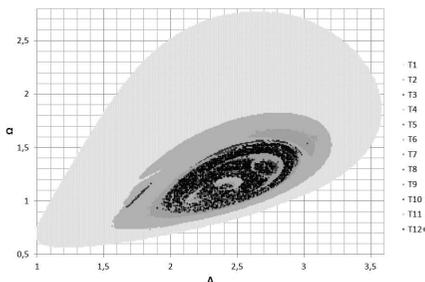


Рис. 5. Карта режимов для колебательной области

### Библиографический список

1. *Greenland P.T. et al.* Coherent control of Rydberg states in silicon. *Nature*. 465 (2010) 1057–1061.
2. *M. Saffman and T.G. Walker.* Quantum information with Rydberg atoms. *Reviews of Modern Physics*, 82 (2010) 2313.
3. *T.E. Lee, H. Haffner, M.C. Cross.* *Phys. Rev. A* 84, 031402(R) (2011).

**Научный руководитель:** Храмов А.Е., д.ф.-м.н., профессор ФНП СГУ.

## ОЦЕНКА СТЕПЕНИ РЕГУЛЯРНОСТИ СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ РАСЧЁТА СТАРШЕГО ЛЯПУНОВСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПО СКАЛЯРНОМУ ВРЕМЕННОМУ РЯДУ

*Голова Т.М., магистрант 1 курса  
факультета нано- и биомедицинских технологий СГУ*

Существуют различные меры, позволяющие охарактеризовать сложность и регулярность сигналов. В настоящее время одним из важнейших способов, используемых для описания динамики систем, является вычисление старшего ляпуновского показателя  $\Lambda$ . Оценка сложности может быть полезна, например, для различия состояний исследуемого объекта (норма или патология, качество устройств и сравнение с эталоном), кластеризации, построение моделей и др. [1].

В зависимости от типа исходных данных существует несколько алгоритмов вычисления  $\Lambda$ . Наиболее точный результат достигается при известном операторе эволюции. В этом случае процедура вычисления  $\Lambda$  начинается с того, что производится численное решение динамических уравнений на интервале времени, достаточном, чтобы иметь уверенность в выходе траектории на аттрактор. В результате получается некоторая точка фазового пространства  $x_0$ , которая принимается за исходную. Дальнейшая последовательность действий известна как «алгоритм Бенеттина» [2].

Задаётся некоторая малая величина  $\epsilon$  и интервал времени  $T$ , затем численно решаются уравнения динамики на этом интервале. В результате получают вектор состояния (полученный при движении из исходной точки  $x_0$ ) и вектор его возмущения (начало движения отлично от исходной точки на  $\epsilon$ ) в момент времени  $T$ . Далее переопределяют этот вектор так, чтобы его направление осталось тем же, а норма стала равна исходному значению  $\epsilon$ , и процедура повторяется. Если начальная точка  $x_0$  может рассматриваться как лежащая на типичной траектории в аттракторе, и начальное возмущение задано наугад, то эволюция амплитуды возмущения будет определяться старшим ляпуновским показателем [3].

При реализации алгоритма на основе совместного решения исходных уравнений системы и уравнений в вариациях нет жёстких ограничений на выбор параметров  $\epsilon$  и  $T$  в отличие от случая, когда исходные данные представлены временным рядом.

Метод расчёта по реализации использует ту же идеологию, но теперь возникает дополнительная сложность: нет возможности произвольным

образом задавать вектор возмущения. Поскольку анализируется неустойчивость траекторий в фазовом пространстве, на первом этапе процедуры расчёта показателя нужно осуществить реконструкцию траектории в фазовом пространстве (в данной работе для этого использовался метод запаздывания). Вектор возмущения не может быть выбран строго в заданном направлении, и новую точку приходится брать там, где её удаётся найти, что приводит к появлению ошибки ориентации. Далее по аналогии со стандартным алгоритмом проводятся перенормировки вектора возмущения, и последовательность действий повторяется заданное число раз. Поскольку вычисление старшего ляпуновского показателя данным методом предполагает реконструкцию аттрактора, результат расчёта данной величины будет зависеть от качества реконструкции, что приводит к появлению дополнительных параметров численной схемы – размерности пространства вложения, задержки, а неправильный выбор параметров  $\epsilon$  и  $T$  существенно влияет на результат вычислений.

Важным является вопрос о выборе способа перенормировки, которая может осуществляться после достижения определённого расстояния между траекториями, либо через фиксированные интервалы времени, а также возможна комбинация этих двух способов. В любом случае при выборе параметров алгоритма приходится искать компромисс: слишком частые перенормировки приводят к увеличению ошибок ориентации, слишком редкие – позволяют увеличиваться вектору возмущения, выходя за рамки линейного приближения. Метод перенормировок при достижении фиксированного расстояния между траекториями эффективен для достаточно однородных аттракторов, когда зависимость от выбора точки на нём не слишком сильная. Если анализируются неоднородные аттракторы, то предпочтительнее оказывается метод перенормировок через фиксированные промежутки времени [4]. Именно этот метод был выбран в данной работе для проверки точности алгоритма вычисления старшего ляпуновского показателя по скалярным временным рядам.

Для тестирования методов были выбраны следующие хорошо изученные эталонные нелинейные системы (генераторы Анищенко–Астахова, Кияшко–Пиковского–Рабиновича, автогенератор с 1.5 степенями свободы, системы Рёсслера и Лоренца). Старший ляпуновский показатель был вычислен для каждой из систем по известным операторам эволюции, полученные значения были приняты как истинные. Параметры систем были выбраны из расчёта, что изучаемые системы находятся в хаотическом режиме, то есть  $\Lambda$  оказывался больше нуля. Далее старший ляпуновский показатель был рассчитан для скалярных временных рядов, полученных из этих же эталонных систем, и исследовалась зависимость значения  $\Lambda$  от параметров метода: чис-

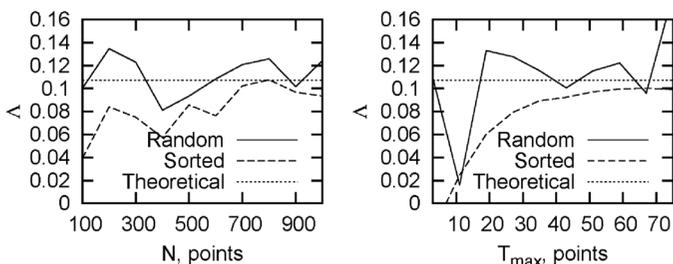


Рис. 1. Зависимость старшего ляпуновского показателя от параметров метода его вычисления на примере системы Рёсслера

ла усредняемых ляпуновских показателей  $N$  и предположительного времени разбегания траекторий  $T_{\max}$ . Помимо выбора параметров метода вычисления  $\Lambda$  большое значение имеет то, как именно выбираются точки  $x_0$ , что отражено на рисунке. Кривая «Random» соответствует случаю, когда исходные точки для расчёта  $\Lambda$  выбираются случайно на всей длине ряда, а «Sorted» – когда отдельно запоминаются амплитуды возмущений, которые затем сортируются по возрастанию и для вычисления старшего ляпуновского показателя используется только их часть. Линия, обозначенная на рисунке «Theoretical» соответствует истинному значению  $\Lambda$  для данной системы.

В результате было показано, что при использовании сортирующего метода расчёта старшего ляпуновского показателя по скалярному временно-му ряду при увеличении  $N$  и  $T_{\max}$  наблюдается сходимость результатов к истинному значению  $\Lambda$ .

*Работа поддержана РФФИ (грант № 14-02-00492) и Грантом Президента РФ для поддержки ведущих научных школ № НШ-1726.2014.2.*

### Библиографический список

1. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с.
2. Benettin G. et. al. Lyapunov characteristic exponent for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: A method for computing all of them. Pt. 1, 2 //Mechanica. 1980. Vol. 15, №. 1. P. 9–20; 21–30.
3. Кузнецов С.П. Динамический хаос: Курс лекций. М.: Физматлит, 2001. 356 с.
4. Павлов А.Н., Павлова О.Н. Методы анализа сложных сигналов: Учебное пособие. Саратов: Изд-во «Научная книга», 2011. 126 с.

**Научный руководитель:** Сысоев И.В., .

## РАЗРУШЕНИЕ КОНСЕРВАТИВНОЙ ДИНАМИКИ В ФАЗОВЫХ УРАВНЕНИЯХ ДЛЯ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ПРИ НАРУШЕНИИ СИММЕТРИИ

*Чекмарева А.Ж., студентка 3 курса ФНП СГУ*

Известно [1,2], что если уравнения, задающие обратимую диссипативную потоковую систему, обладают определенной симметрией, т.е. инвариантны относительно некоторого преобразования координат, то в ней возможно наблюдение консервативной динамики. Одним из примеров таких систем является рассмотренная в работе [3] система фазовых уравнений, описывающих динамику цепочки связанных осцилляторов:

$$\dot{\psi}_k = \Delta_k + \varepsilon f(\psi_{k-1}) + \varepsilon f(\psi_{k+1}) - 2\varepsilon f(\psi_k), \quad k = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где  $\psi_k$  – разность фаз соседних осцилляторов, а  $f(\psi)$  – функция связи. В частности, в случае четырех связанных осцилляторов система инвариантна относительно преобразования

$$\psi_k \rightarrow \pi - \psi_{n-k}, \quad (2)$$

если функция связи содержит только нечетные гармоники.

Целью настоящей работы является исследование изменений, происходящих в структуре фазового пространства при разрушении симметрии. Для этого функцию связи была выбрана в виде:

$$f(\psi) = \sin \psi + (A - d) \sin 3\psi + d \sin 2\psi, \quad (3)$$

где параметр  $d$  управляет степенью нарушения симметрии. Система уравнений (1) для четырех осцилляторов принимает вид:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= 1 - 2\varepsilon(\sin \psi_1 + (A - d) \sin 3\psi_1 + d \sin 2\psi_1) + \\ &\quad + \varepsilon(\sin \psi_2 + (A - d) \sin 3\psi_2 + d \sin 2\psi_2), \\ \dot{\psi}_2 &= 1 - 2\varepsilon(\sin \psi_2 + (A - d) \sin 3\psi_2 + d \sin 2\psi_2) + \\ &\quad + \varepsilon(\sin \psi_1 + (A - d) \sin 3\psi_1 + d \sin 2\psi_1) + \\ &\quad + \varepsilon(\sin \psi_3 + (A - d) \sin 3\psi_3 + d \sin 2\psi_3), \\ \dot{\psi}_3 &= 1 - 2\varepsilon(\sin \psi_3 + (A - d) \sin 3\psi_3 + d \sin 2\psi_3) + \\ &\quad + \varepsilon(\sin \psi_2 + (A - d) \sin 3\psi_2 + d \sin 2\psi_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Исследование динамики проводилось при помощи численного построения фазовых портретов в сечении Пуанкаре, причем в качестве секущей использовалась плоскость симметрии  $\psi_2 = \pi/2$  (рис. 1). Хорошо видно, что при наличии симметрии ( $d = 0$ , рис. 1, а) вид фазового портрета действительно соответствует консервативной динамике, а траектории симметричны относительно линии  $\psi_1 + \psi_3 = \pi$ , также отмеченной на рис. 1.

При увеличении параметра  $d$ , что соответствует разрушению симметрии, на фазовом портрете появляются устойчивые инвариантные множества, которые преимущественно являются устойчивыми  $n$ -циклами типа «фокус» (рис. 1, б, в), причем время, затрачиваемое для конденсации на эти множества, значительно уменьшается с увеличением степени нарушения симметрии  $d$ . Вместе с тем в определенном, довольно узком интервале значений параметра  $d$  наблюдается устойчивое множество более сложной структуры (рис. 1, в).

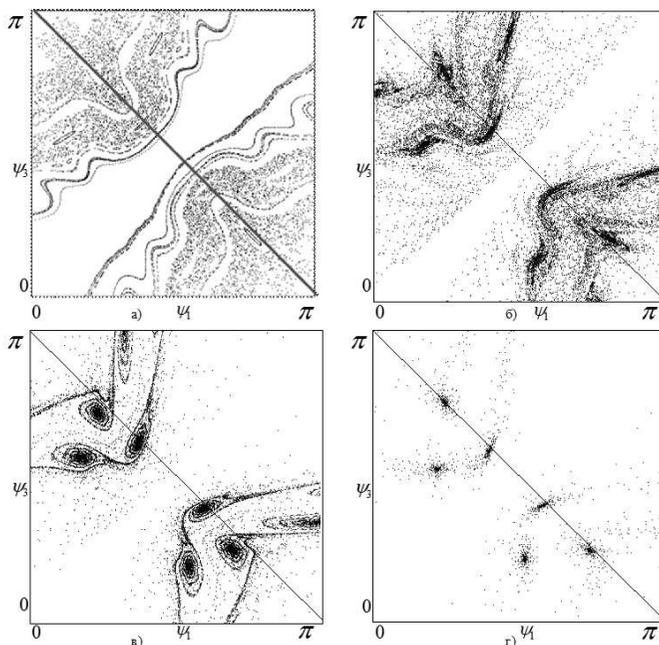


Рис. 1. Фазовые портреты системы (4) при:  $A = 0.2$  и различных значениях  $d$ : а)  $d = 0.0$ ; б)  $d = 0.05$ ; в)  $d = 0.17$ ; г)  $d = 0.2$

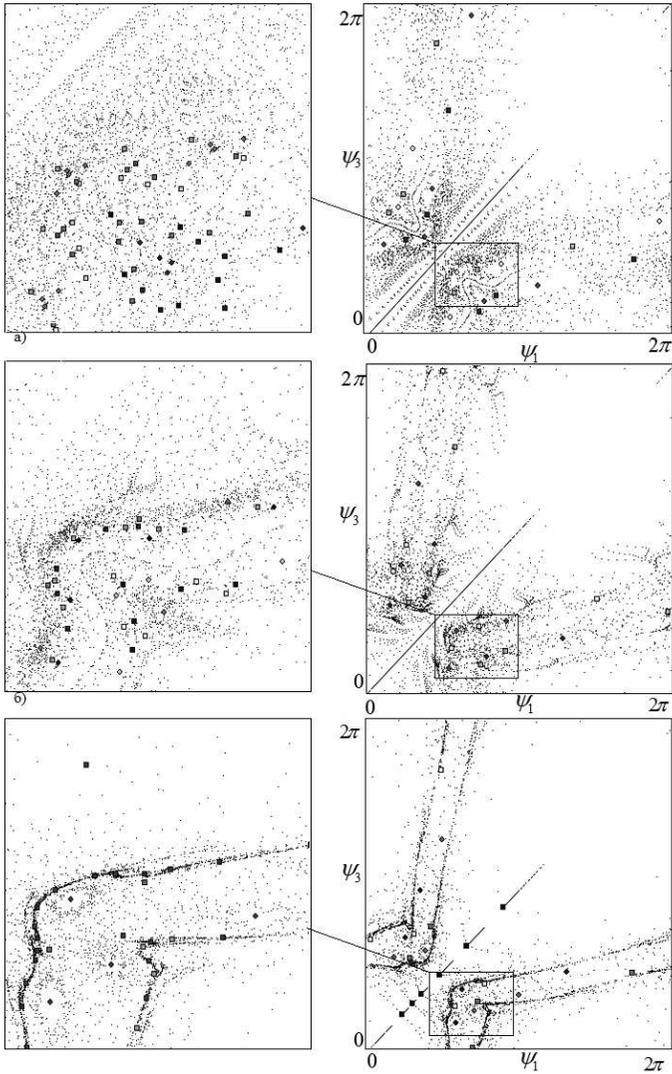


Рис. 2. Фазовые портреты системы (4) (слева) и их увеличенные фрагменты (справа) при:  $A = 0.2$  и различных значениях  $d$ : а)  $d = 0.01$ ; б)  $d = 0.14$ ; в)  $d = 0.16$ . Элементы устойчивых циклов обозначены кружками, неустойчивых – квадратами

Для более подробного исследования динамики был проведен численный поиск устойчивых и неустойчивых циклов различных периодов, существующих в данной системе. Полученные точки нанесены на фазовые портреты на рис. 2.

Обнаружено, что для данной системы характерно существование устойчивых циклов различных периодов (5, 6, 7, 11) в ограниченных интервалах изменения параметра  $d$ , причем интервалы существования циклов различных периодов перекрываются весьма незначительно.

На рис. 2, в видно, что в области существования аттрактора в виде сложной кривой устойчивые и седловые циклы расположены в его малой окрестности. Это позволяет предположить, что механизм образования этой кривой связан с нелокальными бифуркациями существующих в окрестности седловых циклов инвариантных множеств. Для проверки этого предположения требуются, однако, дополнительные исследования.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-02-31064) и президентской программы поддержки ведущих научных школ НШ-1726.2014.2.*

### **Библиографический список**

1. Lamb J.S. W. and Stenkin O.V. //Nonlinearity, 2004, vol.17, no.4, p. 1217.
2. Delshams A. et al. //Nonlinearity, 2013, vol.26, no.1, p. 1.
3. D. Topaj, A. Pikovsky //Physica D, 170 (2002), p.118.

**Научные руководители:** Савин А.В., к.ф.-м. н., доцент кафедры нелинейной физики ФНП СГУ; Кузнецов А.П., д. ф.-м. н., зав. базовой кафедрой динамических систем СГУ.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ С ДИСПЕРСИЕЙ

*Терентюк А.Г., магистрант 1 курса ФНП, СГУ*

Одним из механизмов, приводящих к возникновению сложной динамики в различных нелинейных средах с дисперсией, является модуляционная неустойчивость (МН), которая играет важную роль в гидродинамике, радиофизике, нелинейной оптике, физике плазмы и др. [1]. МН заключается в том, что периодическая волна оказывается неустойчивой относительно пространственных и/или временных модуляций. Развитие МН обычно приводит на сильно нелинейной стадии к образованию солитонов огибающей. В работах [2,3] на примерах модельных уравнений типа нелинейных уравнений Шрёдингера и Клейна–Гордона было показано, что определяющим фактором образования солитонов является характер МН: является ли она абсолютной или конвективной, причем переход от конвективной неустойчивости к абсолютной происходит в окрестности критической частоты, где групповая скорость мала.

В настоящей работе изучается генерация солитонов огибающей в одномерной нелинейной диэлектрической среде с материальной дисперсией. Проводится численное моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD) с использованием свободно распространяемого программного пакета МЕЕР [4]. Параметры, используемые в численном моделировании, соответствуют реальному диэлектрику, а именно кварцевому стеклу. Нелинейность и дисперсия учитываются следующим образом:

$$D = P + \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi_3 |E|^2 E,$$

где  $D$  – величина индукции электрического поля,  $E$  – продольная компонента напряженности поля,  $P$  – поляризация,  $\chi^{(3)}$  – нелинейная добавка к значению диэлектрической проницаемости.

В ходе численного эксперимента, проводимого с помощью программы МЕЕР, для одномерной модели нелинейной диэлектрической среды был проведен анализ различных режимов распространения электромагнитных сигналов, частоты которых лежали как в полосе пропускания, так вне нее. В одномерном приближении считалось, что поле имеет только продольную

компоненту  $E_z$ , и рассматривалось возбуждение гармоническим сигналом вида  $E_z(z=0) = E_{z0} \exp(-i\omega t)$ . Основное внимание уделялось явлению смены характера модуляционной неустойчивости с конвективной на абсолютную при увеличении амплитуды входного сигнала.

Были выбраны значения параметров, которые соответствуют кварцевому стеклу [7]: собственная частота  $f = 0.1064 \cdot 10^{14}$  Гц; параметр, характеризующий силу резонанса  $\sigma = 0.663$ . Исходя из этих параметров верхняя граница полосы непропускания будет на частоте:  $f_c = 0.123 \cdot 10^{14}$ . Далее будем указывать значения всех величин в безразмерных единицах программного пакета МЕЕР. В этих единицах частоты, соответствующие верхней и нижней границе полосы непропускания, равны соответственно 0.123 и 0.1064.

Начнем со случая, когда частота сигнала лежит внутри полосы непропускания ( $f = 0.119$ ), а амплитуда равна  $E_0 = 1$ . На рис. 1, *а* приведена двумерная пространственно-временная диаграмма, на которой оттенки серого соответствуют различным значениям напряженности электрического поля. На рис. 1, *б* эта картина перестроена в виде трехмерного графика: по вертикали отложена величина поля, а по горизонтальным осям – временная и пространственная координаты.

Зависимости, показанные на рис. 1, говорят о том, что сигнал быстро затухает с течением времени и по мере удаления от входа. На рис. 1

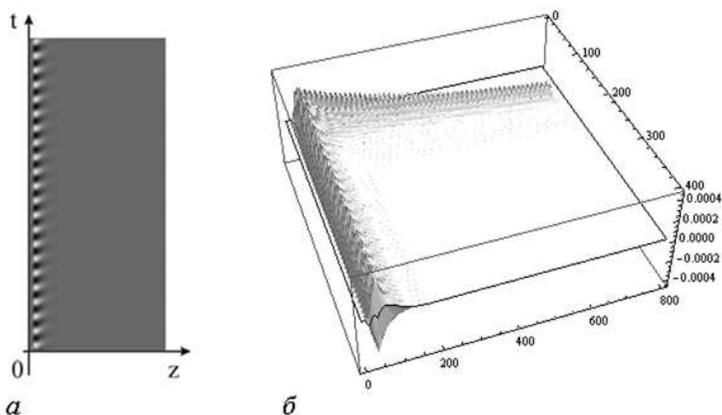


Рис. 1. Двумерная (*а*) и трехмерная (*б*) пространственно-временные диаграммы электромагнитного поля

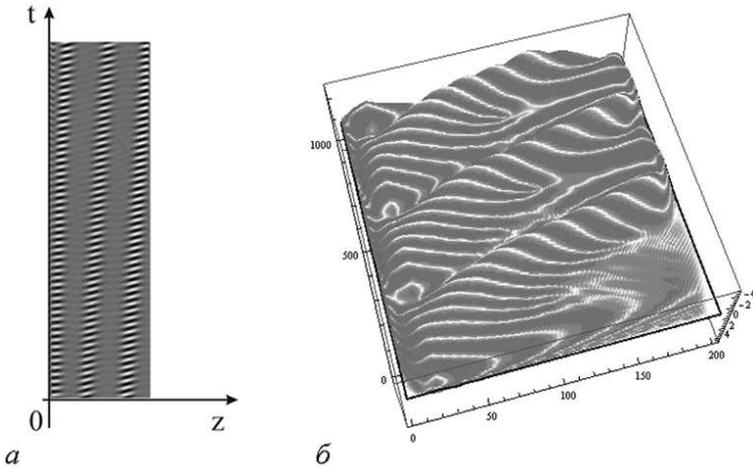


Рис. 2. Двумерная (а) и трехмерная (б) пространственно-временные диаграммы электромагнитного поля в случае абсолютной МН

хорошо видно, что электромагнитное поле локализовано вблизи источника, а распространяться вглубь среды не может.

Далее рассмотрим случай, когда частота лежит вблизи верхней границы области непропускания ( $f = 0.12$  при частоте отсечки  $f_c = 0.123$ ), а амплитуда входного сигнала выбрана достаточно большой:  $E_0 = 2$ . Данный случай соответствует абсолютной МН, приводящей к образованию солитоноподобных структур. На рис. 2 приведены пространственно-временные диаграммы, которые наглядно иллюстрируют образование солитонов огибающей, распространяющихся в пространстве и сохраняющих свою амплитуду с течением времени. Солитоны также видны на рис. 3, на котором приведена зависимость напряженности электрического поля от времени в фиксированной точке пространства.

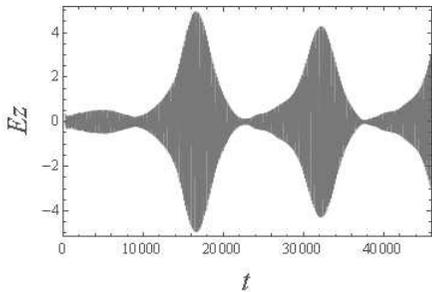


Рис. 3. Зависимость напряженности электрического поля от времени в фиксированной точке пространства

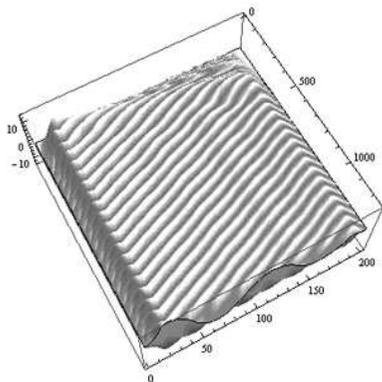


Рис. 4. Трехмерная пространственно-временная диаграмма электромагнитного поля

с течением и по мере удаления от источника осцилляции затухают. В итоге устанавливается режим распространения волны с постоянной амплитудой, который в [6] назван квазилинейным туннелированием.

При увеличении амплитуды входного сигнала происходит переход от абсолютной МН к конвективной, что согласуется с [5]. На рис. 4 приведена пространственно-временная диаграмма для этого случая. Амплитуда сигнала увеличена до  $E_0 = 20$ , остальные параметры те же, что и в предыдущем случае. Видно, что характер распространяющегося сигнала меняется. Хотя на начальной стадии МН приводит к появлению заметных осцилляций огибающей, солитоны не образуются, а

### Библиографический список

1. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М. Мир, 1977.
2. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
3. Dodd R.K., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Morris H.S. Solitons and Nonlinear Wave Equations, Academic Press, London, 1984.
4. Балякин А.А., Рыскин Н.М. // Письма в ЖТФ. 2004. Т.30, № 5. С. 6-13.
5. Balyakin A.A., Ryskin N.M. // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2004. Vol. 7, № 1. P. 34-42.
6. Newell A.C. Nonlinear tunneling // J. Math. Phys. 1978. V. 19, № 5. P. 1126.
7. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика: М.: Мир, 1996. 323 с.

**Научный руководитель:** Рыскин Н.М. заведующий кафедрой нелинейной физики СГУ, д.ф.-м. н., профессор.

## ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ МЕМРИСТОРНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ С ЛИНИЕЙ РАВНОВЕСИЯ

*Аринушкин П.А., студент 4 курса физического факультета СГУ*  
*Корнеев И.А., студент 4 курса физического факультета СГУ*

Гипотеза о существовании четвертого базового радиотехнического элемента (наряду с конденсатором, катушкой индуктивности и резистором) впервые была выдвинута в работе [1], в которой было предложено связать магнитный поток и электрический заряд через несуществующий (на тот момент) элемент – мемристор. Не так давно был создан первый опытный образец мемристора [2], что вызвало всплеск интереса исследователей к вопросам данной тематики. Мемристор интересен не только с точки зрения практического применения, но и с фундаментальной точки зрения, как элемент, особенности которого могут приводить к качественно новым типам поведения динамических систем [3]. Одной из систем, рассмотренных в [3] был колебательный контур с отрицательным сопротивлением и мемристором, модель которого описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - W(z)x), \\ \dot{y} = -\xi x + \beta y, \\ \dot{z} = x, \\ W(z) = \begin{cases} G_1, & |z| < 1, \\ G_2, & |z| > 1. \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) есть система с линией равновесия, т.к. она имеет бесконечное число неподвижных точек, расположенных на линии  $x = y = 0$ ,  $z = \text{const}$  ( $z \in [-\infty; \infty]$ ). Для системы (1) нетрудно получить характеристическое уравнение:  $\lambda^3 + (\alpha W(z) - \beta)\lambda^2 + \alpha(\xi - \beta W(z))\lambda = 0$ . Пусть  $\alpha = \beta = 1$ , тогда корни характеристического уравнения

$$\begin{cases} \lambda_{1,2} = \frac{-(W(z) - \beta) \pm \sqrt{(W(z) + \beta)^2 - 4}}{2}, \\ \lambda_3 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Таким образом, одно из собственных значений всех точек равновесия всегда равно нулю, а два других зависят от параметров и положения точки

на оси  $OZ$  (координаты  $z$ ). Из (2) следует, что те состояния равновесия, для которых  $\beta < W(z)$ , являются устойчивыми, а те, для которых  $\beta > W(z)$ , – неустойчивы. Параметры  $G_1$ ,  $G_2$  системы (1) есть безразмерные проводимости в двух состояниях, определяемых значением  $z$ . Пусть  $G_1 < G_2$ : тогда при  $\beta < G_1$  все соотношения равновесия устойчивы; при  $\beta > G_2$  все они неустойчивы; в интервале  $G_1 < \beta < G_2$  неустойчивыми является только точка с координатой  $z$ , принадлежащей отрезку  $z \in (-1; 1)$ . При граничных значениях  $z = \pm 1$  возникает бифуркация Андронова–Хопфа без параметра [4,5], происходящая при фиксированных значениях параметров. Таким образом, в области значений  $G_1 < \beta < G_2$  в фазовом пространстве системы существует аттрактор, состоящий из непрерывного множества замкнутых кривых, образующих двумерную поверхность (наподобие волчка), и множества устойчивых неподвижных точек, для которых  $|z| > 1$ . Все траектории в фазовом пространстве притягиваются к этому аттрактору, а именно, к одной из замкнутых кривых на его поверхности или к точке на оси  $OZ$ , в зависимости от начальных условий (рис. 1, *a*). То есть при постоянных параметрах, меняя только начальные условия, можно получить различные установившиеся режимы поведения: либо точку равновесия, либо периодические колебания с различными амплитудами. Не будем подробно останавливаться на устройстве данного аттрактора, уже описанного в [6,7]. Приведем только полученные зависимости ляпуновских показателей траекторий с заданными начальными условиями от управляющего параметра  $\beta$  (рис. 2, *a, б, в*). Из приведенных на этом рисунке графиков видно, при  $\beta = 0.02$  имеет место изменение сигнатуры спектра ляпуновских показателей:  $(0, -, -) \rightarrow (0, 0, -)$ ,

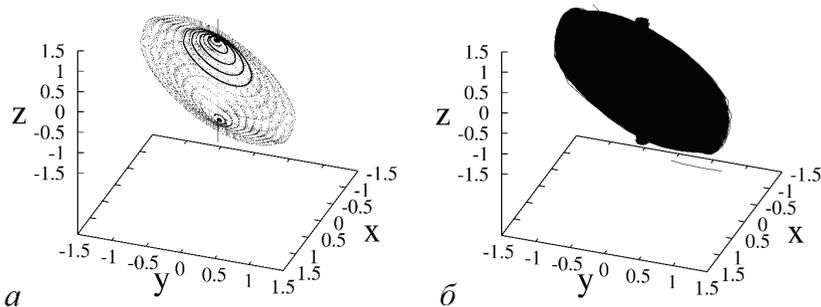


Рис. 1. (*a*) Аттрактор системы (1) при значениях параметров  $\alpha = \xi = 1$ ,  $G_1 = 0.02$ ,  $G_2 = 2$ ,  $\beta = 0.1$ . На аттракторе изображены несколько замкнутых кривых, полученных для различных начальных условий (черные сплошные кривые); (*б*) траектория в фазовом пространстве системы (1) с аддитивным источником белого гауссова шума интенсивности  $D = 0.001$  в первом уравнении

что связано с бифуркацией Андронова–Хопфа при изменении параметра  $\beta$ . Причем бифуркацию одновременно претерпевают все точки равновесия, лежащие на оси  $OZ$  в пределе  $-1 < z < 1$ . При этом сохраняется нулевым ляпуновский показатель, характеризующий сжатия или растяжения в среднем вдоль направления оси  $OZ$ .

Отметим также, что две траектории с различными условиями  $z_0$ , накручивающиеся на две замкнутые кривые различного размера, характеризуются одними и теми же ляпуновскими показателями.

Расчет средней дивергенции вектора фазовой скорости вдоль траекторий показал, что для всего множества траекторий при  $G_1 < \beta < G_2$  дивергенция является отрицательной при любых начальных условиях, что свидетельствует о существовании аттрактора в фазовом пространстве системы (1).

Теперь рассмотрим вопрос влияния случайных воздействий на поведение исследуемой системы. Для этого добавим в первое уравнение системы (1) источник гауссова белого шума  $\eta(t) = \sqrt{2D}n(t)$ , где  $n(t)$  – нормированный источник ( $\langle n(t) \rangle = 0$ ,  $\langle n(t)n(t + \tau) \rangle = \delta(\tau)$ , где  $\delta(\tau)$  – функция Дирака), а  $D$  – константа, задающая интенсивность шума. Наличие шума приводит к возникновению эргодических стохастических траекторий. Каждая траектория, независимо от начальных условий, заполняет в фазовом пространстве некоторую область в окрестности аттрактора, описанного выше (рис. 1, б). Кроме того, вероятностное распределение динамических переменных с ростом времени наблюдения «размазывается» и не стремится к стационарному. Такое поведение объясняется неограниченностью аттрактора в фазовом пространстве (аттрактор включает две бесконечные полупрямые на оси  $OZ$ ) и отсутствием в среднем сжатия вдоль направления  $z$ . Отсутствие стационарного распределения не позволяет говорить об аттракторе в системе при наличии сколь угодно малого белого гауссова шума. Так как

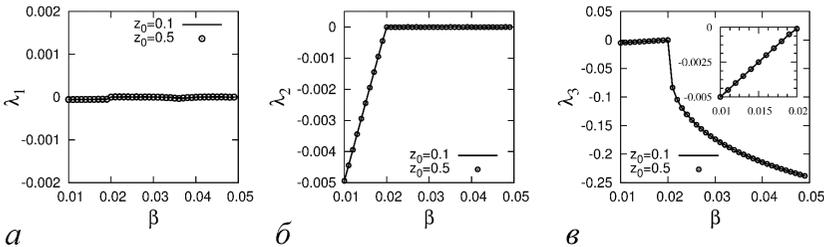


Рис. 2. Ляпуновские показатели  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  системы (1) для двух траекторий с заданными начальными условиями:  $x_0 = y_0 = 0.5$ ,  $z_0$  указан на графике при  $\alpha = \xi = 1$ ,  $G_1 = 0.02$ ,  $G_2 = 2$

в реальных системах любой природы наличие шума неизбежно, можно сделать вывод о нереализуемости описанного аттрактора на практике. Однако при очень малом шуме не исключена возможность наблюдения траекторий, принадлежащих аттрактору, на достаточно длительных интервалах времени. Окончательный ответ на вопрос о физической реализуемости описанного выше поведения может дать только попытка изучения системы (1) в натурном радиофизическом эксперименте, что является предметом дальнейших исследований.

*Работа поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках гос. задания (код проекта 1008).*

### **Библиографический список**

1. *L.O. Chua*, Memristor – the missing circuit element // *EEE Transactions on Circuit Theory*. 1971. Vol. CT-18(5). pp. 507–519.
2. *D.B. Strukov, G.S. Snider, D.R. Stewart, and R.S. Williams*, The missing memristor found // *Nature*. 2008. Vol.453. pp. 80–83.
3. *M. Itoh, L.O.Chua*, Memristor oscillators // *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 18, No. 11 (2008). pp. 3183–3206.
4. *R. Riaza*, Manifolds of equilibria and bifurcations without parameters in memristive circuits // *SIAM J. Appl. Math.* 2012. Vol. 72(3). pp. 877–896.
5. *B. Fiedler, S. Liebscher, and J.C. Alexander*, Generic Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters: I. Theory // *J. Differential Equations*. 2000. Vol.167. pp. 16–35.
6. *V.A. Botta, C. Néspoli, M. Messias*, Mathematical analysis of a third-order memristor-based Chua’s oscillator // *TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.* 2011. Vol. 12(2). pp. 91–99.
7. *M. Missias, C. Néspoli, V.A. Botta*, Hopf bifurcation from lines of equilibria without parameters in memristor oscillators // *Int. J. Bifurcation and Chaos*. 2010. Vol. 20( 2). pp. 437–450.

**Научные руководители:** *Вадивасова Т.Е.*, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики физического факультета СГУ; *Семенов В.В.*, инженер учебной лаборатории радиофизики физического факультета СГУ.

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РЕЗАНИИ

*Гришианов И.А., аспирант кафедры ПТК СГТУ*

Важной проблемой в машиностроении является назначение оптимального управляющего воздействия при резании. Современные многокоординатные мехатронные станочные системы с ЧПУ представляют собой сложные многоконтурные динамические системы (ДС). Отдельные процессы этих систем являются нестабильными или нестационарными [1]. При чистовой обработке на качество формообразования наибольшее влияние оказывает сочетание динамических параметров (скорость резания, продольная и поперечная подачи). Вследствие различных процессов, протекающих при функционировании станка, его динамическое состояние изменяется. Математические модели этих процессов сложны, и получить значения коэффициентов не всегда представляется возможным. Даже если возможно получить эти данные для мгновенного значения, то при эксплуатации оборудования они в связи с изнашиванием станка, инструмента или тепловыми деформациями изменяются, так как процесс резания является нелинейным (рис. 1). Соответствующие уравнения движения динамической системы резания имеют вид [2].

Проведенные экспериментально-аналитические исследования при квазистационарном резании и при резании со значимыми возмущениями показали, что зарегистрированный с виброакустических акселерометров сигнал в первую очередь необходимо проверить на информативность, то есть убедиться, что он не является шумом. Наилучший результат такой проверки показал стандартный критерий статистической проверки гипотез – «критерий инверсии». В частотном спектре колебаний присутствуют как значимые амплитуды сигнала (несущие информацию о процессе резания), так и амплитуды незначимые (шум), в которых эта информация либо представлена неявно, либо совсем отсутствует. Задача разделения спектра на значимые и незначимые амплитуды была решена с использованием непараметрического метода, который в разведочном анализе носит название «ящик с усами» [3].

Суть заключается в определении медианы, нижней и верхней квартилей, а также межквартильного размаха, упорядоченного по возрастанию спектра. Нижняя квартиль ( $C_1$ ) – это медиана от первой амплитуды упо-

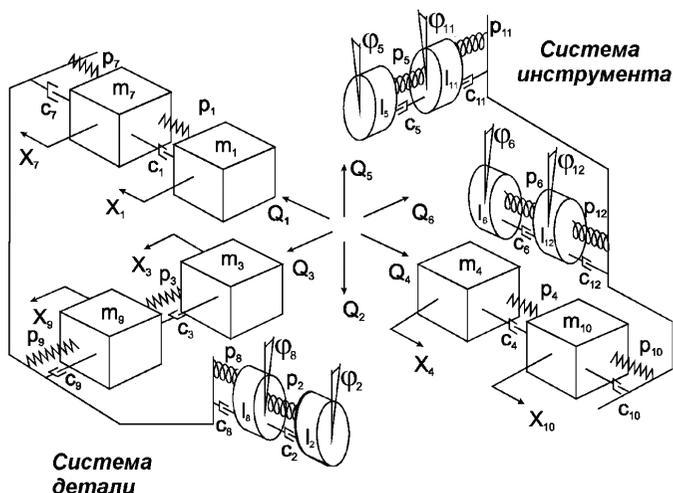


Рис. 1. Модель динамики резания.  $P_i$  – жесткость узла станка, детали и инструмента,  $m_i$  – массы узла станка, инструмента и детали,  $I_i$  – моменты инерции узлов станка, инструмента и детали,  $C_i$  – диссипативные характеристики,  $x_i, \varphi_i, Q_i$  – обобщенные силы, формируемые процессом резания

рядоченного спектра до медианы всего ряда включительно, верхняя квартиль ( $C_2$ ) – это медиана от медианы всего ряда до максимальной амплитуды упорядоченного спектра включительно. Расстояние от нижней квартили до верхней равно межквартильному размаху ( $\Delta C$ ), который вычисляется как разность верхней и нижней квартилей  $\Delta C = C_2 - C_1$ . Шаг размаха –  $1.5\Delta C$ . Барьеры определяются по формулам:  $\delta_1 = C_2 + \Delta C$  или  $\delta_2 = C_2 + 2\Delta C$  [4].

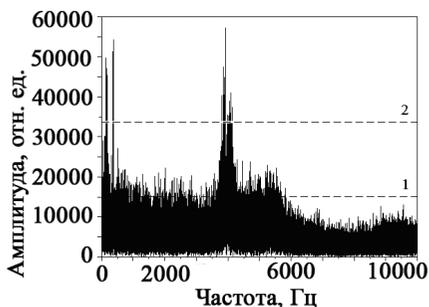


Рис. 2. Иллюстрация определения значимых амплитуд: 1 – барьер  $\delta_1$ ; 2 – барьер  $\delta_2$

Амплитуды спектра, не входящие в границу барьера  $\delta_1$ , носят случайный характер, и будут включены в знаменатель критерия. Амплитуды спектра, выходящие за границы барьера  $\delta_1$ , вносят неслучайное начало в распределение данных спектра колебаний упругодиссипативной станочной системы (рис. 2). В связи с этим его можно трактовать как предельно допустимое значение амплитуды случайного процесса. Амплитуды, имеющие величину больше его



Рис. 3. Функциональное представление элементов типового соединения ДС

значения, будут являться выбросами, включаемыми в числитель критерия  $St$ . С целью первичной идентификации причин изменения состояния станка барьер  $\delta_2$  может использоваться для выделения амплитуд, значения которых на фоне остальных значимых являются аномальными.

Для оценки динамического качества станка в реальном времени, наиболее перспективным видится критерий соотношения значимых и незначимых амплитуд в спектре колебаний инструмента относительно заготовки [1]. При рассмотрении типового соединения «линейный элемент – нелинейный элемент» (рис. 3) было установлено, что в процессе резания сигнал, который подается на вход динамической системы, проходит множество таких соединений и в результате претерпевает как фазовые изменения, так и амплитудные.

Эти изменения происходят из-за перетекания энергии колебаний из низкочастотной области в высокочастотную область. При этом не происходит концентрации энергии на резонансной частоте линейного элемента, так как степень перетекания энергии характеризуется свойствами нелинейного элемента. Исходя из этого, энергия распределяется по всему спектру частот. Эффект перетекания энергии возникает в связи с рассеиванием энергии, которая идет на поддержание колебательного процесса, то есть он тесно связан с диссипативными свойствами динамической системы [4,5].

Количественно оценка влияния нелинейного элемента может быть представлена в виде выражения

$$St = \sum_{i=1}^n (Amp_i - M)^2 / \sum_{j=1}^m Amp_j, \quad (1)$$

где  $Amp_j$  – амплитуды на значимых частотах спектра,  $Amp_i$  – остальные амплитуды спектра. Диссипативные свойства системы в направлении рассеивания энергии тем выше, чем меньше значение  $St$ -критерия, то есть при оценивании необходимо чтобы  $St \rightarrow \min$  [3]. Данный критерий показывает, равномерность распределения энергии колебаний по спектру. В ходе эксперимента было доказано, что критерий  $St$  «чувствует» поломку реза до ее наступления, что, несомненно, является доказательством целесообразности его применения в оценивании качества динамических колебаний при резании (рис. 4).

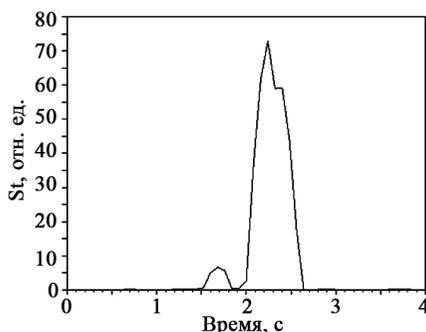


Рис. 4. Реакция критерия  $St$  на поломку режущего инструмента

Результаты экспериментальной апробации процедур и критериев для идентификации качества динамических процессов как в режиме поиска наилучшего состояния процесса резания, так и в режиме наблюдений за ним, подтвердили информационную мощность  $St$ -критерия и показали принципиальную возможность применения их в составе программно-математического комплекса для станков с ЧПУ, с целью повышения эффективности решения задач управления.

*Работа поддержана грантом фонда содействия развития малых форм предприятий в научно-технической сфере в рамках программы «УМНИК 1-14-11».*

### Библиографический список

1. Бржозовский Б.М., Бровкова М.Б., Мартынов В.В. и др. / под ред. Б.М. Бржозовского и В.В. Мартынова. Статистическое оценивание нелинейных процессов в мехатронных станочных системах: Монография. Саратов: Издательский дом «Райт-Экспо», 2013. 160 с.
2. Свиридов С.В. Обоснование и разработка программно-математического комплекса идентификации качества динамических процессов при резании в автоматизированном режиме: канд. Технические наук. СГТУ имени Гагарина Ю.А., Саратов 2013.
3. Каримов Р.Н. Обработка экспериментальной информации. Ч.1. Разведочный анализ. Анализ качественных данных / Р.Н. Каримов. Саратов: СГТУ, 2002. 112 с.
4. Бржозовский Б.М., Мартынов В.В., Бровкова М.Б., Карпов А.Н. Обеспечение качества чистовой токарной обработки на основе учета динамического состояния оборудования. М.: Minatom, 1999. №3(290). С.20.
5. Бржозовский Б.М. Динамический мониторинг технологического оборудования / Б.М. Бржозовский, В.В. Мартынов, И.Н. Янкин, М.Б. Бровкова. М.: СГТУ, 2008. 312 с.

**Научный руководитель:** Бржозовский Б.М., д.т.н., профессор кафедры ПТК СГТУ.

## Содержание

<b>Рабочая программа</b> .....	4
--------------------------------	---

### **Наука – образованию**

<i>Кузнецов А.П.</i> Несколько слов о лекциях молодых исследователей .....	9
<i>Ковылов Н.Б.</i> Кажущиеся парадоксы в гидравлике .....	11
<i>Ковылов Н.Б.</i> Колесо и рычаг в технике .....	16
<i>Аникин В.М., Измайлов И.В., Поызнер Б.Н.</i> Диссертанту о воспринимаемости, числовой оценке и защите научных результатов ...	22
<i>Гусякова О.И., Левин Ю.И.</i> Джеймс Клерк Максвелл: две знаменательные даты .....	34

### **Окно в науку**

<i>Беляева В.О.</i> Зеркала .....	64
<i>Горенков М.</i> Трудно ли плыть в вязкой жидкости? .....	67
<i>Ростунцова А.А.</i> Исследование эффективности использования гидропаровой турбины в электрогенерирующих установках .....	74

### **Нелинейные явления в радиофизике и электронике**

<i>Фадеев А.А.</i> Нанозмиттер на основе углеродных нанотрубок .....	79
<i>Якунина К.А.</i> К теории синхронизации гиротрона в режиме жесткого возбуждения .....	83
<i>Белов К.В.</i> Компьютерное моделирование нелинейных нестационарных процессов в двухкаскадном клистронном генераторе ...	86
<i>Асанов К.Р.</i> Полимеризация графеновых чешуек внутри углеродной нанотрубки .....	90
<i>Гиревой Р.А.</i> Численное моделирование пятирезонаторного клистрона с одно- и двухзачерными резонаторами .....	93
<i>Шихматова В.В.</i> Исследование распространения электромагнитных волн в плоскостойких структурах с метаматериалом .....	97
<i>Тышкун А.В.</i> Стабилизация частоты генератора запаздывающим отражением от нагрузки .....	102
<i>Мельникова М.М.</i> Влияние отражений на динамику простых моделей многомодового гиротрона .....	106

<i>Стародубова Е.Н.</i> Исследование процессов синхронизации многомодовой автоколебательной системы . . . . .	110
<i>Матвеев О.В.</i> Управление запрещёнными зонами в слоистой структуре магнетонный кристалл – сегнетоэлектрик – магнетонный кристалл . . . . .	1114
<i>Бубликов К.В., Константинова М.А.</i> Невзаимные эффекты в слоистой структуре феррит-сегнетоэлектрик конечной ширины как результат гибридизации электромагнитных волн . . . . .	119
<i>Уманцева О.В.</i> Синхронизация и переключение мод в резонансной лампе обратной волны . . . . .	122

### **Нелинейная динамика**

<i>Кочанов А.А.</i> Эффекты синхронизации и гашения колебаний в системе двух генераторов ван дер Поля, связанных через диссипативный колебательный контур . . . . .	128
<i>Фельк Е.В.</i> Влияние слабой диссипации на динамику многомерных гамильтоновых систем . . . . .	132
<i>Харченко А.А.</i> Синхронизация элементов сложной сети по интегральным характеристикам . . . . .	135
<i>Андреев А.В.</i> Анализ перехода к хаосу в системе двух ридберговских атомов . . . . .	140
<i>Голова Т.М.</i> Оценка степени регулярности сигнала с помощью расчёта старшего ляпуновского показателя по скалярному временному ряду . . . . .	144
<i>Чекмарева А.Ж.</i> Разрушение консервативной динамики в фазовых уравнениях для системы связанных осцилляторов при нарушении симметрии . . . . .	147
<i>Герентюк А.Г.</i> Численное моделирование модуляционной неустойчивости электромагнитных волн в нелинейной диэлектрической среде с дисперсией . . . . .	151
<i>Аринушкин П.А., Корнеев И.А.</i> Особенности динамики мемристорных генераторов с линией равновесия . . . . .	155
<i>Гришанов И.А.</i> Статистическое оценивание динамических квазистационарных процессов при резании . . . . .	159