

НЕЛИНЕЙНЫЕ
ДНИ
В САРАТОВЕ
ДЛЯ МОЛОДЫХ
2009

ФАКУЛЬТЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ
САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА им. Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО
САРАТОВСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ МЕЖДУНАРОДНОГО ИНСТИТУТА
ИНЖЕНЕРОВ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ (ИЕЕЕ)

Научное издание

*К 100-летию Саратовского
государственного университета*

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ – 2009

Материалы научной школы-конференции

Ответственный за выпуск профессор Н.М. Рыскин

Технический редактор Н.Н. Лёвина
Художник Д.В. Соколов

**Нелинейные дни в Саратове
для молодых – 2009**

16–18 ноября 2009

Материалы научной школы-конференции

Подписано к печати 12.07.2010

Формат 60x84 1/16. Бумага Снегурочка. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная.
Усл. печ. л. 9,3(10,0). Уч.-изд. л. 9,0. Тираж 100 экз. Заказ 424.

РИО журнала «Известия вузов. ПНД», 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Отпечатано на ризографе RG 3750 РИО журнала «Известия вузов. ПНД»

Саратов, 2010

УДК 517.9; 530.1
ББК 22.311я43

Н 49 **Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2009**: Сборник материалов научной школы-конференции. Саратов, 16–18 ноября 2009. Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2010. 160 с.
ISBN 978-5-91272-959-1

В настоящий сборник включены материалы традиционной, семнадцатой, школы-конференции по нелинейной динамике и нелинейной физике. Сборник будет интересен как для студентов и аспирантов, так и для преподавателей высших учебных заведений естественно-научных факультетов.

Под редакцией профессора Н.М. Рыскина

УДК 517.9; 530.1
ББК 22.311я43

© РИО журнала
«Изв.вузов. ПНД», 2010
© Д.В. Соколов, 2010

ISBN 978-5-91272-959-1

<i>Литвиненко А.Н.</i> Переключение между мультистабильными состояниями в связанных системах.....	81
<i>Маляев В.С.</i> Анализ возможности оценки параметров зашумленных динамических систем по реализациям колебаний.....	85
<i>Новиков Е.В.</i> О бифуркациях трехмерных отображений.....	90
<i>Слепнёв А.В.</i> Фазовая мультистабильность и влияние локального источника шума в модели автоколебательной среды	94
<i>Соха Ю.И.</i> Гиперхаос в модельной неавтономной системе с каскадной передачей возбуждения по спектру	98

Синхронизация 102

<i>Астахова Е.И.</i> Влияние задержки на режимы фазовой мультистабильности в системе связанных хаотических осцилляторов	103
<i>Семенов В.В., Коблянский С.А.</i> Структура пространства параметров связанных радиотехнических генераторов с предельными циклами	107
<i>Поздняков М.В.</i> Динамика несимметрично связанных универсальных двумерных отображений	111
<i>Савин Д.В.</i> Динамика связанных слабодиссипативных отображений Эно	115
<i>Станкевич Н.В.</i> Генерация и синхронизация квазипериодических колебаний в автономной трехмерной динамической системе	119
<i>Усачева С.А.</i> Синхронизация автогенератора с запаздыванием с нелинейностью типа Кислова–Дмитриева.....	123
<i>Феоктистов А.В.</i> Экспериментальное исследование эффекта внешней синхронизации возбудимых шумом систем	127

Нелинейная физика живых систем и биофизика 131

<i>Анисимов А.А., Назимов А.И., Павлова О.Н.</i> Синхронизация больших ансамблей нефронов на поверхности почки	132
<i>Гасина О.А., Староверов С.А., Соколов О.И., Дыкман Л.А.</i> Использование плазмонно-резонансных частиц и флуоресцентных красителей для светомикроскопических исследований животных клеток	136
<i>Ерохин П.С.</i> Регистрация изменений нормальной и паталогически измененной ткани при воздействии на нее 1% раствора витамина В ₂	140
<i>Назимов А.И.</i> Применение нейросетевого метода для распознавания нейронных спайков	144
<i>Рубан Е.И., Галкин В.М.</i> Взаимодействие процессов регуляции ритма сердца и микроциркуляции крови, имеющих частоту около 0.1 Гц.....	148
<i>Северюхина А.Н.</i> Оптимизация набора базисных функций для временного ряда ЭЭГ во время эпилептического припадка.....	151
<i>Хорев В.С., Киселев А.Р.</i> Исследование взаимодействия низкочастотных ритмов сердечно-сосудистой системы в норме и при патологиях	155

СОДЕРЖАНИЕ

Радиофизика и физика волн	9
<i>Емельянов В.В.</i> Численное моделирование генерации гиперболического хаоса в системе связанных пролетных клистронов.....	10
<i>Волкова Л.Н.</i> Генераторы шумоподобных СВЧ колебаний на основе турбулентных электронных пучков.....	14
<i>Доронин Д.М.</i> Прохождение электромагнитной волны через плоскостойкую структуру с керровской нелинейностью	19
<i>Каретникова Т.А.</i> Теоретическое исследование процессов самовозбуждения и линейного усиления в широкополосных ЛБВ.....	23
<i>Овчинников А.В.</i> Магнитостатические волны в ферромагнитной пленке с периодическими граничными условиями.....	27
<i>Садовников С.А.</i> Экспериментальное исследование характеристик каскадного клистронного автогенератора со встречными электронными потоками.....	31
<i>Садовников А.В.</i> Анализ распространения электромагнитных волн в брэгговской решетке	35
<i>Степанов А.О.</i> Экспериментальное исследование влияния внешних шумов на сложную динамику клистронного автогенератора с запаздывающей обратной связью	39
<i>Постнов Д.Д.</i> Численное исследование динамики стохастических нелинейных систем с использованием аппаратных средств видеокарты....	43
<i>Сысоева М.В.</i> Подбор дальности прогноза и параметров модельного отображения для расчета причинности по Грейнджеру	48
<i>Хандурин А.В.</i> Некогерентный прием сообщений в системе скрытой связи с фрактальной маскировкой	52
<i>Шешукова С.Е.</i> Исследование эффектов самовоздействия волн в ферромагнитных структурах на основе системы связанных нелинейных уравнений Шредингера.....	56
Бифуркации и хаос.....	60
<i>Аржанухина Д.С., Поздняков М.В.</i> Динамика диссипативных модификаций отображения «кот Арнольда».....	61
<i>Астахов О.В.</i> Динамические режимы в ансамблях осцилляторов с древовидной структурой связи	65
<i>Дворак А.А.</i> Расчет относительной метрической энтропии в активной среде с однонаправленной связью.....	69
<i>Круглов В.П.</i> Кольцевой неавтономный генератор гиперболического хаоса.....	73
<i>Кузнецов А.С.</i> Две схемы параметрических генераторов гиперболического хаоса.....	77

Организаторы и спонсоры

- Факультет нелинейных процессов СГУ (ФНП)
- Саратовское отделение Международного Института инженеров по электротехнике и электронике (IEEE)

Программный комитет

- Трубецков Д.И.* **председатель**, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн ФНП СГУ
- Левин Ю.И.* **зам. председателя**, профессор, декан ФНП СГУ
- Шараевский Ю.П.* д.ф.-м.н., заведующий кафедрой нелинейной физики ФНП СГУ
- Рыскин Н.М.* д.ф.-м.н., профессор кафедры нелинейной физики ФНП СГУ
- Савин А.В.* к.ф.-м.н., доцент кафедры нелинейной физики ФНП СГУ

Рабочий организационный комитет

- Трубецков Д.И.* **председатель**, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн ФНП СГУ
- Левин Ю.И., Шараевский Ю.П.* **зам. председателя**, профессор, декан ФНП СГУ
- Шараевский Ю.П.* д.ф.-м.н., заведующий кафедрой нелинейной физики ФНП СГУ
- Рыскин Н.М.* д.ф.-м.н., профессор кафедры нелинейной физики ФНП СГУ
- Савин А.В.* к.ф.-м.н., доцент кафедры нелинейной физики ФНП СГУ
- Марнопольская В.П.* вед. программист ФНП СГУ
- Савин Д.В.* аспирант ФНП СГУ
- Титов В.Н.* к.ф.-м.н., доцент кафедры электроники, колебаний и волн ФНП СГУ

Осенние Школы-конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых» ежегодно организуются факультетом нелинейных процессов Саратовского госуниверситета. Очередная, уже 17-я по счету, Школа прошла в ноябре 2009 года при финансовой поддержке факультета нелинейных процессов и Саратовского отделения Международного института инженеров по электротехнике и электронике (IEEE). Как и все последние годы Школа-конференция проходила в два этапа.

На первом этапе, 16 ноября 2009 года, в пансионате «Сокол» (Саратов) прошел семинар для школьников, в работе которого приняли участие учителя города и области (18 человек) и учащиеся старших классов Саратова, Энгельса, Маркса, Красноармейска (в общей сложности 46 слушателей), преподаватели ФНП СГУ (7 человек). Для школьников были прочитаны лекции, посвященные обзору различных актуальных проблем нелинейной физики, а именно: «Современная картина мира и место нелинейной науки в ней» (Д.И. Трубецков, ФНП СГУ), «Левые среды и нелинейность» (Ю.П. Шараевский, ФНП СГУ). Преподаватель Лицея прикладных наук Г.В. Буров провел мастер-класс «Анализ сложных задач ЕГЭ по физике, части В и С». По традиции был проведен круглый стол, который на этот раз был посвящен проблемам образования в свете текущих реформ и имел название: «Чему мы учим и что из этого получается» (ведущие Д.И.Трубецков и Ю.И. Левин, ФНП СГУ). В ходе двухчасовой дискуссии участники высказали единодушное мнение – реформа российского образования должна быть, но крайне необходимо принимать во внимание, что западные модели образования не всегда подходят для России и в данной ситуации во главе угла должно стоять качество образования, а не процедурные вопросы.

Во второй части 17–18 ноября в СГУ прошла секция студентов, аспирантов и молодых ученых. Были представлены 17 устных и 29 стендовых докладов, тематика которых охватывала как общие вопросы нелинейной динамики, так и приложения к задачам радиофизики, электроники, нелинейной оптики, биофизики. В работе Школы приняли участие 46 представителей различных факультетов СГУ (ФНП, физического факультета, ФНИБМТ), Саратовского филиала ИРЭ РАН, ИБФРМ РАН, и МЭИ (Москва).

В настоящий сборник включены тексты докладов студентов, молодых ученых и инженеров участников школы.

*Рыскин Н.М., профессор факультета нелинейных процессов СГУ
Левин Ю.И., профессор факультета нелинейных процессов СГУ*

Из полученных моделей оценивалась сила воздействия колебательных систем друг на друга. Взаимодействие ритмов с частотой 0.1 Гц, наблюдаемых в последовательности R-R интервалов и кровяном давлении, является двунаправленным. Для этих ритмов характерно наличие связи в обоих направлениях. Показано, что эти ритмы могут быть синхронизованы между собой, что может быть объяснимо с точки зрения само- и взаимной адаптации, как регуляторный механизм стабилизации кровоснабжения организма. Было обнаружено наличие задержки взаимодействующих ритмов, составляющее порядка четверти характерного периода, причём, у людей, имеющих патологии сердечно-сосудистой системы, показатели задержки, синхронизации и направления взаимодействия между системами отлично от наблюдаемых на здоровых испытуемых.

Таблица

Группа	Суммарный процент, %	Задержка, с	Индекс фазовой синхронизации
Здоровые лёжа	37.17	1.23	0.75
Здоровые стоя	41.6	0.55	0.74
Гипертония лежа	29.14	1.5	0.71
Гипертония стоя	30.32	-1.52	0.64
Инфаркт, месяц	23.95	-0.27	0.65

Из таблицы видно, что уровень синхронизации у здоровых испытуемых стабильно выше, чем у страдающих артериальной гипертензией и перенёсших инфаркт миокарда как в случае расчёта суммарного процента, так и в случае индекса фазовой синхронизации. Этот результат может свидетельствовать об ухудшении взаимодействия между низкочастотными колебаниями у людей, имеющих патологии сердечно-сосудистой системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 10-02-00980, и аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (2009-1010 годы), проект № 2.1.1/1738

Библиографический список

1. *A. Stefanovska, M. Bračič* «Physics of the human cardiovascular system» // *Contemp. Phys.* 1999. V. 40. P. 31-55.
2. *M.A. Cohen, J.A. Taylor* «Short-term cardiovascular oscillations in man: Measuring and modeling the physiologies» // *J. Physiol. (London)*. 2002. V. 542. P. 669-683.
3. *M.D. Prokhorov, V.I. Ponomarenko, V.I. Gridnev, M.B. Bodrov, A.B. Bespyatov* «Synchronization between main rhythmic processes in the human cardiovascular system» // *Phys. Rev. E*. 2003. V. 68. 041913.

Коэффициент фазовой синхронизации (1) в зависимости от пробного времени запаздывания отражает преимущественное направление взаимодействия между исследуемыми системами.

$$\rho = \sqrt{\langle \sin(\phi_1(t) - \phi(t - \Delta)) \rangle^2 + \langle \cos(\phi_1(t) - \phi(t - \Delta)) \rangle^2}, \quad (1)$$

где ρ – коэффициент фазовой синхронизации, $\phi_{1,2}$ – мгновенные фазы сигналов, Δ – задержка между сигналами.

Фазовой синхронизацией порядка $n:m$ называется процесс подстройки фаз взаимодействующих колебательных систем, при которой выполняется условие:

$$\Delta\varphi_{n,m}^{1,2}(t) = |n\varphi_1(t) - m\varphi_2(t)| < C, \quad (2)$$

где C – некоторая константа, n и m – целые числа. Согласно определению (1) при наличии фазовой синхронизации зависимость разности фаз $\Delta\varphi_{n,m}^{1,2}$ от времени колеблется вблизи некоторого постоянного значения. Степень синхронизованности анализируемых сигналов оценивалась с помощью расчета интегральной численной меры степени фазовой синхронизованности – «суммарного процента фазовой синхронизации», представляющей собой сумму длин временных интервалов, на которых наблюдается фазовая синхронизация различных порядков $n:m$, отнесённую к длине реализации и выраженную в процентах. Нужно отметить, что при анализе экспериментальных данных, в силу присутствия в сигналах значительных шумов, нестационарностей и переходных процессов, использование определения (2) напрямую для автоматического поиска участков фазовой синхронизации, оказывается нецелесообразным. Необходимо применять специализированные методы.

В нашей работе для автоматического поиска участков фазовой синхронизации был использован следующий метод. Методом построения сглаживающего полинома в скользящем окне строилась производная разности фаз $\Delta\varphi_{n,m}(t)$ по времени. Фазовая синхронизация диагностировалась на временном интервале в случае, если производная, эмпирическая оценка математического ожидания на интервале и величина интервала находились в определённом интервале значений.

Для оценки направления воздействия к рядам исходных данных был применён метод, основанный на моделировании фазовой динамики. Из исходных рядов были выделены фазы с помощью преобразования Гильберта. По фазам сигналов строилась модель фазовой динамики в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_1(t) &= F_1(\phi_1(t), \phi_2(t) + \varepsilon_1(t)), \\ \Delta\phi_2(t) &= F_2(\phi_2(t), \phi_1(t) + \varepsilon_2(t)), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – шумы с нулевым средним.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Секция школьников

16.11.2009

Пансионат «Сокол», Саратов

Трубецков Д.И., член-корр. РАН, профессор, СГУ. Современная картина мира и место нелинейной науки в ней

Шараевский Ю.П. д.ф.-м.н., профессор, СГУ. Левые среды и нелинейность

Мастер-класс для школьников

«Анализ сложных задач ЕГЭ по физике (части В и С)»
(руководитель Буров Г.В., учитель Лицея прикладных наук)

Круглый стол «Чему мы учим и что из этого получается»
(ведущие Трубецков Д.И., Левин Ю.И.)

Подведение итогов семинара: дискуссия

Закрытие семинара

Секция студентов, аспирантов и молодых ученых

17.11.2009

Устные доклады

8-й корп. СГУ, ауд. 53

Шешукова С.Е., ФНП, аспирант. Эффекты автомодуляции магнитостатических волн в структуре из двух ферромагнитных пленок

Садовников А.В., ФНП, аспирант. Микроструктурированные оптические волокна с низким перепадом коэффициента дисперсии

Степанов А.О., ФНП, магистратура. Экспериментальное исследование влияния внешних шумов на сложную динамику клистронного автогенератора с запаздывающей обратной связью

Хандурин А.В., МЭИ, Москва, аспирант. Некогерентный прием сообщений в системе скрытной связи с фрактальной маскировкой

Астахов О.В., физ ф-т. СГУ, студент. Динамические режимы в ансамблях осцилляторов с древовидной структурой связи

Феоктистов А.В., физ ф-т. СГУ, аспирант. Экспериментальное исследование взаимной синхронизации возбудимых шумом систем

Коблянский С.А., физ ф-т. СГУ, аспирант. Особенности эволюционных переходов при широкополосной синхронизации.

Круглов В.П., ФНП, 3 курс. Кольцевой неавтономный генератор гиперболического хаоса

Соха Ю.И., ФНП, аспирант. Гиперхаос в модельной неавтономной системе с каскадной передачей возбуждения по спектру

Рубан Е.И., ФНиБМТ, 4 курс. Взаимодействие процессов регуляции ритма сердца и микроциркуляции крови, имеющими частоту около 0.1 Гц

Сысоева М.В., ФНиБМТ, 5 курс. Подбор дальности прогноза и параметров модельного отображения для расчета причинности по Грейнджеру

18.11.2009

Устные доклады

8-й корп. СГУ, ауд. 53

Хорев В.С., ФНиБМТ, 5 курс. Исследование взаимодействия низкочастотных ритмов сердечно-сосудистой системы в норме и при патологиях

Северюхина А.Н., ФНиБМТ, 5 курс. Выбор параметров отображения и оптимизация набора базисных функций для временного ряда ЭЭГ

Маляев В.С., физ ф-т. СГУ, аспирант. Возможность оценки некоторых параметров зашумленных динамических систем по реализациям колебаний

Литвиненко А.Н., физ ф-т. СГУ, 4 курс. Новый метод управления мультистабильностью полифазным гармоническим воздействием

Новиков Е.В., ФНП, аспирант. О бифуркациях трехмерных отображений

Савин Д.В., ФНП, аспирант. Динамика связанных систем, близких к консервативным

18.11.2009

Стендовые доклады

8-й корп. СГУ, ауд. 61

Емельянов В.В., ФНП, аспирант. Исследование генератора гиперболического хаоса на основе связанных пролетных клистронов

Усачева С.А., ФНП, 5 курс. Синхронизация автогенератора с нелинейностью Кислова–Дмитриева с запаздыванием внешним гармоническим сигналом

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ РИТМОВ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ В НОРМЕ И ПРИ ПАТОЛОГИЯХ

Хорев В.С., студент 5 курса ФНБМТ СГУ

Киселев А.Р., к.м.н., с.н.с. ФГУ Саратовский НИИ Кардиологии

Исследование синхронизации и преимущественного направления взаимодействий между различными колебательными процессами в сердечно-сосудистой системе человека уже многие годы является объектом большого внимания [1–3]. Интерес к этой задаче обусловлен тем, что взаимодействия элементов сердечно-сосудистой системы обусловлены особенностями функционирования и отражают ее состояние, в дальнейшем могут быть использованы для медицинской диагностики. С помощью различных методов в работе проведено исследование синхронизации и преимущественного направления взаимодействия между дыханием и низкочастотными колебаниями сердечного ритма и кровяного давления человека с собственной частотой около 0.1 Гц по экспериментальным временным рядам.

Нами обследовано 42 практически здоровых человека (18 женщин) в возрасте от 20 до 48 лет, без признаков сердечной патологии (в положениях лёжа и стоя), 62 человек, страдающих артериальной гипертонией (лёжа и стоя) и 112 пациентов, перенёсших инфаркт миокарда через неделю после инфаркта (в положении только лёжа).

Всем обследуемым выполнялась одновременная регистрация электрокардиограммы и сигнала кровяного давления со среднего пальца руки в горизонтальном положении тела. Все сигналы снимались с частотой 250 Гц при 16-ти разрядном разрешении, а затем обрабатывались на компьютере. Продолжительность каждой записи составляла 10 минут. Во время регистрации сигналов дыхание у всех обследуемых было произвольным. С каждого испытуемого было произведено по несколько записей в разные дни. Всего было отснято 422 записи. А также 120 записей со здоровых людей, находившихся в состоянии ортостатического стресса в течение двух часов. Для выделения низкочастотной компоненты variability сердечного ритма и низкочастотной компоненты сигнала кровяного давления, имеющих частоту около 0.1 Гц, использовалась фильтрация рядов R-R интервалов и кровяного давления, соответственно, полосовым фильтром с полосой пропускания 0.05–0.15 Гц.

Синхронизация и взаимодействие между исследуемыми колебательными процессами сердечно-сосудистой системы изучались нами с помощью следующих мер: суммарного процента фазовой синхронизации, коэффициента фазовой синхронизации, оценки силы связи по методу, основанному на моделировании фазовой динамики, когерентности.

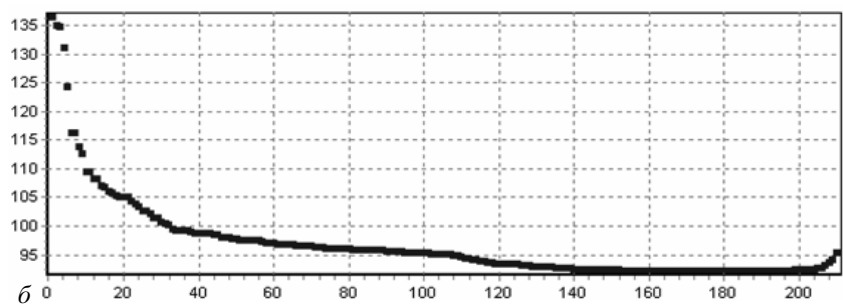
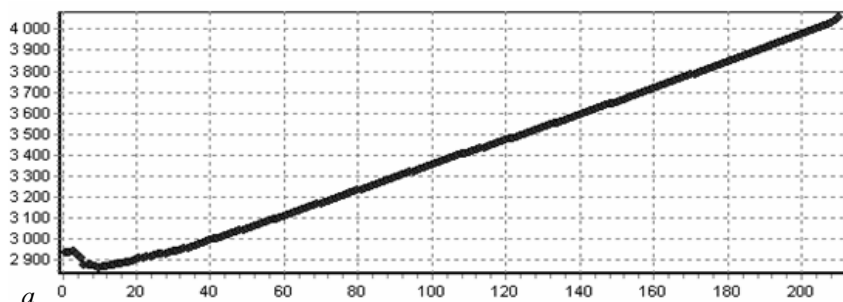


Рис. 3. *a* – график зависимости критерия Шварца от количества базисных функций для временного ряда ЭЭГ при $D=6$, $s=4$; *b* – график зависимости ошибки аппроксимации от количества базисных функций

функций (рис. 3, *b*). Несмотря на то, что количество базисных функций сократилось, ошибка выросла незначительно.

Заключение

Для физиологов представляет интерес, как меняются свойства от начала к концу припадка, поэтому для анализа эпилептического припадка требуется высокое временное разрешение. В связи с этим модель должна быть более компактна, что удастся достичь с помощью оптимизации набора базисных функций.

Библиографический список

1. *C.W.J. Granger*. *Econometrica*, 37:424, 1969.
2. *Gideon Schwarz*. *Estimating the Dimension of a Model // The Annals of Statistics*, Vol.6, No. 2 (Mar., 1978), 461–464.
3. *Larose D. T.* *Data mining methods and models*, 2006.

Научный руководитель: ассистент кафедры ДМиБМИ ФНиБМТ, к.ф.-м.н. Диканев Т.В.

Каретникова Т.А., ФНП, 3 курс. Самовозбуждение и линейное усиление в широкополосных спиральных ЛБВ

Овчинников А.В., ФНП, аспирант. Магнитоэлектрические волны в ферромагнитной пленке с периодическими граничными условиями

Садовников С.А., ФНП, аспирант. Экспериментальное исследование характеристик каскадных клистронов со встречными и однонаправленными электронными потоками

Станкевич Н.В., ФНП, аспирант. Генерация и синхронизация квазипериодических колебаний в автономной трехмерной динамической системе

Поздняков М.В., ФНП, аспирант. Динамика несимметрично связанных универсальных двумерных отображений

Баранов С.В., ФНП, аспирант. Гиперхаос в системе на основе осциллятора Ван-дер-Поля с модулированной добротностью и запаздыванием

Кузнецов А.С., физ.ф-т. СГУ, 5 курс. Параметрический генератор гиперболического хаоса

Аржанухина Д.С., ФНП, 4 курс. Динамика модифицированного отображения кота Арнольда

Чернышов Н.Ю., ФНП, 4 курс. Хаотические режимы генератора квазипериодических колебаний

Костова А.В., ФНП, 3 курс. Динамика логистического отображения с периодической модуляцией параметра

Синтина Т.А., ФНП, 3 курс. Динамика релаксационного осциллятора типа «накопление-сброс» с различными типами модуляции порога срыва колебаний

Волкова Л.Н., ФНП, магистратура. Генераторы широкополосных хаотических СВЧ колебаний на основе турбулентных электронных пучков

Васильев А.А., Волощук С.С., ФНП, 2 курс. К теории взаимодействия электронного потока с обратной электромагнитной волной при наличии отражений и затухания в замедляющей системе

Слепнев А.В., физ.ф-т. СГУ, 5 курс. Фазовая мультистабильность и влияние локального источника шума в модели автоколебательной среды

Астахова Е.И., физ.ф-т. СГУ, аспирант. Влияние задержки на режимы фазовой мультистабильности в системе связанных хаотических осцилляторов

Постнов Д.Д., физ.ф-т. СГУ, 3 курс. Численное исследование динамики стохастических нелинейных систем с использованием аппаратных средств видеокарты

Семенов В.В., физ.ф-т. СГУ, 3 курс, *Коблянский С.А.*, физ.ф-т. СГУ, аспирант. Экспериментальное исследование структуры пространства параметров связанных радиотехнических генераторов с предельными циклами

Дворак А.А., физ.ф-т. СГУ, студент. Расчет относительной метрической энтропии в активной среде с однонаправленной связью

Ефимов А.В., физ. ф-т СГУ, инженер. Синхронизация локальных колебаний в ансамблях стохастических частиц с дискретным набором состояний
Матасова Е.Г., физ. ф-т СГУ, аспирант, **Анисимов А.А.**, физ. ф-т СГУ, аспирант, **Павлова О.Н.**, физ. ф-т СГУ, аспирант. Синхронизация больших ансамблей нефронов на поверхности почки

Назимов А.И., физ. ф-т СГУ, 4 курс. Применение нейросетевого метода для распознавания спайков малых нейронных ансамблей

Доронин Д.М., физ. ф-т СГУ, 5 курс. Нелинейное прохождение электромагнитной волны через плоскоструктурную структуру с керровской нелинейностью

Сидак Е.В., ФНиБМТ, 5 курс. Оценка времени запаздывания в связи между осцилляторами по коротким временным рядам

Ерохин П.С., физ. ф-т, 5 курс. Регистрация изменений нормальной и патологически измененной ткани при воздействии на нее 1% раствора витамина В₂

Володин Д.А., ФНиБМТ, 5 курс. Сравнительный анализ взаимодействия палеоклиматических процессов по данным «Ерса» и станции «Восток»

Гасина О.А., ФНП, 5 курс. Использование плазмонно-резонансных частиц и флуоресцентных красителей для светомикроскопических исследований животных клеток

Иленева Е.С., ФНП, 5 курс. Количественный биоимиджинг раковых клеток с использованием резонансного рассеяния света конъюгатами золотых наночастиц с фаговыми миниянтителями

Результаты и тестовые примеры

Метод обратного исключения (Backward Elimination) был протестирован на примере логистического отображения:

$$x_{n+1} = 1.5 - x_n^2 + \text{RandG}(0,0.05) \quad (7)$$

Модель строилась при размерности $D=6$ и порядке $s=3$.

На рис. 1 видно, что критерий Шварца начинает резко расти при «выкидывании» последних двух базисных функций, тех самых, что входят в состав базисных функций логистического ($f_1=1, f_2=x^2$).

Теперь можем перейти к анализу временного ряда ЭЭГ. В качестве данных использовались временные ряды ЭЭГ больных абсанс-эпилепсией, полученные из Института Высшей Нервной деятельности и Нейрофизиологии РАН (рис. 2). В нашем распоряжении записи 7 пациентов, включающие в себя 26 эпилептических припадков.

На рис. 3, а представлен график зависимости критерия Шварца от количества базисных функций для временного ряда ЭЭГ, из которого видно, что для хорошей аппроксимации при достаточно высоких размерностях и порядках, необходимо около десяти базисных функций из набора базисных функций полинома общего вида. Следует обратить внимание также на график зависимости ошибки аппроксимации ϵ от количества базисных

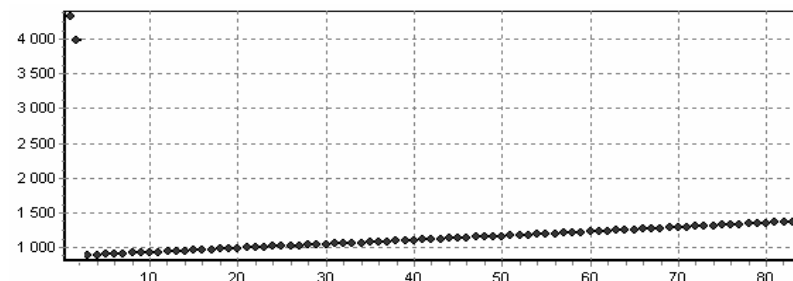


Рис. 1. Зависимость функции Шварца от количества базисных функций

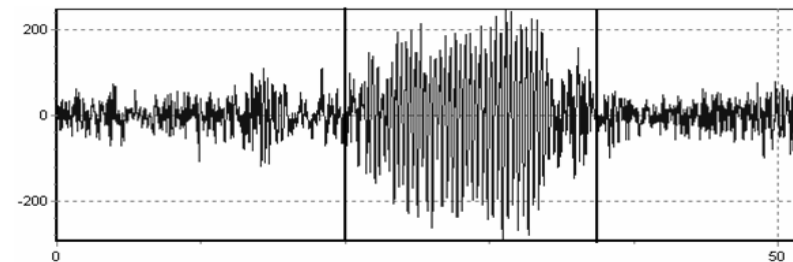


Рис. 2. Пример временного ряда ЭЭГ, маркерами показаны начало и конец эпилептических припадков.

Методика исследования

Набор базисных функций оптимизируем по критерию минимума целевой функции (критерию Шварца [2]):

$$Sch(coeff) = \left(\frac{N'}{2}\right) * \ln \varepsilon^2 + coeff * \frac{\ln(N')}{2}. \quad (5)$$

Здесь $N' = (N - DP - (D - 1) * lag)$ – эффективная длина ряда, ε – средне-квадратичная ошибка аппроксимации:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{N' * \sigma^2} \sum_{n=(D-1)*lag}^{N-DP} \left(x_{n+DP} - \sum_{i=1}^{coeff} \alpha_i f_i \right)^2. \quad (6)$$

Как видно из формул (5)–(6) целевая функция обеспечивает некоторый компромисс между ошибкой аппроксимации и размером модели (количеством коэффициентов $coeff$).

Для оптимизации набора базисных функций используем метод обратного исключения (Backward Elimination) [3]. Суть метода заключается в следующем:

1. выбираем достаточно большие порядок полинома и размерность и включаем в модель всевозможные базисные функции:

$$f_1, f_2, \dots, f_{coeff}$$

2. поочередно исключаем из набора базисную функцию f_i и считаем квадрат ошибки аппроксимации ε_i^2 по набору оставшихся базисных функций:

$$\cancel{f_1}, f_2, \dots, f_{coeff} \rightarrow \varepsilon_1^2$$

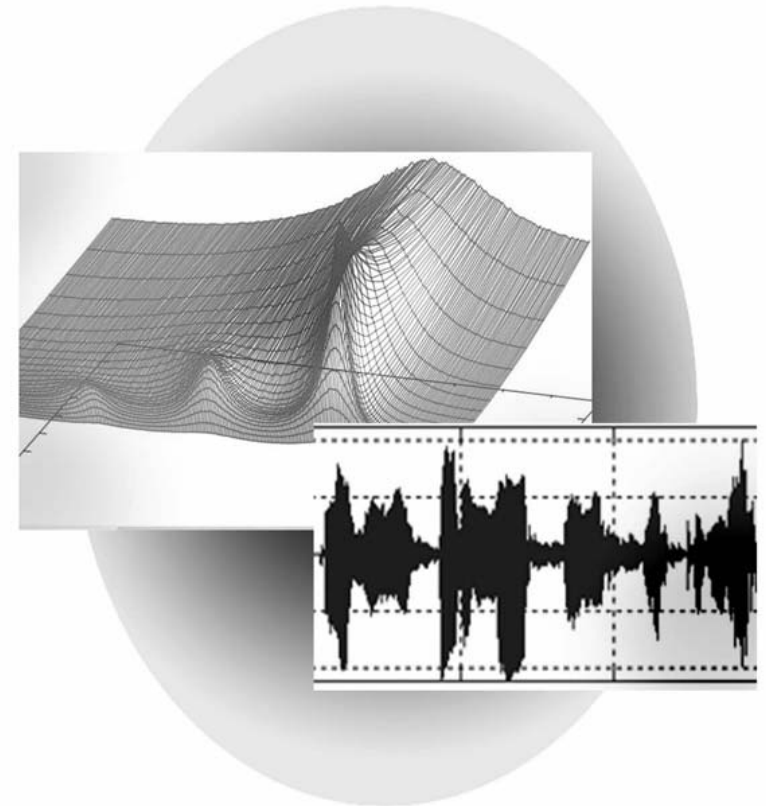
$$f_1, \cancel{f_2}, \dots, f_{coeff} \rightarrow \varepsilon_2^2$$

.....

$$f_1, f_2, \dots, \cancel{f_{coeff}} \rightarrow \varepsilon_{coeff}^2$$

3. осуществляем поиск минимальной среди получившихся ошибок прогноза – ε_{\min}
4. производим «отсевание» базисной функции, при отсутствии которой в наборе базисных функций получили ε_{\min} .

Повторяем действия 1–4 до тех пор, пока на графике зависимости критерия Шварца (5) от количества базисных функций не появится минимум.



Радиофизика
и
физика волн

Емельянов В.В., аспирант ФНП СГУ

Наиболее сильными хаотическими свойствами обладают гиперболические аттракторы, которые состоят только из траекторий седлового типа [1]. Данные аттракторы являются структурно устойчивыми, что означает нечувствительность динамики системы к вариациям параметров системы. В работе [2] предлагается принцип построения физически реализуемых систем, обладающих аттрактором гиперболического типа. Данный принцип состоит в эстафетной передаче возбуждения колебаний между подсистемами таким образом, что трансформация фазы колебаний за полный цикл работы системы подчиняется хаотическому отображению Бернулли.

В работе [3] данный механизм функционирования был распространен на распределенную волновую систему сверхвысокочастотного диапазона, состоящую из двух замкнутых в кольцо пролетных клистронов (рис. 1). Входной резонатор первого клистрона настроен на частоту ω , а выходной – на частоту второй гармоники 2ω . Таким образом, первый клистрон функционирует как умножитель частоты и фазы входного сигнала. Выходной сигнал первого клистрона поступает во входной резонатор второго клистрона через широкополосную бездисперсионную линию передачи, содержащую фазовращатель и аттенуатор для регулирования фазы и амплитуды проходящего сигнала соответственно. Одновременно во второй клистрон поступает сигнал от внешнего источника в виде периодической последовательности импульсов с заполнением на частоте третьей гармоники. Таким образом, во втором клистроне происходит смешение сигналов второй и третьей гармоник. В выходном резонаторе второго клистрона выделяется сигнал на разностной частоте ω , который поступает во входной резонатор первого клистрона, и это замыкает цепь обратной связи. В работе [3] получена математическая модель генератора в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием:

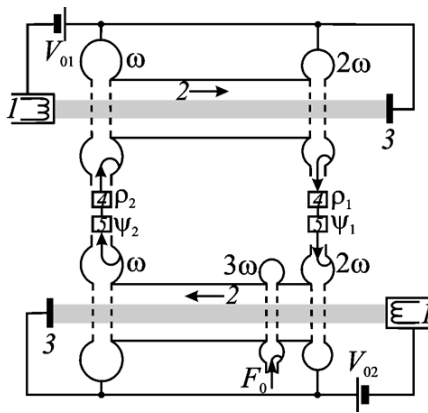


Рис. 1. Принципиальная схема генератора хаоса на основе связанных пролетных клистронов. 1 – электронные пушки, 2 – электронные пучки, 3 – коллекторы, 4 – аттенуаторы, 5 – фазовращатели

туды проходящего сигнала соответственно. Одновременно во второй клистрон поступает сигнал от внешнего источника в виде периодической последовательности импульсов с заполнением на частоте третьей гармоники. Таким образом, во втором клистроне происходит смешение сигналов второй и третьей гармоник. В выходном резонаторе второго клистрона выделяется сигнал на разностной частоте ω , который поступает во входной резонатор первого клистрона, и это замыкает цепь обратной связи. В работе [3] получена математическая модель генератора в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием:

Северюхина А.Н., студентка 5 курса ФНУБМТ СГУ

На основе минимума критерия Шварца выбран компактный набор базисных функций для реконструкции модельных отображений по временным рядам ЭЭГ (электроэнцефалограмм).

Введение

Одним из современных методов анализа временных рядов является реконструкция по ним модельных отображений. В приложении к анализу ЭЭГ полученные таким образом модели можно использовать, например, для определения направленности связи между различными участками коры головного мозга с помощью причинности по Грейнджеру [1].

В данной работе рассматривается отображение следующего вида:

$$x_{n+DP} = G(x_n, x_{n-lag}, \dots, x_{n-(D-1)*lag}). \quad (1)$$

Здесь lag – это расстояние между точками вектора состояния (лаг), DP – дальность прогноза, D – размерность отображения, G – аппроксимирующая функция, которая ищется как линейная комбинация известных базисных функций:

$$G = \sum_{k=1}^{coeff} \alpha_k f_k(x_n, x_{n-lag}, \dots, x_{n-(D-1)*lag}). \quad (2)$$

В качестве базисных функций f_k берем всевозможные степенные многочлены:

$$f_k = \prod_{i=1}^D x_i^{p_{ik}}, \text{ где } \sum_{i=1}^D p_{ik} \leq s. \quad (3)$$

То есть G – является полиномом общего вида порядка s . Количество коэффициентов и базисных функций можно посчитать по формуле:

$$coeff = \frac{(D+s)!}{D!s!}. \quad (4)$$

Для хорошей аппроксимации необходимо брать большие порядки и размерности. Но тогда возникает проблема переобучения модели, связанная с тем, что в этом случае количество коэффициентов $coeff$ стремится к количеству точек в анализируемом временном ряде. По этой причине приходится использовать для анализа временные ряды достаточно большой длины, что ведет к уменьшению временного разрешения.

Однако оказывается, что значительную часть базисных функций можно удалить, и ошибка аппроксимации при этом вырастет незначительно.

моделирующих колебания среднего артериального давления экспериментальных сигналов. Интенсивность шума η была подобрана так, что коэффициент диффузии фазы (КДФ) экспериментальных сигналов воспроизводился каждой парой суррогатных. Для каждой пары суррогатных оценивалась величина S. По результатам обработки ансамбля модельных реализаций для обоих добровольцев было показано, что средний S по ансамблю вариабельности сосудистого давления составляет 29.7 ± 1.6 и практически равен среднему S, вычисленному для сигналов вариабельности сердечного ритма 29.6 ± 1.6 .

Полученные результаты численного моделирования показывают, что внесение в заведомо синхронные сигналы измерительного шума, синхронизованности характерной для экспериментальных сигналов кардиоинтервалограммы и пульсограммы, незначительно нарушает их синхронизацию с экспериментальным сигналом дыхания.

В работе было проведено исследование характера взаимодействия 0.1 Гц подсистем нервной регуляции ССС с точки зрения фазовой синхронизации. В результате обработки экспериментальных сигналов, а также в ходе исследования на модели неавтономного автогенератора были получены аргументы в пользу того, что 0.1 Гц подсистема регуляции частоты сердечных сокращений и 0.1 Гц подсистема регуляции сосудистого тонуса ССС, представляют собой два различных колебательных процесса, взаимодействие которых можно рассматривать с точки зрения синхронизации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №10-02-00980) и программы <<Развитие научного потенциала высшей школы>> (грант №2.1.1/1738).

Библиографический список

1. Malpas S. Neural influences on cardiovascular variability: Possibilities and pitfalls // Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol. –2002. V. 282. –P. 6.
2. Stefanovska A., etc. Physics of the human cardiovascular system // Contemp. Phys. –1999. V. 40. –P. 31–55.
3. Безручко Б.П., Гриднев В.И., Караваев А.С., Киселев А.Р., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Рубан Е.И. Методика исследования синхронизации колебательных процессов с частотой 0.1 Гц в сердечно-сосудистой системе человека // Изв. ВУЗов «ПНД». –2009. –Т. 17. – № 6. –С. 44–56.
4. Schreiber T., Schmitz A. Surrogate time series // Physica D. –2000. – V. 142. –P. 346.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Караваев А.С.

$$\dot{F}_1^\omega + F_1^\omega = \rho_2 e^{i\psi_2} F_2^\omega / \sqrt{2}, \quad (1)$$

$$\dot{F}_1^{2\omega} + \delta F_1^{2\omega} = 4\alpha_1 J_2 \left(2 |F_1^\omega(t-\tau)| \right) e^{2i(\varphi_1^\omega(t-\tau) - \theta_0)}, \quad (2)$$

$$\dot{F}_2^{2\omega} + \delta F_2^{2\omega} = \sqrt{2} \rho_1 e^{i\psi_1} F_1^{2\omega}, \quad (3)$$

$$\dot{F}_2^\omega + F_2^\omega = 2\alpha_2 e^{-i\theta_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_{3m+1} \left(|F_2^{2\omega}(t-\tau)| \right) J_{2m+1}(F_0) e^{-i(3m+1)\varphi_2^{2\omega}(t-\tau)}. \quad (4)$$

Здесь нижние индексы 1, 2 используются для обозначения номера клистрона, верхние индексы ω , 2ω – для обозначения собственной частоты резонатора, F_j^k – нормированные комплексные амплитуды полей в соответствующих резонаторах, $\varphi_j^k = \arg(F_j^k)$, $F_0(t)$ задает нормированную амплитуду опорного сигнала третьей гармоники, параметр δ определяет отношение значений добротности резонаторов на частотах ω и 2ω , ρ_j и ψ_j – коэффициенты ослабления и фазовые сдвиги сигнала в линиях передачи, соответственно, τ – параметр запаздывания, α_j – параметры возбуждения, θ_0 – невозмущенный угол пролета электронов в пространстве дрейфа, J_n – функции Бесселя 1-го рода n -го порядка. В качестве основных управляющих параметров системы выступают параметры возбуждения α_j , которые можно трактовать как нормированные токи электронных пучков.

Пусть опорный сигнал третьей гармоники поступает от внешнего источника в виде последовательности импульсов амплитуды F_0 , период следования которых равен времени прохождения сигнала по кольцу обратной связи 2τ . Будем полагать, что колебания полей в резонаторах устанавливаются так быстро, что производными от их комплексных амплитуд можно пренебречь. Тогда, рассматривая переменные в дискретные моменты времени $t_n = 2n\tau$, после несложных математических преобразований система дифференциальных уравнений (1)–(4) сводится к двумерному точечному отображению относительно комплексной амплитуды поля входного резонатора первого клистрона:

$$F_{n+1} e^{i\varphi_{n+1}} = \beta_2 e^{i(\psi_2 - \theta_0)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_{3m+1} \left(\beta_1 J_2(2F_n) \right) J_{2m+1}(F_0) e^{-i(3m+1)(\varphi_n + 2(\varphi_n - \theta_0))} \quad (5)$$

Здесь введены следующие обозначения: $F_n = |F_1^\omega(t_n)|$, $\varphi_n = \arg(F_1^\omega(t_n))$, $\beta_1 = 4\sqrt{2}\alpha_1\rho_1/\delta^2$, $\beta_2 = \sqrt{2}\alpha_2\rho_2$. Анализ данного отображения показывает, что в качестве основных управляющих параметров выступают параметры

β_1, β_2 ; параметры $\psi_{1,2}, \theta_0$ определяют только постоянную составляющую фазового сдвига сигнала.

В [3] было показано, что при определенных значениях параметров в данной системе устанавливается режим гиперболического хаоса.

В настоящей работе проведено более детальное изучение динамики отображения (5), а также сопоставление с динамикой более строгой модели в виде дифференциальных уравнений с запаздыванием (1)-(4).

Результаты численного моделирования точечного отображения свидетельствуют о том, что режим гиперболического хаоса реализуется только при малых значениях параметра β_1 . В этом случае из всех членов бесконечного ряда достаточно учитывать лишь два члена с номерами $m = 0, -1$.

На рис. 2 и рис. 3 представлены соответственно аттрактор отображения в проекции на плоскость комплексной переменной F_n и итерационная диаграмма для фазы колебаний в режиме гиперболического хаоса. Аттрактор имеет очевидное визуальное сходство с гиперболическим аттрактором типа Смейла–Вильямса, поведение фазы отвечает итерациям хаотического отображения Бернулли, что характерно для физических систем с гиперболическим хаосом.

Динамика системы уравнений с запаздыванием (1)–(4) в целом аналогична динамике точечного отображения (5), если период следования импульсов опорного сигнала превышает время установления колебаний в резонаторах генератора. Об этом свидетельствует рис. 4, где на плоскости параметров (β_1, β_2) представлены границы областей гиперболического хаоса для системы уравнений с запаздыванием (пунктирные линии) и для точечного отображения (сплошные линии). Видно хорошее качественное совпадение областей гиперболического хаоса.

На рис. 5 представлена зависимость старшего ляпуновского показателя гиперболического аттрактора от параметра α_1 при $\alpha_2 = 15.0$. Видно, что показатель Ляпунова ведет себя гладким образом, что позволяет сделать предположение о структурной устойчивости аттрактора, основном атрибуте гиперболичности.

Таким образом, результаты численного моделирования системы нестационарных уравнений с запаздыванием хорошо согласуются с результатами численного моделирования точечного отображения и свидетельствуют о том, что в достаточно большой области на плоскости управляющих параметров реализуется режим хаоса, обусловленный тем, что фаза колебаний описывается хаотическим отображением Бернулли. Аттрактор отображения Пуанкаре имеет топологию гиперболического аттрактора Смейла–Вильямса. Старший показатель Ляпунова ведет себя гладким образом, что свидетельствует о грубости хаотического аттрактора.

ется раньше, чем захват частоты сигнала давления дыханием, область захвата частоты дыханием у сигнала сердечного ритма шире, чем у сигнала давления. Полученные в результате обработки экспериментальных сигналов выводы свидетельствуют в пользу того, что 0.1 Гц подсистема регуляции частоты сердечных сокращений и 0.1 Гц подсистема регуляции сосудистого тонуса ССС, представляют собой два различных колебательных процесса.

Для экспериментальных сигналов variability сердечного ритма и сосудистого давления был оценен коэффициент фазовой диффузии (КФД) [4], отражающий уровень зашумленности сигналов. КФД сигналов variability сердечного ритма оказались больше (для 1 добровольца КФД=2.85 и для 2 добровольца КФД=3.13), чем КФД сигналов сосудистого давления (для 1 добровольца КФД=2.76 и для 2 добровольца КФД=2.57) для двоих испытуемых. Полученная разница оценок КФД является аргументом в пользу того, что полученные в результате обработки экспериментальных данных выводы не являются следствием воздействия на сигнал пульсограммы большего измерительного шума, чем на сигнал ЭКГ.

Проверка гипотез также осуществлялась в ходе численного моделирования 0.1 Гц составляющих экспериментальных сигналов кардиоинтервалограммы и пульсограммы. При этом численно методом Эйлера решалось уравнение Ван дер Поля под гармоническим внешним воздействием:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (x - r^2) \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x + \eta(t) = A \sin \omega_1 t. \quad (1)$$

Начальные условия и параметры были подобраны таким образом, что частотные и шумовые свойства смоделированных сигналов повторяли экспериментальные сигналы. В (1) ω_0 – собственная частота, ω_1 – частота внешнего воздействия, A – амплитуда воздействия.

В ходе моделирования был сгенерирован ансамбль из 100 сигналов, моделирующих процесс variability сердечного ритма, и 100 сигналов,

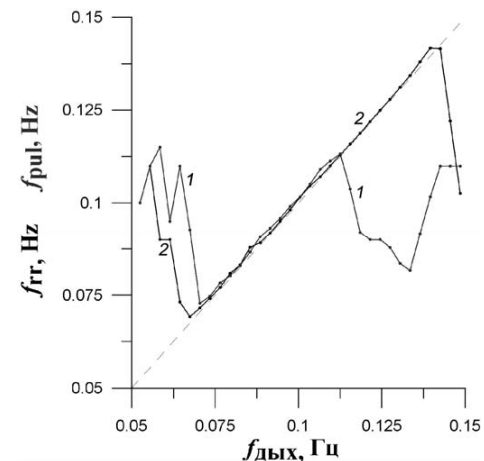


Рис. 1. График захвата частот сигнала давления (линия 1) и кардиоритмограммы (линия 2) сигналом дыхания (пунктирная линия) для 1 добровольца

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОЦЕССОВ РЕГУЛЯЦИИ РИТМА СЕРДЦА И МИКРОЦИРКУЛЯЦИИ КРОВИ, ИМЕЮЩИХ ЧАСТОТУ ОКОЛО 0.1 ГЦ

Рубан Е.И., студентка 4 курса ФНиБМТ, СГУ
Галкин В.М., учитель физики ГОУ СОШ № 461, Москва

Взаимодействие между нелинейными колебательными системами, в том числе биологической природы, может привести к их синхронизации [1]. Исследования 0.1 Гц составляющих сигналов электрокардиограммы (ЭКГ), дыхания и кровяного давления свидетельствуют что различные ритмические процессы, обуславливающие функционирование сердечно-сосудистой системы (ССС), взаимодействуют между собой [2].

В работе были рассмотрены две гипотезы о характере взаимодействия 0.1 Гц подсистем нервной регуляции ССС. Согласно одной из гипотез, колебания с частотой около 0.1 Гц, наблюдаемые в сердечном ритме и кровяном давлении, представляют собой два различных колебательных процесса, взаимодействующих и синхронизирующихся между собой. Согласно второй, вариабельность сердечного ритма является пассивным откликом на воздействие автоколебательного процесса регуляции сосудистого тонуса. Справедливость первой гипотезы позволит называть взаимодействие исследуемых систем регуляции ССС синхронизацией и пользоваться разработанным методом количественной оценки фазовой синхронизованности, основанным на расчете суммарного процента фазовой синхронизации S [3].

Для экспериментальной проверки гипотез производилась регистрация экспериментальных сигналов ЭКГ, давления и дыхания в активном эксперименте у 2 добровольцев. После этого с помощью меры S , предложенной в [3] исследовалась синхронизация 0.1 Гц составляющих сигналов последовательности кардиоинтервалов, выделенных из ЭКГ, с сигналом дыхания и временной реализации давления с дыханием.

Обнаружено, что при перестройке частоты внешнего воздействия (вынужденное дыхание с линейно нарастающей частотой) на исследуемые системы идентифицируются границы интервалов частотного захвата в частотной области. При этом область синхронизации 0.1 Гц составляющей сигнала кардиоинтервалов с дыханием значительно шире области синхронизации 0.1 Гц составляющей пульсограммы с дыханием. Оценка S для сигналов вариабельности сердечного ритма и дыхания равна 80.5% для 1 испытуемого и 45.0% для 2 испытуемого, а S для сигналов изменения сосудистого давления и дыхания равна 60.5% для 1 испытуемого и 44.0% для 2 испытуемого.

Производилось построение графика частотного захвата 0.1 Гц составляющих сигналов давления и кардиоритмограмм сигналом дыхания. Пример графика для испытуемого 1 приведен на рис. 1. Обнаружено, что захват частоты сигнала вариабельности сердечного ритма дыханием начина-

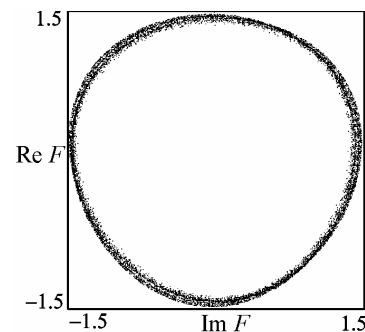


Рис. 2. Проекция аттрактора отображения (5) на плоскость комплексной переменной $Re F - Im F$

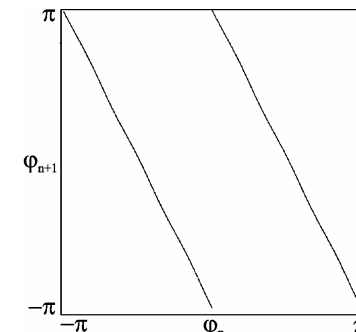


Рис. 3. Итерационная диаграмма для фазы колебаний φ_n

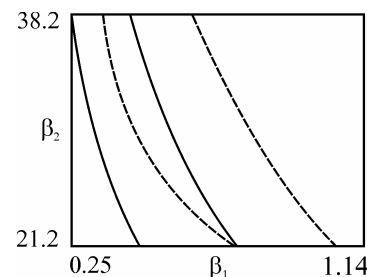


Рис. 4. Границы областей гиперболического хаоса для системы уравнений с запаздыванием (пунктирные линии) и для точечного отображения (сплошные линии)

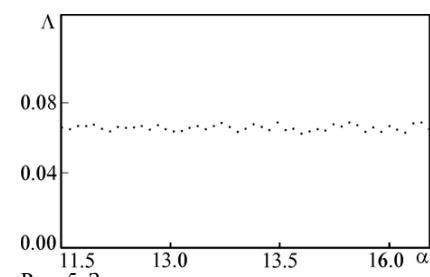


Рис. 5. Зависимость старшего показателя Ляпунова от параметра α_1

Работа поддержана грантом РФФИ (проект 09-02-00707) и программой «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/1738).

Библиографический список

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит. 2006. 356 с.
2. Kuznetsov S.P. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. 144101.
3. Емельянов В.В., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. вып. 16 С. 71.

Научный руководитель: Рыскин Н.М., д.ф.-м. н., профессор

ГЕНЕРАТОРЫ ШУМОПОДОБНЫХ СВЧ КОЛЕБАНИЙ НА ОСНОВЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

Волкова Л.Н., студентка 1 курса магистратуры ФНП СГУ

Объектом нашего исследования являются генераторы хаотических СВЧ колебаний, в которых используется в качестве активной среды турбулентный пучок электронов. При турбулентном движении электронный пучок состоит по длине из отдельных сгустков (групп электронов), и его можно рассматривать как ток, содержащий высшие гармонические составляющие. Такой пучок называется сгруппированным или промодулированным. Сгруппированный электронный пучок при определенных условиях может излучать электромагнитные колебания с частотами равными частотам гармоник тока пучка. В электронном сгустке, как в части пространства, где имеется электрический заряд, создается собственное потенциальное поле – кулоновское поле пространственного заряда. Это поле может быть разложено на продольную и поперечную составляющие. Силы продольного поля влияют на группировку электронов, увеличивая протяженность электронного сгустка. Поперечные силы поля стремятся расширить пучок в поперечном направлении. Движущийся интенсивный электронный пучок обладает мощностью, которая может быть превращена в радиоизлучение при торможении пучка.

Существуют различные способы создания турбулентного электронного пучка. Так один из методов реализован в генераторе шумоподобных СВЧ колебаний с внешним периодическим магнитным полем. Схема данного устройства приведена на рис. 1. С этой целью производится модернизация начала МПФС (магнитной периодической фокусирующей системы) в плане увеличения амплитуды или периода магнитного поля. Распределение потенциала в генераторе показано на рис. 1(13), вид распределения магнитного поля вдоль оси генератора представлен на рис. 1(15).

Для численного анализа данной системы в работе производился рас-

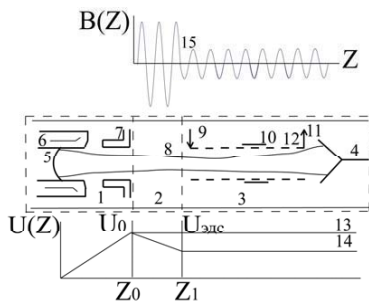


Рис. 1. Схема исследуемой конструкции – 1 – секция электронной пушки; 2 – секция модуляции электронного пучка; 3 – секция усиления; 4 – коллектор; 5 – катод; 6 – система электродов; 7 – анод; 8 – электронный пучок; 9 – ввод энергии; 10 – поглотитель; 11 – вывод энергии (съёмник энергии); 12 – ЭДСУ; 13 – распределение потенциала для генератора с магнитным полем; 14 – распределение потенциала для перестраиваемого генератора; 15 – распределение магнитного поля вдоль оси генератора

нала. От точности такой априорной информации результаты классификации при помощи НС зависят слабо. Однако заметим, что ошибка при классификации такой НС снижается по сравнению с ошибкой АГК. По более уточненным данным такое снижение при определенных частотных характеристиках фонового шума может достигать существенных величин, меньших в два и более раз относительно значений ошибки, которая получается при реализации метода на основе АГК.

Работа поддержана Федеральным агентством по образованию в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

Библиографический список

1. Lewickiy M. S. A review of methods for spike sorting: the detection and classification of neural action potentials // Network Comput. Neural Syst. 1998. V. 9. P. R53.
2. Letelier J., Weber P. Spike sorting based on discrete wavelet transform coefficients // Journal of Neuroscience Methods. 2000. V. 101. P. 93.
3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. : Пер.с англ. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2006.
4. Callan R. The essence of neural networks: Prentice Hall Europe, 1999.
5. Турчак Л.И. Плотников П.В. Основы численных методов. М. Физматлит. 2005

Научный руководитель: Павлов А.Н., к.ф.-м. н., доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ.

составляет

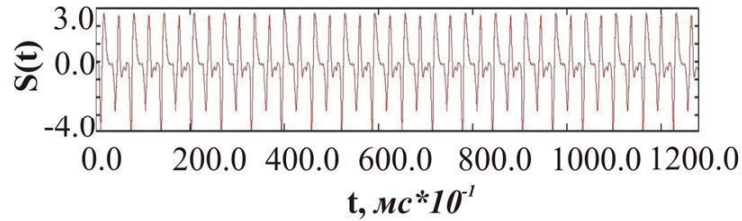


Рис. 3. Временная реализация регистрируемого сигнала

порядка 10^{-2} – 10^{-3} . Обратим внимание на то, что на вход НС подается вектор, составленный из квантованных значений точек спайка. Фактически НС работает с некоторым изображением спайка, составленным из 0 и 1.

После обучения НС для проведения экспериментальной части опыта включены блоки 3 и 4. Блок 3 генерирует цветной шум разной интенсивности и полосы частот 300–900 Гц. Блок 4 эмулирует динамику нейронных сетей биологических объектов в виде сигнала, составленного из последовательности спайков, поочередно регистрируемых от двух нейронов.

Временная реализация сигнала представлена на рис. 3. Суть данного теоретического эксперимента состоит в том, что методы классификации работают без предварительной фильтрации подаваемого на вход сигнала, а также не способны адаптироваться в процессе распознавания к характеристикам фонового шума. Заметим, что в рамках данного эксперимента исследователь знает расположение импульсов в сигнале от каждого нейрона, но в работе метода классификации данная информация никак не используется. С использованием такой информации можно существенно уточнить метод расчета ошибки классификации, предложенный в статье [1].

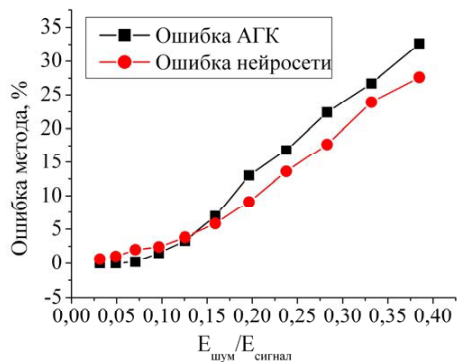


Рис. 4. Результаты расчета ошибки классификации для двух методов

Результаты классификации обоих методов представлены в виде графиков (рис. 4), на которых представлены ошибки двух методов сортировки спайков. Отметим, что предлагаемый метод на основе НС имеет один существенный недостаток – исследователь должен обладать некоторой априорной информацией о форме спайков, которые встречаются во временной реализации экспериментального сигнала

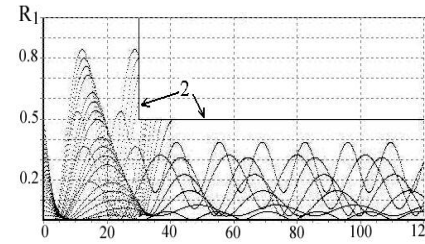


Рис. 2. Траектории электронов в неоднородном магнитном поле, проходящие через секцию модуляции и секцию усиления; 2 – граница трубы дрейфа

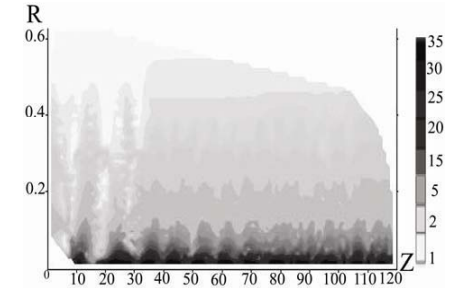


Рис. 3. Распределение нормированной плотности пространственного заряда ρ/ρ_0 пучка по радиусу и продольной координате для случая $\alpha=3$, α изменяется за счет увеличения амплитуды поля

чет непараксиальных неламнарных траекторий пучка на основе решения уравнений движения по методике работы [2]. Решая уравнения движения электронов в электрическом и магнитном полях, можно получить представление о внутренней структуре пучка. На рис. 2 представлены траектории электронов в безразмерных координатах, проходящие через секцию модуляции, которые затем поступают в секцию усиления. Безразмерный радиус трубы дрейфа в секции модуляции по рис. 2 $R_{т.м}=1$, безразмерный радиус трубы дрейфа в секции усиления $R_{т.у}=0.5$, нормировка производилась к радиусу трубы дрейфа в секции модуляции. На рисунке хорошо прослеживается действие сильного магнитного поля на электронный пучок, отчетливо видны области сжатия и пересечения электронных траекторий. На рис. 3 представлены в градиенте цвета распределения нормированной плотности пространственного заряда по продольной и поперечной координатам, нормировка производилась к начальному значению плотности пространственного заряда ρ_0 . На рисунке представлен случай, когда параметр магнитной фокусировки [2] $\alpha=3$ и изменялось α за счет увеличения амплитуды магнитного поля. Из рисунка отчетливо видны уплотнения электронных траекторий в пучке.

В эксперименте амплитуда магнитного поля изменялась от 500 до 700 Гс, а период от 10 до 60 мс. Установлено, что наличие большой амплитуды магнитного поля при-

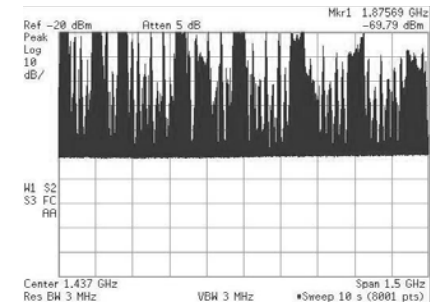


Рис. 4. Спектр генерируемых шумоподобных СВЧ колебаний

водит к генерации шумоподобных колебаний в системе. Характерный спектр колебаний при $\alpha=3$ приведен на рис. 4. Исследовалась выходная мощность генерации и полоса частот генерируемого сигнала от параметра α . Максимальная интегральная выходная мощность в генераторе составляла 112 Вт при токе пучка 240 мА и ускоряющем напряжении 4.3 кВ, полоса частот генерации 1.3, электронный КПД равнялся 10.8%, технический КПД – 13.2%, токопрохождение в этом случае составляет 70%.

Другой способ формирования турбулентного пучка реализован в перестраиваемом генераторе широкополосных хаотических СВЧ колебаний. Электронный пучок в генераторе инжектируется в секцию модуляции рис.1(2), где под действием неоднородного магнитного и тормозящего электрического поля становится турбулентным, состоящим по длине из отдельных сгустков пространственного заряда. Тормозящее электрическое поле создается путем подачи потенциала $U_{\text{эдс}} < U_0$, где $U_{\text{эдс}}$ – потенциал на электродинамической системе усиления, U_0 – ускоряющее напряжение анода рис.1(3). Распределение потенциала в генераторе показано на рис. 1(14). Промодулированный электронный пучок попадает в область электродинамической системы усиления (ЭДСУ), где происходит его усиление рис. 1(3). Из области ЭДСУ отработанный пучок попадает в коллектор. Выходной сигнал снимается с усилителя через вывод энергии. Режим генерации в устройстве регулируется путем изменения потенциала на ЭДСУ $U_{\text{эдс}}$. Под действием сильного магнитного поля плотность пространственного заряда в некоторых областях пучка в 50–70 раз превышает начальные значения, что приводит к образованию отдельных сгустков (групп электронов) неустойчивых в пространстве и во времени. Движущийся сгруппированный интенсивный электронный пучок обладает мощностью, которая может быть превращена в радиоизлучение при торможении пучка. Для численного анализа данной системы также использовалась методика, описанная в [2]. Распределение потенциала в области между анодом и ЭДСУ задавалось линейной функцией. Данное приближение является допустимым, поскольку радиус пучка много меньше расстояния между анодом и ЭДСУ. Проведен расчет количества сгустков пространственного заряда при различных значениях тормозящего потенциала $K=1-U_{\text{эдс}}/U_0$ ($U_{\text{эдс}}$ – потенциал подаваемый на электродинамическую систему, U_0 – ускоряющее напряжение, напряжение анода). Учитывались те сгустки, плотность пространственного заряда которых больше начальной плотности. Видно, что при малом торможении $K=0.4$ (рис. 5, а) в распределении сгустков пространственного заряда есть выраженный максимум, а на рис. 5, б при увеличении $K=0.6$ распределение сгустков стремится к равномерному.

Экспериментальные исследования генератора проводились при ускоряющем напряжении 1.5 – 2 кВ, ток пучка 100–150 мА, амплитуда

В данной статье рассматривается применение техники искусственных НС для распознавания двух импульсов в сигнале при наличии фонового (цветного) шума с различной энергией. Для сравнения результатов по ошибке классификации используется метод АГК [1]. Данный подход работает на основе поиска собственных значений и векторов матрицы корреляции, составленной из спайков, выделенных из экспериментальной записи внеклеточного электрического потенциала. После процедуры поиска собственных векторов производится разложение спайков по двум первым собственным векторам. Результаты такого разложения дают первую и вторую главные компоненты.

В качестве нейросети был выбран трехслойный перцептрон, обучающийся согласно методу обратного распространения ошибки (МОРО). Параметры перцептрона указаны в таблице.

Таблица

Параметры нейронной сети

Параметр	Значение
Количество нейронов первого скрытого слоя:	300
Количество нейронов второго скрытого слоя:	900
Количество нейронов выходного слоя:	2
Функция активации нейронов:	$f(x) = \alpha \tanh(\beta x)$, $\alpha = 5.0$, $\beta = 0.5$

Общая схема эксперимента с применением НС, обученной по принципам МОРО, представлена на рис. 2. Блок 1 осуществляет генерацию белого шума нужной интенсивности. Блок 2 осуществляет компоновку образов обучающей выборки (с учетом сигнала от блока 1). Затем запускается процесс обучения согласно МОРО. Количество эпох обучения от 500 до 1000. Порядок подачи обучающих импульсов в течение одной эпохи случайный согласно тому, как описано в [2].

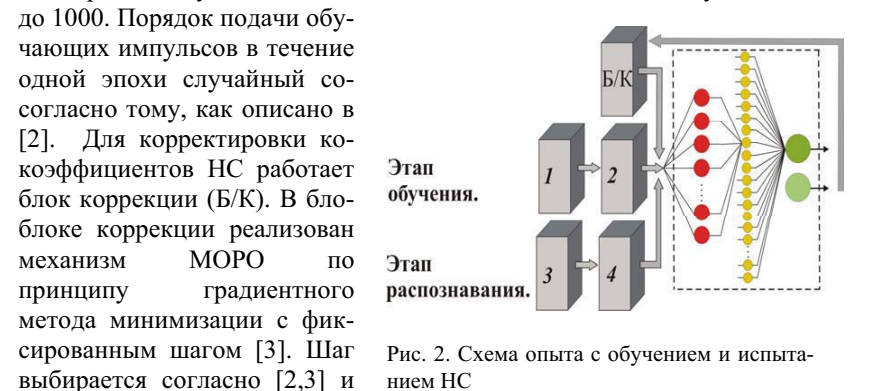


Рис. 2. Схема опыта с обучением и испытанием НС

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВОГО МЕТОДА ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ НЕЙРОННЫХ СПАЙКОВ

Назимов А.И., студент 4 курса физического факультета СГУ

Изучение проблемы кодирования информации живыми нейронными сетями породило ряд научных проблем, начиная с создания динамической модели биологического нейрона и заканчивая проведением *in vivo* экспериментов по регистрации активности нейронных клеток, как отдельных элементов нервной системы при различных воздействиях на органы чувств.

Общая схема последних *in vivo* экспериментов представлена на рис. 1. Основной идеей подобных экспериментов является то, что на микроэлектроде, внедряемом в живую нейронную сеть биологического объекта, регистрируются сигналы, приходящие от отдельных нейронов. Причем сигналы от нейронов, расположенных близко к микроэлектроду, регистрируются с большими амплитудами, а сигналы, приходящие от нейронов, находящихся в удалении от микроэлектрода, становятся неразличимыми при регистрации и образуют источник дополнительных фоновых помех, лежащих в полосе частот 100-1000 Гц. Таким образом, при анализе результатов эксперимента необходимо решать такую радиофизическую задачу, как распознавание импульсов (спайков) от отдельных клеток в условиях как слабых, так и сильных фоновых помех.



Последние исследования при решении подобных задач показали применимость следующих методов классификации: пороговый метод, анализ главных компонент (АГК) [1], техника искусственных нейронных сетей (НС) [3], метод на основе вейвлет преобразования [2,4]. При таком большом количестве различных методов возникают два вопроса: насколько эффективен каждый метод при нарастающей интенсивности фоновых шумов в сигнале, а также насколько необходима априорная информация о сигнале.

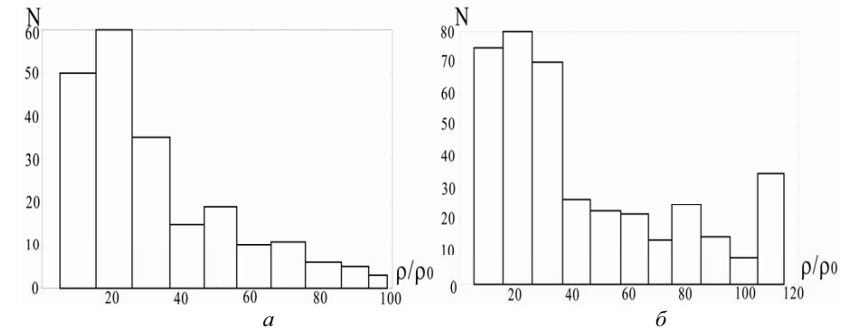


Рис. 5. Представлено количество сгустков пространственного заряда и их плотность, нормированная к начальной плотности пространственного заряда, а – при $K=0.4$ и б – $K=0.6$

магнитного поля 0.05–0.07 Тл, период 40 мс. Режим работы – импульсный: длительность импульса $\tau=50$ мкс, скважность $Q=1000$. Зависимость выходной мощности рис.6 от величины K имеет участки нарастания и спада. Спад выходной мощности связан с тем, что образующиеся сгустки пространственного заряда при больших величинах K становятся менее плотными, так как увеличивается токооседание на ЭДС. С ростом тормозящего потенциала полоса генерируемых частот увеличивается и достигает значения 0.8. На рис. 7 представлен спектр шумоподобных СВЧ колебаний при тормозящем потенциале $K=0.4$ и $K=0.6$ соответственно. Видно, что при увеличении K до 0.6, спектр сигнала становится шумоподобным. Токопрохождение в генераторе составляло 80% при $K=0.6$.

Таким образом, в данной работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследования генераторов широкополосных хаотических СВЧ колебаний на основе турбулентных электронных пучков. Заметим, что перестраиваемый генератор шумоподобных СВЧ колебаний является более эффективным по своим параметрам. Поскольку при увеличении амплитуды или периода магнитного поля в генераторе происходит жесткое изменение структуры пучка. Это приводит к снижению токопрохождения в системе. В перестраиваемом генераторе СВЧ колебаний реализована эффективная схема управления генерируемым сигналом. В этом случае не требуется большого

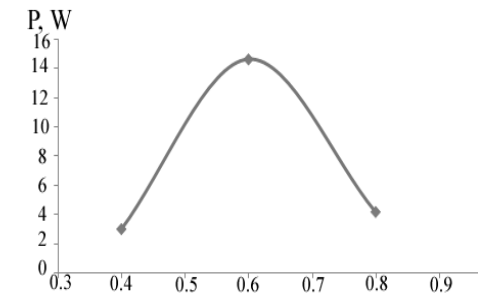


Рис. 6. Изменение выходной мощности при увеличении тормозящего потенциала

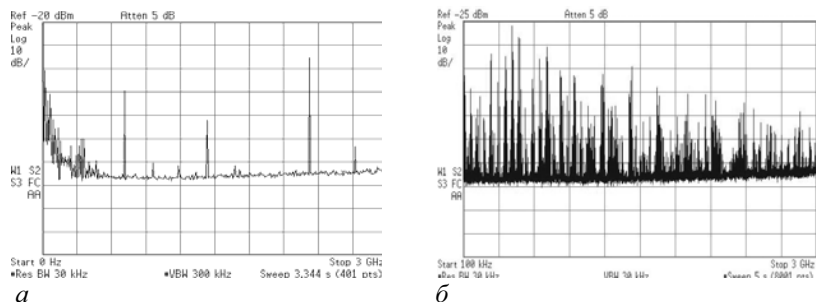


Рис. 7. а – спектр шумоподобных СВЧ колебаний при $K=0.4$; б – спектр шумоподобных СВЧ колебаний при $K=0.6$

изменения амплитуды или периода магнитного поля, увеличивая тормозящий потенциал, можно плавно изменять режима генерации. При этом токопрохождение в системе остается достаточно высоким.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 08-02-00102-а, № 10-02-00256-а и аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» (РНП 2.1.1./235).

Библиографический список

1. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.// Изв. РАН. Сер. физич. 2005. Т 69. вып. 13. с 1724.
2. Алямовский И.В.// Интенсивные электронные потоки. Уч-изд. М. 1991.
3. Калинин Ю.А., Филатов Р.А., Храмов А.Е.// Письма ЖТФ. 2006. Т 32. вып. 11. с 61–67.
4. Афанасьев В.И., Лукин К.А., Ракитянский В.А. Возбуждение хаотических колебаний в ЛОВО неламинарными электронными пучками // Радиофизика и электроника. Национальная академия Украины, 1997, Т. 2, №1. С 115–118.
5. Пащенко А.В., Залкинд В.М, Лонин Ю.Ф., и др. Неустойчивость замедляющегося электронного потока, инжектированного в плоский диод// Письма в ЖТФ. 2008, Т.34. вып. 24. С 84–89.
6. Калинин Ю.А., Лазерсон А.Г., Чемичев Г.В. Сложная динамика непараксиальных электронных потоков в периодическом магнитном поле // Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн. Изд-во вузов «ПНД», 1995, Т. 3, №4. С 32–39.
7. Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот// Под ред. Корноновского А.А, Трубецкова Д.И, Храмова А.Е, Физматлит, 2009, Т. 2, С 383.

Научный руководитель: Калинин Ю.А., д.т. н., профессор.

Библиографический список

1. Иванов А.П., Барун В.В. Спектры отражения света как средство диагностики структурных и биофизических параметров кожи // Оптика и спектроскопия. 2008. Т. 104, № 2, С. 344–351.
2. Башкатов А.Н., Генина Э.А., Синичкин Ю.П., Кочубей В.И., Лакодина Н.А., Тучин В.В. Определение коэффициента диффузии глюкозы в склере глаза человека // Биофизика. 2003. Т. 48. Вып. 2, С. 309-313.
3. Тучин В. В., Башкатов А. Н., Генина Э. А., Синичкин Ю. П., Лакодина Н.А. In vivo исследование динамики иммерсионного просветления кожи человека // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 12, С. 10 – 14.
4. Меглинский И.В., Башкатов А.Н., Генина Э.А., Чурмаков Д.Ю., Тучин В.В. Исследование возможности увеличения глубины зондирования методом отражательной конфокальной микроскопии при иммерсионном просветлении поверхностных слоев кожи человека // Квантовая Электроника. 2002. № 10, С. 875 – 882.
5. Зосимов В.В., Лямшев Л.М. Фракталы в волновых процессах // УФН. 1995. Т. 165. № 4, С. 361 – 401.
6. Yan R., Yan G., Yang B. Fractal Analysis on Human Colonic Pressure Activities based on the Box – counting Method // Proceeding of world academy of science, engineering and technology. 2006. Vol. 11, ISSN 1307-6884.
7. Kukreti S., Cerussi A., Tromberg B. and Cratton E. Intrinsic tumor biomarkers revealed by novel differential spectroscopic analysis of near infrared spectra // Journal of Biomedical Optics. 2007. 12(2), 020509.
8. Ерохин П. С. Влияние иммерсионного просветления на фрактальную размерность биологической ткани. Тезисы докладов 15 Всероссийской конференции «ВНКСФ-15». 2009. С. 436-437.

Научный руководитель: Максимова И. Л., д. ф.-м. н.

**ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ
ПЛОСКОСЛОИСТУЮ СТРУКТУРУ С КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

Доронин Д.М., студент 5 курса физического факультета СГУ

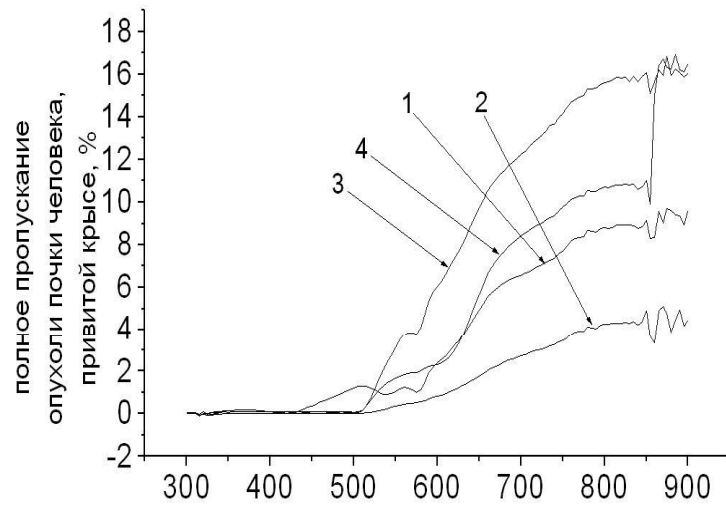


рис.2

длина волны в нанометрах
кривая 1 - без просветления; кривые 2, 3, 4 -
20, 40, 60 минут просветления 1% раствором
витамина В₂ соответственно.

В ходе выполнения работы экспериментально было установлено, что в начальный период просветления (первые 20 минут) как нормальной, так и патологически измененной ткани (нормальная почка крысы и опухоль почки человека, привитая крысе) наблюдается увеличение области неоднородности, которая приводит к снижению полного пропускания. Уменьшение размера области неоднородности вследствие просветления приводит к повышению полного пропускания нормальной ткани во всем спектральном диапазоне.

Для опухолевых тканей наблюдается менее пролонгированный характер увеличения пропускания ткани, вследствие ее большей неоднородности.

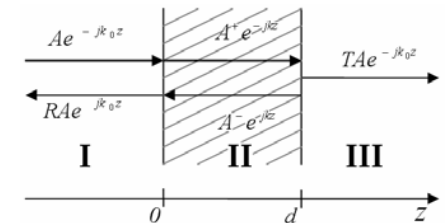


Рис. 1. Пространственное распределение волн в диэлектрическом слое

Одним из актуальных вопросов современной электроники является создание устройств, работающих в миллиметровом и оптическом диапазоне на основе эффекта туннелирования электромагнитной волны через периодическую структуру. Эффекты туннелирования недостаточно изучены в случаях, когда потенциальный барьер представляет собой нелинейную среду [1]. Именно эти эффекты являются объектом исследования работы.

При падении электромагнитной волны на плоскостойкую структуру с нелинейной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon(E)$ наблюдается целый спектр физических явлений, на основе которых возможно построения таких функциональных устройств, как заграждающие фильтры, ограничители мощности, фотонные световоды и т.п.

Прохождение электромагнитных волн через одномерную плоскую среду с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon(E)$ описывается уравнением (1):

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + k_0^2 \epsilon(E(z)) E(z) = 0, \quad (1)$$

где $\{E, \epsilon\} \in C$ комплексные функции пространственной координаты z , k_0 – волновое число.

Задача о туннелировании электромагнитной волны решена аналитически в линейном случае и численно для плоскостойких сред с керровской нелинейностью ($\epsilon(E) = \epsilon^{(0)} + \epsilon^{(2)} E^2$). Для аналитического решения в линейном случае ($\epsilon^{(2)} = 0$) записываются выражения для полей в областях I, II и III и сшиваются на границах:

$$\begin{cases} E_I(z) = A(e^{-jk_0z} + R e^{jk_0z}), & z \leq 0; \\ E_{II}(z) = A^+ e^{-jkz} + A^- e^{jkz}, & 0 < z \leq d; \\ E_{III}(z) = T e^{-jk_0z}, & z > d. \end{cases} \quad \begin{cases} E_I(0) = A(1+R) = E_{II}(0) = A^+ + A^-; \\ E_{II}(d) = A^+ e^{-jkd} + A^- e^{jkd} = E_{III}(d) = T e^{-jk_0d}; \\ E'_I(0) = -jk_0 A(1-R) = -jk(A^+ - A^-); \\ E'_{II}(d) = -jk(A^+ e^{-jkd} - A^- e^{jkd}) = -jk_0 T e^{-jk_0d}. \end{cases} \quad (2)$$

Из систем уравнений (2) можно легко определить амплитуду падающей волны A , коэффициент отражения R и пропускания T .

$$R = -\frac{E'(0) + jk_0 E(0)}{E'(0) - jk_0 E(0)}; \quad A = \frac{E(0)}{1 + R}; \quad T = \frac{C}{A}. \quad (3)$$

Распределение поля в области $[0, d]$ описывается уравнением (4):

$$E = E_H(z) = A^+ e^{-jkz} + A^- e^{jkz}, \quad (4)$$

где $A^+ = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{k_0}{k}\right) e^{-j(k_0 - k)d}$ – амплитуда прямой волны в области $[0, d]$;

$A^- = \frac{C}{2} \left(1 - \frac{k_0}{k}\right) e^{-j(k_0 + k)d}$ – амплитуда обратной волны в области $[0, d]$;

$C = E(d)$ – амплитуда вышедшей волны.

Если же $\varepsilon^{(2)} > 0$, то можно использовать, к примеру, малоамплитудное приближение, как это сделано в работе [1], и получить точное аналитическое решение в области малых амплитуд. Но не вводя приближений и упрощений, такую задачу решить аналитически нельзя, а на численные методы решения накладываются жёсткие требования к устойчивости решений [2].

$$\begin{cases} \frac{dE(z)}{dz} = X(z); \\ \frac{dX(z)}{dz} = -k_0^2 \varepsilon(E(z)) E(z). \end{cases} \quad (5)$$

При численном решении задачи Коши (5) возникают трудности, порождённые жёсткостью системы (в решении присутствуют составляющие с сильно различающимися масштабами по пространственной переменной z). Для решения жёстких задач используются вычислительные алгоритмы, обладающие повышенным запасом устойчивости. Поэтому выбрана ориентация на А-устойчивые методы [3, 4], среди которых известны неявные многошаговые методы, такие как метод Гира и метод Адамса–Бэшфорта–Моултона.

Задача решена в обратном ходе (граничные условия задаются на выходе из исследуемой структуры) и в прямом ходе (самосогласованная задача).

При решении задачи в прямом ходе требуется знание амплитуды поля и её производной на левой границе. Но поскольку неизвестны значения коэффициентов отражения R и пропускания T найти решение возможно лишь одним из методов пристрелки путём минимизации невязки граничных условий на правой границе: $\left| E(l) + jk_0 \frac{dE(z)}{dz} \Big|_{z=l} \right| \rightarrow \min$, используя многомерную оптимизацию по четырём параметрам ($Real[E(0)]$, $Image[E(0)]$, $Real\left[\frac{dE(z)}{dz} \Big|_{z=0}\right]$, $Image\left[\frac{dE(z)}{dz} \Big|_{z=0}\right]$), которая может быть сведена к оптимизации по двум параметрам ($Real(R)$, $Image(R)$).

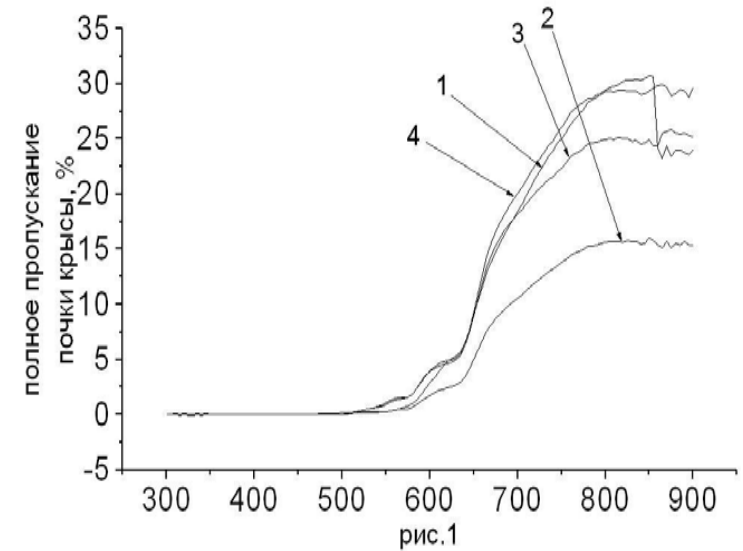


рис.1
длина волны в нанометрах
кривая 1 - без просветления; кривые 2, 3, 4 -
20, 40, 60 минут просветления 1% раствором
витамина В₂ соответственно.

При иммерсионном просветлении опухолевых тканей происходит резкое увеличение зоны неоднородности по сравнению с начальным размером и, как следствие, снижение пропускания ткани (рис. 2). При дальнейшем замещении внутритканевой жидкости иммерсионным агентом наблюдается видимое уменьшение области неоднородности опухолевой ткани, что приводит к уменьшению рассеяния света и повышению полного пропускания. Последние 20 минут просветления опухолевых тканей 1% раствором витамина В₂ не вносит особых изменений в структурные изменения ткани, однако, полное пропускание снижается благодаря набуханию ткани.

**РЕГИСТРАЦИЯ ИЗМЕНЕНИЙ НОРМАЛЬНОЙ
И ПАТОЛОГИЧЕСКИ ИЗМЕНЕННОЙ ТКАНИ
ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НЕЕ 1% РАСТВОРА ВИТАМИНА В₂**

Ерохин П.С., студент 5 курса физического факультета СГУ

В современной биомедицинской оптике большое внимание уделяется диагностике злокачественных новообразований. С целью диагностики этих образований, в частности, возможно использовать иммерсионные агенты [1–4]. Их цель – согласовать показатели преломления внутритканевой жидкости и коллагеновых волокон. Данная работа посвящена регистрации изменений, которые происходят в ткани при воздействии на нее осмотически активной жидкости на примере 1% раствора витамина В₂.

В качестве исследуемых тканей были выбраны нормальная почка крысы и опухоль почки человека, привитая крысе. Последняя представляет собой культуру раковых клеток, прививаемых крысе, опухоль развивалась в крысе-опухоленосце. Для исследований были сделаны срезы ткани толщиной 1 мм. С целью визуализации структуры образцов ткани использовался поляризационный микроскоп.

В ходе проведения экспериментов были получены поляризационные фотографии исследуемых тканей под действием 1% раствора витамина В₂ (данные не представлены).

Установлено, что нормальная ткань является более однородной по сравнению с опухолью. Следует заметить, что значение фрактальной размерности, которая характеризует изрезанность ткани, которое соответствует нормальной ткани, меньше, чем соответствующее значение для опухолевых тканей [8].

Для определения влияния изменений, в структуре ткани, находящихся под действием осмотически активного вещества, на ее полное пропускание, использовался спектрофотометр LAMBDA 950.

Измерения полного пропускания проводились в начальный момент времени, без иммерсионного агента, и через 20 минут после начала иммерсии в диапазоне длин волн 300 – 900 нм.

Установлено, что уменьшение полного пропускания нормальной почки крысы при воздействии 1% раствором витамина В₂ (рис. 1) определяется просветлением ткани, что характеризуется появлением неоднородности (данные не представлены). Дальнейший процесс просветления сопровождается повышением полного пропускания и относительным выравниванием структуры ткани (данные не представлены).

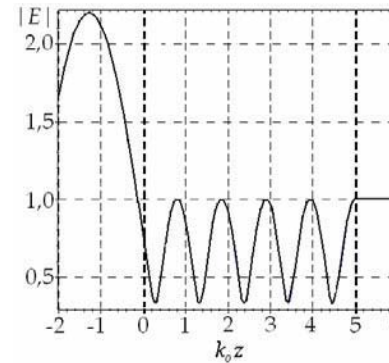


Рис. 2. Распределение амплитуды волны вдоль пространственной координаты z при $\varepsilon(E) = \varepsilon^{(0)} > 0$

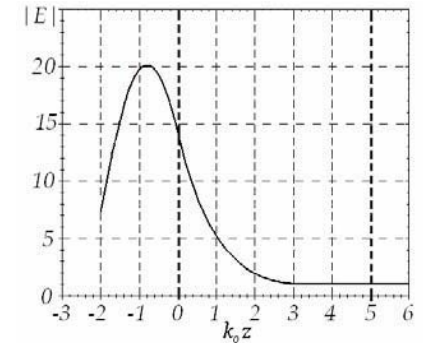


Рис. 3. Экспоненциальное затухание амплитуды волны внутри барьера вдоль пространственной координаты z при $\varepsilon(E) = \varepsilon^{(0)} = -1 < 0$

В результате численного моделирования получена картина пространственного распределения амплитуды поля в среде (рис. 2, 3). Осцилляции амплитуды поля в области $z < d$ обусловлены интерференцией падающей волны с волной, отражённой от границ структуры. Не теряя общности решения, среды слева и справа от одиночного плоского слоя полагались идентичными ($k_{0L} = k_{0R} = 1$).

Метод обратной прогонки оказался гораздо эффективнее интегрирования в прямом направлении ввиду специфики работы программы с числами резко различающихся порядков.

Рассмотрены нелинейные случаи, описанные в работе [1] ($\varepsilon^{(0)} = -0.21$ и $\varepsilon^{(2)} = \pm 0.40333; \pm 0.80666$). На рис. 4 представлено изменение графиков зависимости $|T| = |T(A_0)|$ под влиянием коэффициента нелинейности $\varepsilon^{(2)}$.

Исследованы эффекты, порождённые нелинейным слагаемым модели Керра. Широко известен эффект резонансного туннелирования, когда падающая на однослойную структуру электромагнитная волна не «замечает» последнюю и проходит без отражений. За этим явлением скрывается весьма простая физика, позволяющая использовать эффект при построении микро- и наноструктур (так называемых *Resonant Tunneling Devices*). В рамках исследуемой модели этот эффект получен и исследован (рис. 5). При падении на структуру с линейной комплексной диэлектрической проницаемостью очевидно «просветление» наблюдается, если слева от пластины поле обратной волны отсутствует, то есть справедливо (6).

$$AR + A^- = 0; \quad AR + \frac{TA}{2} \left(1 - \frac{k_0}{k}\right) e^{-j(k_0+k)d} = 0; \quad d = \frac{j}{k_0 + k} \ln \frac{2\sqrt{1-|T|^2}}{T \left(1 - \frac{k_0}{k}\right)}; \quad (6)$$

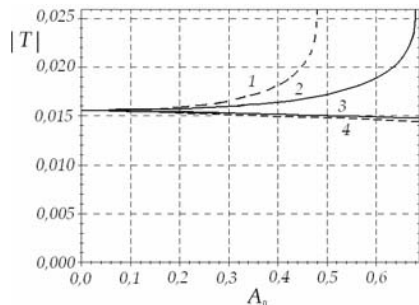


Рис. 4. График зависимости $|T(A_0)|$. Кривые 1, 2 и 3, 4 соответствуют $\varepsilon^{(0)} = -0.21, \varepsilon^{(2)} = -0.80666; -0.40333$ и $\varepsilon^{(2)} = 0.40333; 0.80666$

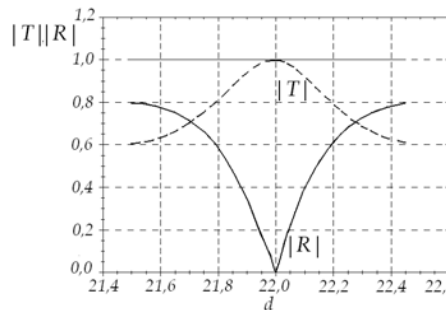


Рис. 5. Диаграмма, иллюстрирующая зоны резонансного туннелирования: $\varepsilon = 9, d = 22, |T| = 0.999$.

Таким образом, решена система жёстких дифференциальных уравнений в прямом (самосоглашенная задача) и обратном ходе, результаты численных вычислений полностью описывают нелинейные физические эффекты, возникающие в плоскостных средах с кероуской нелинейностью.

Библиографический список

1. Молотков И.А., Маненков А.Б. О нелинейных туннельных эффектах // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52, № 6. С. 1–8.
2. Давидович М.В., Стефюк Ю.В. Нелинейное прохождение электромагнитной волны через слой с квадратичной и дробно-полиномиальной зависимостями диэлектрической проницаемости.
3. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль. – Томск: МП «РАСКО», 1991.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы - М.: БИНОМ, 2004. - 636 с.
5. Альтицлер Е.Ю., Нефёдов И.С. Управление спектром блоховских волн ближнего поля в волноводе, периодически нагруженном тонкими слоями InSb // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, №1. С.
6. Elliott R. Brown, Oliver B. McMahon, and Christopher D. Parker Photonic-Crystal Antenna Substrates // LINCOLN LABORATORY JOURNAL, VOLUME 11, NUMBER 2, 1998.

Научный руководитель: Давидович М.В., д.ф.-м.н., профессор кафедры радиотехники и электродинамики физического факультета СГУ

При отсутствии агрегации флуорофор сорбировался на золоте, при этом наблюдалось полное тушение флуоресцентного зонда, регистрируемое во флуоресцентном микроскопе.

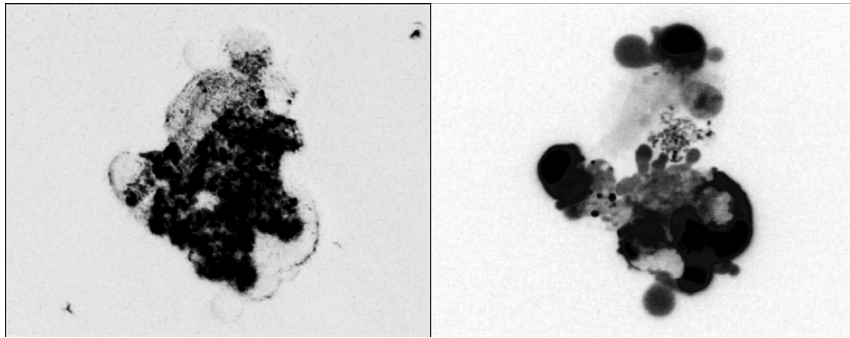
Показано, что совместное использование золотых частиц с флуоресцентными метками позволяет определять локализацию частиц коллоидного золота в рассматриваемых культурах клеток методами конфокальной лазерной микроскопии. Наблюдается усиление светимости золотых наночастиц в препаратах животных клеток, что делает возможным использование плазмонно-резонансных частиц диаметром менее 15 нм в микроскопии темного поля.

Работа поддержана грантом РФФИ, проект 02-02-17418.

Библиографический список

1. Hess H., Tseng Y. Active Intracellular Transport of Nanoparticles: Opportunity or Threat? // AcsNano. 2005. V. 5. P. 390-392.
2. El-Sayed I.H., Huang X. and El-Sayed M.A. Surface plasmon resonance scattering and absorption of anti-EGFR antibody conjugated gold nanoparticles in cancer diagnostics: Applications in oral cancer, // Nano Lett. 2005. V. 5. P. 829-834.
3. Fuente J.M. and Berry C.C. Tat peptide as an efficient molecule to translocate gold nanoparticles into the cell nucleus. // Bioconjugate Chem. 2005. V. 16(5). P. 1176-1180.

Научный руководитель: Богатырев В.А., д. б.-м. н., доцент кафедры биофизики ФНП СГУ, в. н. с. ЛБН ИБФРМ РАН

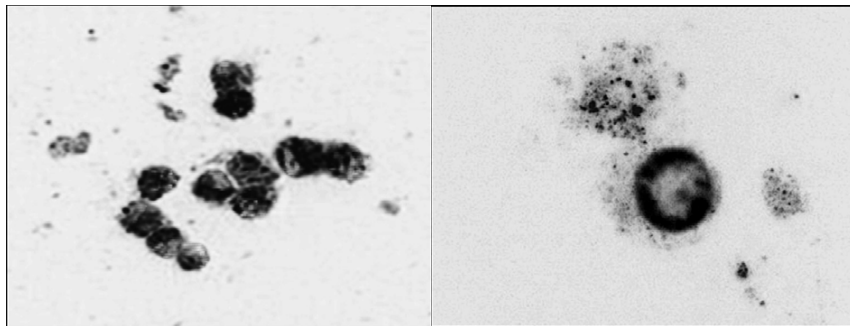


а б
Рис. 2. Изображение клеток эмбрионов почек свиньи, сделанное а – в темном поле, б – в режиме люминисценции (микроскоп Leica DM-2500)

Аналогичное мечение было проведено в эксперименте с лимфоцитами кролика; в качестве плазмонно-резонансной метки были взяты золотые сферические наночастицы диаметром 15 нм.

По всей видимости, АО, сорбируясь на частицах золота, увеличивает их сечение рассеяния, тем самым усиливая светимость золотых наночастиц в препаратах животных клеток.

При титровании акридинового оранжевого была обнаружена нелинейная зависимость образования агрегатов коллоидного золота от концентрации используемого флуорофора, которая объясняется перезарядкой сферических золотых наночастиц данной флуоресцентной меткой при добавлении ее в высокой концентрации. Изменение заряда с отрицательного на положительный было зафиксировано с помощью прибора Zeta-Sizer.



а б
Рис. 3. Изображение лимфоцитов кролика, сделанное: а – в смешанном режиме темного поля и люминисценции (микроскоп Leica DM-2500), б – в режиме люминисценции (Leica TCS-SP5)

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ И ЛИНЕЙНОГО УСИЛЕНИЯ В ШИРОКОПОЛОСНЫХ ЛБВ

Каретникова Т.А., студентка 3 курса ФНП СГУ

Современный широкополосный ЛБВ-усилитель представляет собой сложный многосекционный прибор, причем каждая секция пространства взаимодействия может отличаться от остальных электродинамическими параметрами – сопротивлением связи, законом дисперсии, затуханием. Кроме того, существенное влияние на работу прибора могут оказать отражения усиленного сигнала как на входном и выходном концах пространства взаимодействия, так и в местах перехода от одной секции к другой внутри лампы. В связи с этим, важно уметь учитывать эти факторы в программах моделирования процессов в широкополосных ЛБВ. В настоящей работе изложен алгоритм и приведены результаты тестов программы, позволяющей рассчитывать коэффициент линейного усиления и самовозбуждение паразитных колебаний в лампе бегущей волны (ЛБВ) с учетом отражений и неоднородности параметров замедляющей системы прибора вдоль пространства взаимодействия.

Лампу бегущей волны, работающую в линейном режиме, можно представить в виде чередования неоднородных участков, на которых может происходить рассеяние и взаимное преобразование прямой и встречной волн в замедляющей системе, а также однородных участков замедляющей системы, на которых изменение амплитуд волн происходит за счет их взаимодействия с электронным потоком. С двух сторон система подключена к входному и выходному волноводам. Схематическое изображение такой системы показано на рис. 1.

При таком подходе процессы, происходящие с сигналом и пучком при продвижении вдоль пространства взаимодействия можно выразить через матрицы передачи соответствующих участков лампы. Матрица передачи \hat{M} для всей лампы определяется соотношением:

$$A_N = \hat{M}_{N+1} \hat{T}_N \hat{M}_N \hat{T}_{N-1} \dots \hat{M}_2 \hat{T}_1 \hat{M}_1 A_1 = \hat{M} A_1, \quad (1)$$

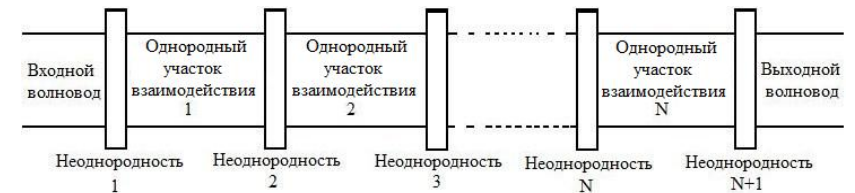


Рис. 1. Схема ЛБВ в виде последовательно соединенных многополюсников

где $A = [a_+, a_-, J, \frac{dJ}{d\xi}]^T$, \hat{M}_i – матрица передачи для i -го участка неоднородности, а \hat{T}_i – матрица передачи для i -го участка пространства взаимодействия. Здесь $a_{\pm} = \sqrt{P_{\pm}} \exp(j\psi_{\pm})$ – амплитуды падающей и встречной волн, выраженные через их мощности P_{\pm} и фазы ψ_{\pm} , J и $dJ/d\xi$ – сгруппированный ток и его производная в соответствующем сечении.

Элементы матрицы передачи \hat{M}_i для i -го участка неоднородности определяются из матрицы рассеяния \hat{S} , которая считается унитарной и симметричной. В этом случае для её полного задания необходимы три параметра: коэффициент отражения Γ и фазы коэффициентов отражения и пропускания. Данная матрица имеет вид [1]:

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \Gamma e^{j\varphi_1} & \sqrt{1-\Gamma^2} e^{j\varphi_2} & 0 & 0 \\ \sqrt{1-\Gamma^2} e^{j\varphi_2} & -\Gamma e^{j(2\varphi_3-\varphi_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

В матрице (2) предполагается, что при прохождении локальной неоднородности не происходит дополнительной группировки пучка. При расчете матрицы передачи для участка пространства взаимодействия использовались уравнения линейной теории ЛБВ [2]. Таким образом, все матрицы, необходимые для расчета полной матрицы передачи лампы определены.

Знание полной матрицы передачи позволяет сформулировать две задачи по исследованию режимов работы лампы бегущей волны:

1) Линейный режим усиления: при этом во входном волноводе существуют волны, распространяющиеся в обе стороны (входной сигнал и отраженная от входной неоднородности волна), а в выходном волноводе существует только прошедшая через систему волна. Таким образом, следует положить $a_{-,вых} = 0$. Из этого условия можно найти связь между падающей и отраженной волнами во входном волноводе, а также коэффициент усиления, выраженный через элементы полной матрицы передачи. Это соотношение имеет вид $G = 20 \lg(M_{11} - M_{12} M_{21} / M_{22})$.

2) Условия самовозбуждения: в этом режиме волны, распространяющиеся в сторону пространства взаимодействия во входном и выходном волноводах, отсутствуют, а существуют только волны, бегущие от лампы. Это соответствует условиям $a_{+,вх} = 0$, $a_{-,вх} = 0$, $a_{-,вх} \neq 0$ и $a_{+,вх} \neq 0$. Их одновременное выполнение возможно, только если справедливо уравнение $M_{22} = 0$, которое представляет собой условия самовозбуждения ЛБВ.

Материалы и методы

Клетки инкубировали с коллоидным золотом нм для СПЭВ и лимфоцитов соответственно в течение суток (0.5 мл золота на 1мл клеточной суспензии), метили полученные конъюгаты акридиновым оранжевым, 1 мкл 0.01% раствора АО на 1 мл суспензии, инкубировали в течение 5 мин.

Для уточнения механизма изменений свойств флуорофора был проведен метод двойных разведений АО при добавлении его к растворам золотых наночастиц различного диаметра с уменьшением его концентрации от 150 мкМ до 0.5 мкМ.

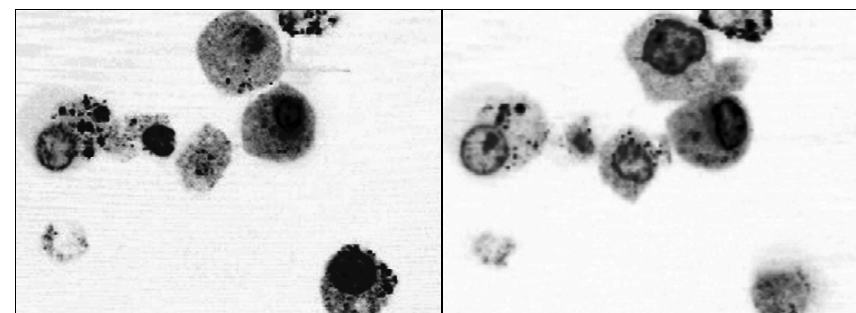
Результаты и обсуждения

В ходе эксперимента было выявлено, что конъюгация золотых наночастиц с флуоресцентными метками увеличивает сечение рассеяния либо отдельных частиц, либо их агрегатов вследствие адсорбции катионного флуорофора на анионную поверхность золота. Это позволяет исследовать локализацию плазмонно-резонансных наночастиц методами темнопольной световой микроскопии.

Визуализация клеток с использованием метода конфокальной микроскопии свидетельствовала о нахождении золота внутри клеток.

При визуализации меченых клеток СПЭВ в темном поле было обнаружено броунирование золотых наночастиц, ограниченное наружной мембраной клетки, что также доказывает проникновение золотых наночастиц внутрь клеток.

Соединяясь с золотом, АО теряет свои флуоресцентные свойства, что может сопровождаться агрегацией золотых частиц, и полностью тушится.



а б
Рис. 1. Оптические срезы (а – 2.8 мкм, б – 7.5 мкм) КЭПС, меченных золотыми наночастицами диаметром 40 нм, сделанные в разные моменты времени

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛАЗМОННО-РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТИЦ И ФЛУОРЕСЦЕНТНЫХ КРАСИТЕЛЕЙ ДЛЯ СВЕТОМИКРОСКОПИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЖИВОТНЫХ КЛЕТОК

Гасина О.А., студентка 5 курса ФНП СГУ
Староверов С.А., к. вет. н., СГАУ им. Н. И. Вавилова,
Институт биохимии и физиологии растений и микроорганизмов РАН
Соколов О.И., д. б. н., Институт биохимии
и физиологии растений и микроорганизмов РАН
Дыкман Л.А., д. б. н., Институт биохимии
и физиологии растений и микроорганизмов РАН

Данная работа посвящена исследованию возможностей совмещения конфокальной микроскопии с уникальными свойствами плазмонно-резонансных оптических зондов.

Биологическими объектами исследования являются клетки почек эмбриона свиньи (СПЭВ) и лимфоциты кролика, в качестве флуоресцентной метки использовался краситель акридиновый оранжевый (АО), диаметр используемых сферических золотых наночастиц – 15, 20, 30, 40 и 50 нм.

Введение

Для многих медицинских и цитологических исследований, таких как изучение механизмов транспорта веществ в клетку [1], адресная доставка лекарственных веществ [2], доставка генетического материала в клеточное ядро особенно важно определить, проникает ли носитель в клетку, или локализуется на ее поверхности.

Одним из распространенных способов определения локализации плазмонно-резонансных наночастиц являются методы оптической и трансмиссионной электронной микроскопии [3]. Значительная степень разрешения является несомненным достоинством данного метода, но наряду с этим следует отметить некоторые недостатки электронной микроскопии – сложную технологию изготовления препаратов и высокую стоимость проводимых исследований.

Еще одним используемым методом является конфокальная микроскопия в режиме мультифотонной флуоресценции. Главное преимущество конфокальной микроскопии – возможность воссоздания трехмерной картины структуры клеток путем создания оптических срезов (z-стеков).

В данной работе предложен метод исследования местоположения золотых наночастиц в клетке с помощью стандартной конфокальной лазерной микроскопии путем использования смешанных меток, основанный на усилении светимости золотых наночастиц в результате их взаимодействия с флуоресцентными зондами.

Указанные выше алгоритмы были использованы при разработке программы для расчета режимов линейного усиления в ЛБВ с учетом неоднородностей на ее концах. Программа написана на языке программирования системы компьютерной математики Mathematica-6.0. В качестве примера использования программы приведем расчет однородной ЛБВ с отражениями на концах. Параметры прибора: длина лампы $L = 0.1$ м, радиус пролетной трубы $a = 0.69$ мм, радиус пучка $b = 0.487$ мм, напряжение пучка $V_0 = 4500$ В, постоянный ток $I_0 = 0.115$ А. Необходимые для расчета параметры спиральной замедляющей системы были рассчитаны с использованием оперативной программы расчета электродинамических параметров спиральной ЛБВ [3] по ее геометрическим размерам.

В качестве теста на правильность работы программы было проведено сравнение полученных с ее помощью результатов с данными расчета по программе TWT1D, предназначенной для расчета режимов нелинейного многочастотного усиления в ЛБВ [4]. В нелинейной программе во входных данных задавалась малая амплитуда входного сигнала для того, чтобы можно было произвести корректное сопоставление результатов.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента усиления от частоты, полученные с использованием обеих программ для трех значений тока пучка. Как видно из графика диапазон частот и величина коэффициента усиления различаются не очень сильно, возникшие отклонения можно объяснить тем, что в программе для линейного режима учитывается встречное излучение (на графике – кривые с малыми осцилляциями).

При отсутствии отражений от концов системы, график коэффициента усиления при малом токе (0.03 А) будет гладким в достаточно широком диапазоне частот, так как при этом уровень встречного излучения мал. При увеличении тока (0.05 А и 0.07 А) будут появляться небольшие осцилляции коэффициента усиления и диапазон частот будет расширяться. Это обстоятельство объясняется тем, что при увеличении тока пучка увеличивается параметр усиления Пирса S , от значения которого в первую очередь зависит уровень встречного излучения. Интерференция прямой и встречной волн приводит к появлению осцилляций на графиках зависимости коэффициента усиления от частоты.

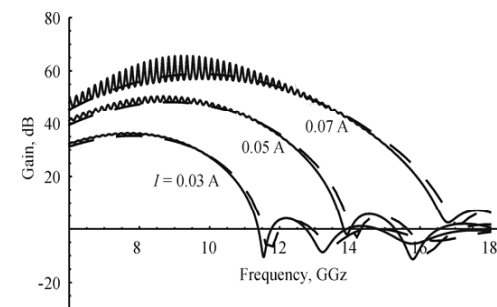


Рис. 2. График зависимости коэффициента усиления от частоты при $\Gamma=0$, рассчитанные с помощью данной программы (сплошная линия) и программы [4] (пунктир) с малой амплитудой входного сигнала

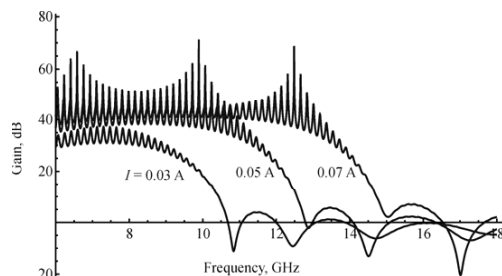


Рис. 3. График зависимости коэффициента усиления от частоты при $\Gamma=0.1$

диапазон частот – расширяться. Это будет происходить вследствие того, что помимо обратной волны с прямой волной также будет взаимодействовать и отраженная волна. Степень этого взаимодействия увеличивается с ростом коэффициента отражения в системе. Расстояние между пиками колебаний коэффициента усиления может быть рассчитано из условия, что на электронной длине лампы должно укладываться целое число полувольт. Используя геометрические параметры системы, из этого условия легко получить, что расстояние между соседними пиками должно составлять примерно 176 МГц. Эта же величина, определенная по рассчитанным графикам, получается равной 166 МГц, что хорошо соответствует теоретической оценке.

Работа поддержана грантом РФФИ, проект 08-02-00621.

Библиографический список

1. Альтман Дж. Л. Устройства сверхвысоких частот. М.: Мир. 1968.
2. Цейтлин М.Б., Кац А.М. Лампа с бегущей волной (вопросы теории и расчета). М.: Сов. радио. 1964.
3. Рожнев А.Г., Соколов Д.В. Расчет электродинамических характеристик спиральных замедляющих систем широкополосных ЛБВ (Уч.-метод. пособие). Саратов: Изд-во ГосУНЦ "Колледж", 2004.
4. Rozhnev A. G., Ryskin, N. M., Sokolov et al. New 2.5D Code for Modeling of Nonlinear Multisignal Amplification in a Wide-band Helix Traveling Wave Tube // Fifth IEEE Int. Vacuum Electron. Conf. (IVEC2004). 2004. Monterey, USA. Technical Digest. P.144-145.

Научный руководитель: доцент Рожнев А.Г.

Теперь рассмотрим зависимость коэффициента усиления от частоты для трех различных значений тока ($I=0.03, 0.05$ и 0.07 А) при $V_0 = 4500$ В с коэффициентом отражения от обоих концов системы, равным $\Gamma = 0.1$.

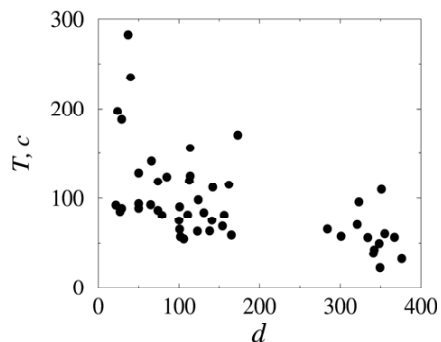
При введении небольшого отражения осцилляции будут увеличиваться, а

Работа поддержана Федеральным агентством по образованию в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Библиографический список

1. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971.
2. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge nonlinear science series 12, Cambridge University Press, 2001.
3. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Safonova M.A. Synchronization of Chaos // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1992. V.2. P.633.
4. Rosenblum M., Pikovsky A., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillations // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P.1804.
5. Holstein-Rathlou N.-H., Leyssac P.P. TGF-mediated oscillations in the proximal intratubular pressure: differences between spontaneously hypertensive rats and Wistar-Kyoto rats // Acta Physiol. Scand. 1986. V. 126. P. 333.
6. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J. Synchronization among mechanisms of renal autoregulation is reduced in hypertensive rats // Am. J. Physiol. Renal Physiol. 2007. V.293. P.F1545.
7. Mallat, S. G. A wavelet tour of signal processing. New York: Academic Press, 1998.
8. Marsh D.J., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Vascular coupling induces synchronization, quasiperiodicity, and chaos in a nephron tree // Chaos. 2007. V. 17. P. 015114.
9. Pavlov, A.N., Sosnovtseva O.V., Pavlova O.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Characterizing multimode interaction in renal autoregulation // Physiological Measurement. 2008. V.29. P. 945.

Научный руководитель: Павлов А.Н., к.ф.-м. н., доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ.



Зависимость средней длительности участков захвата частоты колебаний, обусловленных механизмом КГОС, от расстояния между нейронами (в пикселях)

увеличением расстояния между нейронами. Подтверждением этому служит рисунок, иллюстрирующий отличие примерно в 4 раза длительности захвата частот в зависимости от расстояния (результат усреднения по ансамблю). Однако следует отметить, что во многих экспериментах четкой зависимости, подобной изображенной на рисунке, не прослеживается. При этом даже для удаленных нейронов наблюдается четкий захват частот и фаз колебаний на протяжении 6–7 периодов ритма КГОС, что не позволяет считать данную подстройку ритмов случайной.

Таким образом, проведенное исследование свидетельствует о том, что в динамике нейронных ансамблей должны быть задействованы механизмы связи между «деревьями», изучение которых представляет собой пока еще новое направление, в рамках которого существует целый ряд открытых вопросов.

Другим результатом проведенного исследования является обнаружение периодичности в формировании синхронных кластеров из десятков нейронов. Было установлено, что размер синхронного кластера меняется с частотой, приближенно соответствующей диапазону очень медленных ритмов авторегуляции кровотока [9]. Это позволяет предложить возможную интерпретацию очень медленных колебательных процессов как ритмов, оказывающих влияние на коллективную динамику больших нейронных ансамблей.

Отметим, что подход, основанный на выделении мгновенных частот ритмов колебаний с помощью вейвлетов, представляет весьма перспективный инструмент исследования, который позволяет определить длительность участков синхронизации для больших групп нейронов и интервалы времени между последовательными группировками (подстройкой) мгновенных частот ритмов колебаний. Учитывая, что периоды между участками синхронизации приближенно соответствуют периодике очень медленных ритмов, отмеченных в работе [9], можно предложить возможную интерпретацию очень медленных колебательных процессов как ритмов, вызванных коллективной динамикой больших нейронных ансамблей. Обоснование данной гипотезы требует более детального дальнейшего исследования и набора статистики.

МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Овчинников А.В., ФНП СГУ, аспирант

В последнее время все большее внимание исследователей привлекают оптические материалы с искусственными периодическими структурами субмикронного масштаба – фотонные кристаллы. Активные исследования в области физики фотонных кристаллов привели к созданию миниатюрных устройств, работающих в диапазоне длин волн видимого света [1–2]. В области сверхвысоких частот аналогами фотонных кристаллов могут быть магнитные кристаллы [3] – структуры, созданные на основе магнитных материалов с различными периодическими неоднородностями, в которых распространяющимися волнами являются магнитоэлектрические спиновые волны (магноны).

Важной проблемой является управление параметрами магнитоэлектрических волн (МЭВ), т.е. изменение их постоянных распространения, затухания, направления распространения и т.д. Одним из возможных средств управления МЭВ являются периодические решетки, которые можно формировать разными способами [4,5]. В этой связи актуальной задачей является исследование магнитоэлектрических волн в ферромагнитных пленках с периодическими неоднородностями. Данная задача рассматривалась ранее в работах [6–8]. В настоящей работе рассматривается один из подходов к анализу таких периодических структур на примере модели, схема которой показана на рис. 1.

Анализируемая модель структуры представляет собой ферритовую пленку, на поверхности которой создана периодическая неоднородность (L -период структуры) в виде металлических полосок, расположенных по нормали к направлению распространения волны. Постоянное магнитное поле H_0 приложено касательно к поверхности пленки и его значение соответствует случаю возбуждения в такой структуре поверхностной МЭВ. Обозначения геометрических размеров структуры показаны на рис. 1.

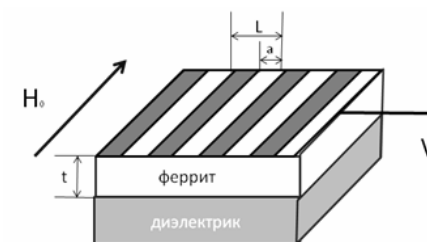


Рис. 1. Схема исследуемой ферромагнитной структуры с периодическими неоднородностями

Суть используемого подхода заключается в том, что по-

верхностную магнитную проницаемость такой периодической структуры можно представить в виде ряда Фурье по пространственным гармоникам:

$$\mu_z^s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mu_{en}^s e^{\frac{j\pi n x}{L}}, \quad (1)$$

где $\mu_{en}^s = \frac{\mu_s}{n} \sin \frac{\pi}{L} n a$; $\mu_s = \pm 1$.

Распространение магнитостатических волн описывается следующей системой уравнений:

$$k_n A_n ((\mu^2 - \mu_\alpha^2 + \rho_n * \mu_\alpha) \text{sh}(k_n t) + \rho_n \mu \text{ch}(k_n t)) = - \sum_{m+p=n} \mu_{em}^s k_p A_p (\mu + \text{ch}(k_p t) - (\mu_\alpha - \rho_p) \text{sh}(k_p t)), \quad (2)$$

где k_n – постоянная распространения гармоники Фурье; μ , μ_α – компоненты тензора ВЧ магнитной проницаемости [8].

Выражение (2) представляет собой бесконечную систему уравнений, условие совместности которой даёт дисперсионное уравнение в общем виде. Для упрощения решения задачи будем использовать метод связанных волн, т.е. учитывать взаимодействие только двух пространственных гармоник, т.е. нулевой гармоники прямой волны в структуре ($n=0$, $\mu_s=1$) и минус первой гармоники встречной волны ($n=-1$, $\mu_s=-1$), которые имеют вблизи полосы не пропускания системы близкие фазовые скорости (волновые числа). С учётом этого предположения дисперсионное уравнение для рассматриваемого случая будет иметь вид:

$$\left(\left((\mu^2 - \mu_\alpha^2) + \mu_\alpha \left(1 - \frac{a}{L} \right) + \frac{a}{L} \right) * \text{sh}(k_0 t) + \mu \left(1 + \frac{a}{L} \right) * \text{ch}(k_0 t) \right) * \left(\left((\mu^2 - \mu_\alpha^2) + \mu_\alpha \left(\frac{a}{L} - 1 \right) + \frac{a}{L} \right) * \text{sh}(k_{-1} t) - \mu \left(1 + \frac{a}{L} \right) * \text{ch}(k_{-1} t) \right) = - \frac{\left(\sin \left(\frac{\pi a}{L} \right) \right)^2}{\pi^2} * \left(\mu * \text{ch}(k_{-1} t) - (\mu_\alpha + 1) * \text{sh}(k_{-1} t) \right) * \left(\mu * \text{ch}(k_0 t) - (\mu_\alpha - 1) * \text{sh}(k_0 t) \right) \quad (3)$$

Выражения в круглых скобках в левой части уравнения (3) определяют дисперсионные соотношения для нулевой и минус первой пространственных гармоник МСВ, соответственно, а в правой части стоит коэффициент связи гармоник, который зависит от геометрических размеров структуры.

На основе численного решения уравнения (3), результаты которого представлены на рис. 2, 3 проанализированы основные особенности поведения характеристик поверхностных МСВ в исследуемой периодической структуре.

связь в динамике взаимодействующих структурных элементов почки доминирует.

В данной работе исследуется коллективное поведение больших ансамблей нефронов, расположенных на поверхности почки. Для их изучения нами использовались экспериментальные данные, записанные в институте Панум (университет Копенгагена, Дания) под руководством N.-H. Holstein–Rathlou. В ходе проведенных экспериментов осуществлялась регистрации динамики структурных элементов на поверхности почки с помощью инфракрасной камеры, позволяющей фиксировать скорость потока крови в артериолах по изменению температурного режима. Так как инфракрасная камера не обеспечивает возможности визуализации отдельных нефронов, дополнительно с помощью микроскопа делалась фотография этой поверхности, позволяющая идентифицировать артериолы. Путем наложения фотографии на изображение, регистрируемое видеокamerой, определялись координаты расположения нефронов для анализа временной динамики потока крови в кровеносных сосудах.

В рамках отдельного эксперимента получалась видеозапись температурного режима значительной части верхней поверхности почки (около 2/3); время эксперимента составляло 30 минут. Для каждой из 8 проанализированных крыс удавалось обнаружить от 40 до 100 нефронов (в зависимости от эксперимента). Данные были предоставлены для анализа проф. N.-H. Holstein–Rathlou и проф. D.J. Marsh.

Численные исследования записанных экспериментальных данных базировались на вейвлет-анализе. В отличие от классического спектрального анализа, основанного на преобразовании Фурье и оперирующего с гармоническими функциями, он допускает значительное разнообразие выбора базиса, по которому проводится разложение сигнала. В рамках данной работы использовалось непрерывное вейвлет-преобразование с базисной функцией Морле [7], а выбранная процедура идентификации мгновенных частот колебаний была идентична методике, рассмотренной в работе [6].

Неожиданным результатом проведенных исследований явилось обнаружение эффекта синхронизации нефронов, находящихся на значительном удалении друг от друга. В частности, было установлено, что длительность участков захвата частот (или фаз) колебаний удаленных нефронов может быть сопоставима с соответствующими величинами для соседних структурных элементов почки. Это противоречит ранее существовавшим представлениям о том, что синхронизация должна наблюдаться только для нефронов, расположенных на одном «дереве» [8], и свидетельствует о наличии более сложных механизмов взаимодействия индивидуальных структурных элементов почки по сравнению с механизмами, ранее изученными в нефрологии. Отметим, что в ряде экспериментов удается зафиксировать уменьшение длительностей участков захвата частот колебаний с

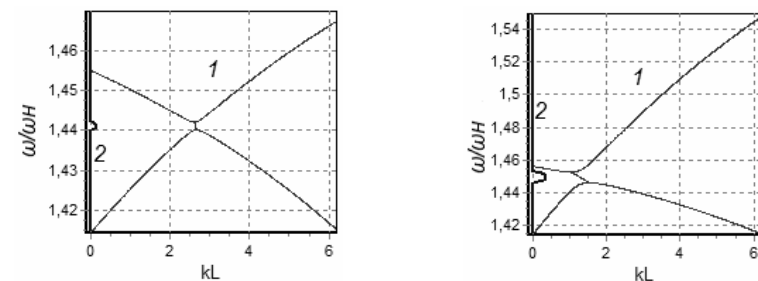
СИНХРОНИЗАЦИЯ БОЛЬШИХ АНСАМБЛЕЙ НЕФРОНОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ПОЧКИ

*Анисимов А.А., аспирант физического факультета СГУ
Назимов А.И., студент 4 курса физического факультета СГУ
Павлова О.Н., ассистент кафедры радиофизики
и нелинейной динамики СГУ*

Синхронизация автоколебаний является одним из фундаментальных явлений природы, многочисленные примеры которой хорошо известны в естествознании в целом и в динамике живых систем в частности [1, 2]. Она может быть рассмотрена как механизм самоорганизации автоколебательных систем, который проявляется в подстройке ритмов колебаний, приводящей к эффектам захвата частот и фаз. Согласно представлениям классической теории колебаний, синхронизация состоит в стабилизации фазового сдвига между взаимодействующими ритмическими процессами или в подавлении собственной динамики одной из систем. В динамике нелинейных систем с хаотическим поведением наблюдается более широкий спектр явлений, представляющих собой частные случаи синхронной динамики [2–4].

В настоящее время хорошо известно, что синхронизация играет важную роль в функционировании живых организмов, например, в динамике ансамблей нервных клеток, сердечно-сосудистой системы и т.д. Функционирование нефронов [5] является одним из примеров динамики объектов живой природы, где эффекты синхронизации отличаются в норме и при патологии. Однако до настоящего времени синхронная динамика нефронов изучалась только для случая малых ансамблей (2–3 элемента) [6], а динамика больших ансамблей (десятки-сотни структурных элементов почки) оставалась вне поля зрения исследователей.

Одним из хорошо изученных механизмов авторегуляции почечного кровотока на уровне индивидуальных нефронов является канальцево-гломерулярная обратная связь (КГОС) [5]. Этот механизм приводит к генерации автоколебаний с периодом примерно 30–40 сек, которые регистрируются как в малых кровеносных сосудах (артериолах), так и в фильтрате, протекающем по канальцам нефрона. Как отмечалось в работе [6], синхронизация соответствующих колебаний взаимодействующих нефронов базируется на двух типах связи – электрохимической, приводящей к синфазному режиму синхронной динамики, и гемодинамической, порождающей противофазный режим синхронных колебаний. На практике в подавляющем большинстве экспериментов (более 90%) регистрируется синфазный режим, что может свидетельствовать о том, что электрохимическая

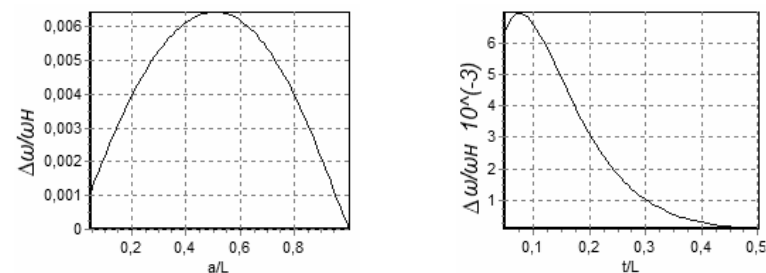


а *б*
Рис. 2. Дисперсионные характеристики структуры при $t/L=0.05$; $\omega_H/\omega_H=1$ (кривая 1 – действительная часть постоянной распространения, кривая 2 – мнимая часть): *а* – $a/L=0.9$; *б* – $a/L=0.5$

Прямая и обратная волна распространяются вблизи разных поверхностей структуры. Прямая волна прижимается к поверхности, на которой расположена периодическая металлическая решётка. Обратная – вдоль полубесконечного диэлектрика. Металлическая решётка оказывает воздействие на распространение прямой волны и почти не оказывает на обратную. Поэтому структура проявляет невзаимные свойства.

Из рис. 3, *а* можно сделать вывод, что ширина запрещённой зоны максимальна при $a/L=0.5$ и убывает по мере отклонения от этого значения. Из рис. 3, *б* можно сделать вывод, что ширина запрещённой зоны максимальна вблизи малых значений параметра t/L и уменьшается по мере роста этого параметра.

Таким образом, используемый в работе достаточно простой подход для анализа периодических ферритовых структур учитывает качественно все основные эффекты, присущие поведению волн в таких структурах.



а *б*
Рис. 3. Зависимость ширины запрещённой зоны от геометрических размеров структур: при *а* – $t/L=0.05$; $\omega_H/\omega_H=1$; *б* – $a/L=0.5$; $\omega_H/\omega_H=1$

В то же время, необходимо отметить, что рассматриваемая поверхностная МСВ обладает неважными свойствами, что приводит к некоторым особенностям в поведении дисперсионных кривых вблизи полосы пропускания системы.

Работа выполнена в рамках программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2010 года)» (проект №2.1.1.2695)

Библиографический список

1. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. //Berlin: Springer Verlag., 2001, p.359.
2. *Lubchanskii I.L., Dadoenkova N.N., Lyubchanskii M.I., Shapovalov E.A., Rasing Th.* Magnetic photonic crystals //Journal of Physics D: Applied Physics, 2003, Vol.36., p.277–287.
3. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А.* Магнотонные кристаллы и спиновые волны в периодических структурах //ДАН, 2001, Т.380, с.469.
4. *Гуляев Ю.В., Плесский В.П.* Поверхностные акустические волны. //УФН. 1989, т. 157, вып.1, с.118–120.
5. *Устинов А. Б., Григорьева Н. Ю., Калинин Б.А.* Наблюдение солитонов огибающей спиновых волн в периодических плёночных структурах //Письма в ЖТФ, 2008. Т.88, вып.1, с34–39.
6. *Makoto Tsutsumi, Yasunori Sakaguchi, Nobuaki Kumagai.* The magnetostatic surface-wave propagation in a corrugated YIG slab//Applied Physics Letters, 1977, Vol.31, №11, p.779–781.
7. *Parekh J. P., Tuan H.S.* Magnetostatic forward volume wave reflection characteristics of a shallow grooved grating on a YIG film//Microwave Symposium 1978, Pt. 1, p.447–449.
8. *Вашиковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П.* //Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: изд-во Саратовского университета, 1993, 301с.
9. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Плесский В.П.* Брэгговское отражение ПМСВ от периодической системы тонких проводящих полосок. //ЖТФ, 1982, Т.52, №4, с.799–801.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Шараевский Ю.П.



Нелинейная динамика
живых систем
и биофизика

Таким образом удалось пронаблюдать эффект синхронизации возбудимой шумом системы ФитцХью–Нагумо внешним периодическим воздействием, причем результаты физического и численного экспериментов находятся в очень хорошем соответствии. Это позволяет взглянуть на возбудимые системы в другом ракурсе, поскольку эффект синхронизации характерен для автоколебательных систем.

Данная работа выполнена при поддержке CRDF(грант №. ВР4М06) и Министерства образования и науки РФ в рамках АБЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» на 2009 г.(грант № 2.2.2.2/229).

Библиографический список

1. Arkady S. Pikovsky and Jurgen Kurths, *Coherence Resonance in a Noise-Driven Excitable System* //Phys.Rev.Lett 78, 775-778 (1997).
2. B.Linder,L.Schimansky-Geier L., *Analitical approach to the stochastic FitzHugh-Nagumo system and coherence resonance* //Phys.Rev.E. 60(6), 7270-7276 (1999)
3. S.K. Han, T.G. Yim, D.E. Postnov, O.V. Sosnovtseva, *Interacting coherence resonance oscillators* //Phys.Rev.Lett 83(9), 1771-1774 (1999).
4. B.Hu, Ch.Zhou, *Phase synchronization in coupled nonidentical excitable systems and array-enhanced coherence resonance* //Phys.Rev.E. 61(2), R1001-R1004 (2000).
5. V.A.Makarov, E.del Rio, W.Ebeling, and M.G. Velarde, *Dissipative Toda-Rayleigh lattice and its oscillatory modes* //Phys.Rev.E. 64, 036601 [14 pages] (2001).

Научный руководитель: Анищенко В.С., д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КАСКАДНОГО КЛИСТРОННОГО АВТОГЕНЕРАТОРА СО ВСТРЕЧНЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

Садовников С.А., аспирант ФНП СГУ

Мощные источники СВЧ-излучения с относительно широким спектром в режиме хаотической генерации представляют интерес для ряда практических приложений, таких как линейные ускорители заряженных частиц, СВЧ-нагрев плазмы, технологические установки, современные системы передачи и обработки информации с использованием динамического хаоса. В качестве таких источников представляется весьма перспективным использование автономных генераторов с запаздывающей обратной связью, основанных на многорезонаторных клистродах, отличающихся высоким уровнем мощности и КПД.

В работах [1,2] были представлены результаты экспериментального исследования хаотического поведения многорезонаторного клистрогенератора, а также построена и изучена теоретическая модель генератора на основе двухрезонаторных клистронов, поведение которой качественно согласовывается с экспериментом.

В работе [3] был описан новый вариант такого прибора — каскадный автогенератор. Такой автогенератор состоит из двух последовательно соединенных почти идентичных многорезонаторных клистронов, причем выход каждого клистрона соединен с входом другого. При таком построении прибора реализуется схема со встречными электронными потоками в цепи автогенератора. Было показано, что использование такого каскадного соединения клистронов, позволяет снизить пусковой ток автогенератора и обогатить карты динамических режимов автогенератора. Подстройкой управляющих параметров (токи пучков, ускоряющие напряжения и глубина обратной связи) можно реализовать различные регулярные и хаотические режимы генерации. Хаотическое поведение удается наблюдать в достаточно широком диапазоне управляющих параметров.

В настоящей работе изложены результаты новых экспериментальных исследований каскадного клистронного автогенератора со встречными электронными потоками, особенностью которого являлось применение индивидуальных источников питания для каждого из клистронов.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. В цепь обратной связи через направленный ответвитель включены анализатор спектра и осциллограф, позволяющие исследовать полный спектр генерируемого сигнала и временную реализацию сигнала. Поляризационный аттенюатор обеспечивает плавное изменение глубины обратной связи. Ускоряющие и управляющие напряжения клистронов, как уже отмечалось,

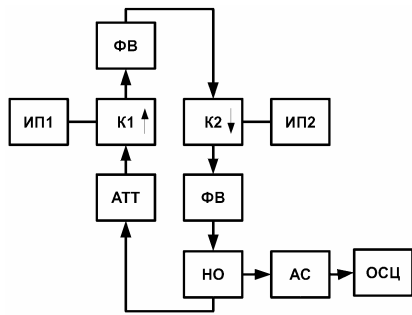


Рис 1. Каскадный автогенератор со встречными электронными потоками

Agilent Technologies, а именно цифровой анализатор спектра серии ESA с диапазоном частот от 9 кГц до 3 ГГц и цифровой запоминающий осциллограф реального времени серии DS с полосой пропускания аналогового сигнала до 10 ГГц. Эта аппаратура отличается высокой чувствительностью, большим динамическим диапазоном измерений соответствующих параметров и компьютерной обработкой результатов.

На рис. 1: K1, K2 – клистроны; ИП1, ИП2 – автономные источники питания; НО – направленный ответвитель; ФВ – ферритовые вентили; АТТ – поляризационный аттенюатор; АС – анализатор спектра; ОСЦ – осциллограф.

В процессе исследований представляли интерес два режима работы каскадного автогенератора. В первом режиме каскада клистронов K1 работал в линейном режиме на возрастающем участке амплитудной характеристики, а клистрон K2 – в нелинейном на падающем участке амплитудной характеристики. Во втором режиме каскада оба клистроны K1 и K2 работали в нелинейном режиме.

Для первого и второго режимов ток клистронов K1 выбирался 30 мА, ускоряющие напряжения на клистроне K1 – 1900 В, на K2 – 2150 В, производилась подстройка напряжений величиной ± 100 В в пределах зон колебаний.

На рис. 2 приведены зависимости значения мощности (рис. 2, а) и ширины спектра хаотических колебаний (рис. 2, б) каскадного автогенератора в первом и втором режимах работы в зависимости от тока клистронов K2. Для сравнения приведены данные эксперимента с автогенератором на одном клистроне K2.

На рис. 3 приведены спектры сигналов, полученные на каскадном генераторе, работающем в первом режиме (рис. 3, а, $I_1=30$ мА, $I_2=50$ мА), во втором режиме (рис. 3, б, $I_1=30$ мА, $I_2=50$ мА), а также на генераторе с одним клистроном (рис. 3, в, $I_2=50$ мА).

обеспечивались автономными источниками питания. В установке использовались пролетные клистроны среднего уровня мощности десятисантиметрового диапазона (резонансные частоты $f_1=2793$ МГц, $f_2=2798$ МГц). В клистроны использованы двухзорные объёмные резонаторы, работающие на противофазном виде колебаний. Для получения данных применялась современная контрольно-измерительная аппаратура нового поколения производства

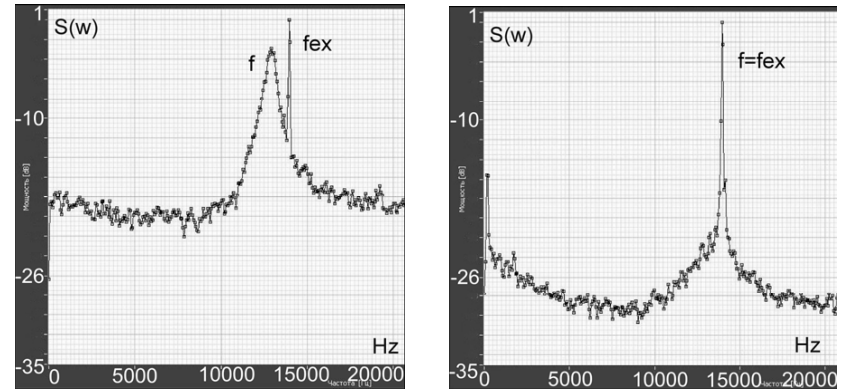


Рис. 4: Эффект захвата частоты осциллятора ФХН внешней силой $A \sin(\Omega t)$ при постоянной расстройке $\Delta = f_0 - \Omega = 1450$ Гц, $f_0 = 12550$ Гц с увеличением амплитуды A ; левый рисунок – $A=400$ мВ; правый рисунок – $A=900$ мВ

частотой воздействующего сигнала. Рис. 5 иллюстрирует эффект захвата частоты при вариации расстройки Δ и фиксированном значении амплитуды $A_{ex}=510$ мВ, который иллюстрирует наличие конечной области синхронизации $f_{ex}:f_0=1$ (на основном тоне). Эффект внешней синхронизации был подтвержден компьютерным экспериментом с неавтономной системой ФХН для значений параметров: $a=10^{-4}$, $b=4.395$, $c=100$, $D=5 \cdot 10^{-9} A_{\xi}^2$, $\alpha = 2.22 \cdot 10^{-5}$, $g=10^4$, $\gamma = 1.6 \cdot 10^{-3}$, которые соответствовали экспериментальным значениям.

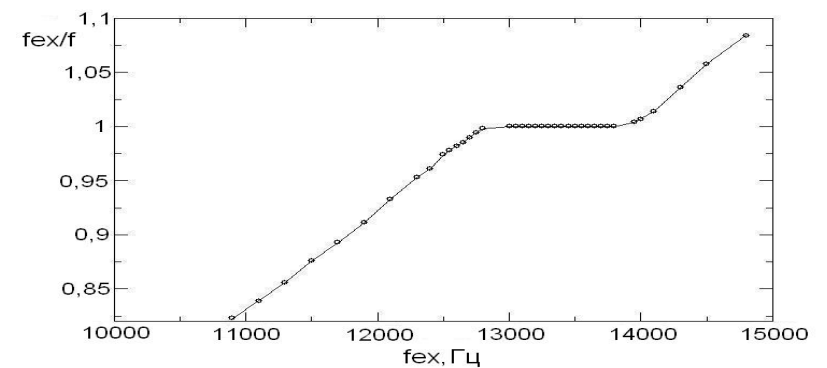


Рис. 5. Экспериментальная зависимость отношения частот f_{ex}/f_0 при вариации частоты внешнего сигнала f_{ex} при фиксированной амплитуде $A_{ex}=510$ мВ

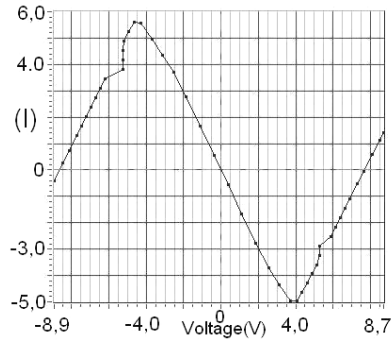


Рис. 2. Экспериментальная характеристика N-элемента R

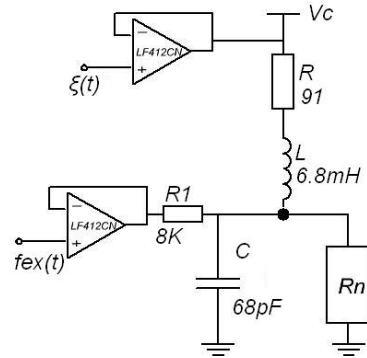


Рис. 3. Схема установки для исследования внешней синхронизации гармоническим сигналом $A\sin(\Omega t)$ и значения параметров элементов цепи

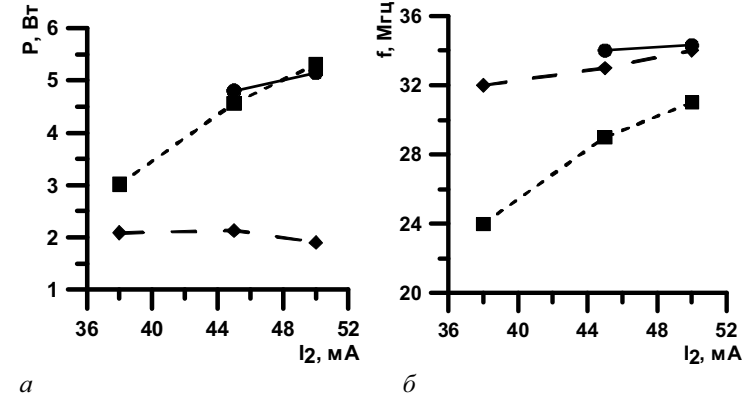


Рис. 2. Зависимости мощности (а) и ширины спектра хаотических колебаний (б) для каскадного автогенератора в первом (■) и втором (●) режимах и для автогенератора на одном клистроне (◆).

напряжения и внешнего гармонического сигнала. Путем соответствующей перенормировки, уравнения в безразмерной форме получаются в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ab - cx - y + \sqrt{2D}\eta(t), \\ \dot{y} &= gx - F(y), F(y) = \alpha y^3 - \gamma y, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{i_0}{U_0} \sqrt{\frac{C}{L}}, b = \frac{V_c}{V_0}, c = R \frac{i_0}{U_0}, \\ g &= \frac{U_0}{i_0} \sqrt{\frac{L}{C}}, D = \frac{U_0^2 C}{2i_0^2 L} A^2 \xi, \alpha = \frac{\alpha' U_0^3}{i_0}, \\ \gamma &= \frac{\gamma' U_0}{i_0}, \eta(t) = \frac{1}{U_0} \xi \sqrt{LC} \tau, \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}, \\ U_0 &= 1V, i_0 = 1A. \end{aligned} \quad (2)$$

Уровень шума соответствовал режиму когерентного резонанса. С целью наблюдения эффекта синхронизации проводились измерения спектра мощности колебаний $S_x(\omega)$ при вариации амплитуды внешнего сигнала для постоянной величины расстройки по частоте $\Omega = \Omega_0 + \Delta$, ($\Delta=1450$ Гц) и при вариации частоты Ω при фиксированной амплитуде $A_{ex}=510$ мВ. Результаты представлены на рис. 4. Как видно из рис.4 при достижении амплитудой значения $A_{ex}=900$ мВ наблюдается захват частоты; а именно спектр колебаний системы ФХН смещается вправо и совпадает с

Из представленных рисунков видно, что мощность каскадного автогенератора значительно больше по сравнению с автогенератором на одиночном клистроне. Однако в случае, когда клистрон К1 работал в линейном режиме, а клистрон К2 – в нелинейном, наблюдалось некоторое сужение полосы частот хаотического сигнала по сравнению с автогенератором на

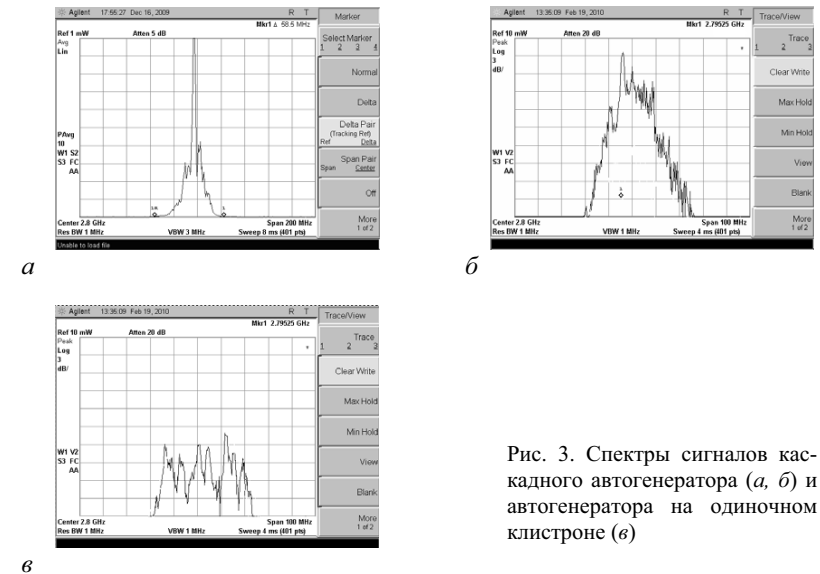


Рис. 3. Спектры сигналов каскадного автогенератора (а, б) и автогенератора на одиночном клистроне (в)

одиночном клистроне. Чтобы избежать этого, как показали специально проведенные эксперименты, необходимо было подбором управляющих параметров (токи пучков, ускоряющие напряжения, ослабление аттенюатора) перевести клистроны K1 и K2 в нелинейные режимы (см. рис. 3, а и 3, б).

Из представленных результатов видно, что для практических приложений представляет интерес второй режим работы каскадного автогенератора. В этом режиме выходная мощность в 2 раза и более превышает мощность автогенератора на одиночном клистроне. Отметим, что такой режим работы каскада отличается от режима известной схемы шумотрона [4], в котором первый усилитель работает в линейном режиме. Можно также отметить, что при явном увеличении мощности во втором режиме не произошло уменьшения полосы частот (см. рис. 3, б и 3, в).

Работа выполнена в рамках проектов АВЦП «Аполлон» и НИР «Тор-3».

Библиографический список

1. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Рыскин Н.М., Шигаев А.М. Теоретическое и экспериментальное исследование хаотических колебаний клистронного автогенератора с запаздыванием // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 5. С. 604-610.
2. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Клокотов Д.В., Рыскин Н.М. Экспериментальное исследование сложной динамики в многорезонаторном клистронном автогенераторе с запаздывающей обратной связью // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 7. С. 105-110.
3. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Скороходов В.Н., Семеновых П.Ю., Бирюков А.А. Каскадный клистронный автогенератор с запаздыванием // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 12. С. 94 – 97.
4. Залогин Н.Н., Кислов В.В. Широкополосные хаотические сигналы в радиотехнических и информационных системах. // Изд. «Радиотехника», М. 2006 г.

Научные руководители: проф., д.ф.-м.н. Дмитриев Б.С.; проф., д.ф.-м.н. Жарков Ю.Д.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ВНЕШНЕЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ВОЗБУДИМЫХ ШУМОМ СИСТЕМ

Феоктистов А.В., аспирант физического факультета СГУ

Методами численного и физического экспериментов исследуется эффект внешней синхронизации индуцированных внешним шумом стохастических колебаний в возбудимой системе ФитцХью–Нагумо внешним гармоническим сигналом [1–4].

За основу была выбрана оригинальная система, предложенная ФитцХью и Нагумо в которой в качестве нелинейного элемента с N-образной вольт-амперной характеристикой используется туннельный диод. Для более стабильной работы мы видоизменили оригинальную схему и использовали лишь блок Rn, приведенную на рис. 1, а. Предложенная нами схема отличается лишь блоком Rn, который моделирует нелинейность N-типа иным способом (рис. 1, б) [5].

Экспериментально снятая вольт-амперная характеристика нелинейного элемента представлена на рис. 2. Эта характеристика качественно повторяет характеристику туннельного диода, обеспечивает стабильную работу схемы.

На основе законов Кирхгофа нетрудно получить уравнения, описывающие динамику системы с учетом введения источника шумового

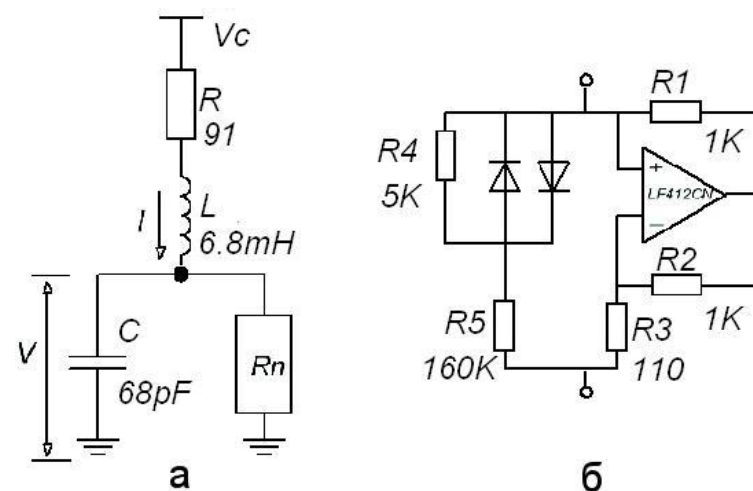


Рис. 1. Используемая в эксперименте схема (а) и схема нелинейного элемента Rn (б)

АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В БРЭГГОВСКОЙ РЕШЕТКЕ

Садовников А.В., аспирант ФНП СГУ

Из рис. 2 видно, что резонансные кривые имеют тот же вид, что и на рис. 1, однако картина областей неустойчивости изменяется. Область автомодуляции, инициированной внешним сигналом сливается с областью захвата частоты. Вследствие этого язык синхронизации отрывается от горизонтальной оси. Таким образом, существует порог синхронизации по амплитуде воздействия. Как известно, порог синхронизации является неотъемлемой характеристикой процесса синхронизации квазипериодических и хаотических колебаний внешним периодическим воздействием [3]. В остальном форма языка практически не меняется по сравнению с рис. 1, в частности, сохраняются области мультистабильности при воздействии на частотах, близких к частотам высших собственных мод.

Отметим, что картина резонансных кривых и языков синхронизации для генератора с нелинейностью типа Кислова–Дмитриева во многом аналогична той же картине для генератора с кубичной нелинейностью, который был подробно рассмотрен в работе [1]. Основные отличия связаны, во-первых, с тем, что для данного типа нелинейности отсутствуют неустойчивые стационарные режимы колебаний на автомодуляционных модах, вследствие чего не происходит расщепление языка синхронизации при приближении к порогу автомодуляции. Во-вторых, поскольку в области больших амплитуд крутизна нелинейной характеристики системы плавно уменьшается, область автомодуляции, инициированной внешним сигналом оказывается ограниченной и существует только при достаточно существенном превышении порога генерации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 09-02-00707) и программы «Развитие потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/1738).

Библиографический список

1. Рыскин Н.М., Усачева С.А. Синхронизация периодических колебаний автогенератора с запаздыванием внешним гармоническим сигналом // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2009. Т. 17, № 1. С. 3-12.
2. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 278 с.
3. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны, М.: Физматлит, 1997.
4. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003

Научный руководитель: Рыскин Н.М., д.ф.-м. н., профессор кафедры нелинейной физики СГУ

Нелинейные периодические диэлектрические волноведущие системы сегодня широко используются в таких оптических устройствах, как пере-страиваемые и фиксированные узкополосные фильтры, компенсаторы дисперсии, частотно-селективные ответвители и устройства вывода света из волокна, в усилителях на базе волокна с добавками эрбия (Erbium Doped Fiber Amplifier, EDFA), мультиплексные пассивные волоконно-оптические датчики [0,2]. В частности, многие из этих устройств производятся с использованием методов интегральной оптики. Брэгговские решётки изготавливаются путём облучения фоточувствительного одномодового волокна интенсивным излучением УФ-лазера [3].

Задача численного анализа процесса распространения электромагнитного излучения в таких структурах является весьма актуальной. В настоящее время представляет интерес также изучение взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями диэлектрических систем с зависимостью диэлектрической проницаемости от величины интенсивности поля.

В данной работе рассматривается плоская двумерная система, представляющая собой брэгговскую решетку, часто используемую в интегральной оптике (рис. 1). Решетка состоит из слоёв диэлектрика толщиной $2a$, период структуры d . Материалы слоёв имеют диэлектрическую проницаемость $\epsilon_{1,2} = n_{1,2}^2$ и нелинейность Керровского типа [4] – показатели преломления слоёв зависят от интенсивности поля $n_{1,2} = n_{01,02} + n_2 |E|^2$, $n_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ мкм²/Вт.

Численное моделирование рассматриваемой диэлектрической системы проводилось методом конечных разностей во временной области [5] (FDTD) с помощью программного пакета meep [6]. Метод конечных разностей во временной области основан на прямом численном решении уравнений Максвелла с использованием разностной схемы, записанной в дифференциальной форме. Необходимо также учесть, что рассматриваемая нами система является открытой, поэтому граничные условия в численном эксперименте устанавливаются в виде идеально согласованных (поглощающих) слоёв (метод PML — Perfectly Matched Layer) [7], на рис. 1 они окружают расчетную область и обозначены штриховкой.

Входной сигнал задавался в области подводящего волновода (рис. 1) спектр пропускания измерялся вблизи правой границы отводящего волно-

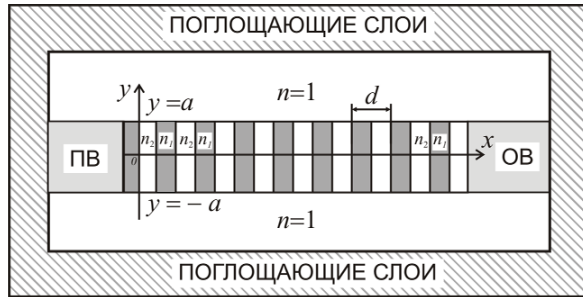


Рис. 1. Схема периодической нелинейной системы, образованной из чередующихся слоев диэлектрика. Параметры структуры: толщина одного слоя 0.5 мкм, число слоев 100, период структуры $d = 1$ мкм, поперечный размер слоев $2a = 1$ мкм, линейная часть показателей преломления слоев $n_{01} = 1.45$, $n_{02} = 2.0$. ПВ – подводящий волновод, ОВ – отводящий волновод.

вода, для того чтобы минимизировать отражения от границ расчетной области.

Дисперсионная характеристика для системы, состоящей из чередующихся слоев двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 , имеет вид чередующихся полос пропускания и непропускания и является периодической по волновому числу k [8]:

$$\cos(kd) = \cos(k_1 l_1) \cos(k_2 l_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin(k_1 l_1) \sin(k_2 l_2) \quad (6)$$

Здесь $k = \omega/c$ – волновое число, $k_{1,2} = n_{1,2} k$ – волновые числа в средах с показателем преломления n_1 и n_2 соответственно, l_1 и l_2 – длины диэлектрических слоев, c – скорость света в вакууме. Соотношение (6) получено для структуры, неограниченной в направлении, перпендикулярном направлению распространения электромагнитной волны. Для нахождения дисперсионной зависимости для структуры, исследуемой в данной работе, использовался метод эффективного показателя преломления (МЭПП) [9]. Эффективный показатель преломления моды выражается через продольное волновое число β для среды и волновое число $k = \omega/c$ свободного пространства следующим равенством: $n_{eff} = \beta/k$. Данная зависимость является дисперсионным соотношением для электромагнитных волн, распространяющихся в плоском планарном волноводе [10]. На рис. 2, а изображена зависимость эффективного показателя преломления первой ТЕ-моды планарных диэлектрических волноводов толщиной $2a$ с независимыми от интенсивности распространяющихся в них полей показателями преломления

поскольку мы рассматриваем случай достаточно большого γ , а порог самовозбуждения превышен достаточно сильно. Фактически образуется система из нескольких языков синхронизации на частотах различных мод. Отметим, что горизонтальной оси касается только язык, соответствующий основной собственной моде, поскольку только для нее превышен порог самовозбуждения. Для высших мод условия самовозбуждения не выполнены, следовательно, одночастотные режимы возможны только при ненулевой амплитуде внешней силы. Внутренняя граница языка (на рис. 1, б отмечена светло-серым) имеет гораздо более простую структуру, чем в случае системы с кубической нелинейностью (см. [1]): она имеет вид замкнутой кривой внутри главной части языка. Здесь синхронный режим теряет устойчивость, и устанавливаются квазигармонические колебания. Наконец, отметим, что в области частот высших собственных мод имеется бистабильность, т.е. в определенном интервале изменения F сосуществуют синхронный и несинхронный режимы. Область бистабильности показана на рис. 1, б темно-серым цветом. Границы области бистабильности определялись путем численного моделирования при плавном увеличении и уменьшении параметра с наследованием начальных условий.

является тот факт, что в области частот высших собственных мод имеется бистабильность, т.е. в определенном интервале изменения F сосуществуют синхронный и несинхронный режимы.

При переходе через порог автомодуляции, автономный генератор начинает генерировать двухчастотные квазипериодические колебания. Рассмотрим, как выглядят резонансные кривые системы (1) для этого случая (рис. 2) представлена картина резонансных кривых с наложенными на них областями устойчивости. Параметры выбраны таким образом, что $\gamma = 3$, $\alpha = 9.6$, $\theta = 0$. Напомним, что порог автомодуляции $\alpha = 9.5$, т.е. он превышен слабо.

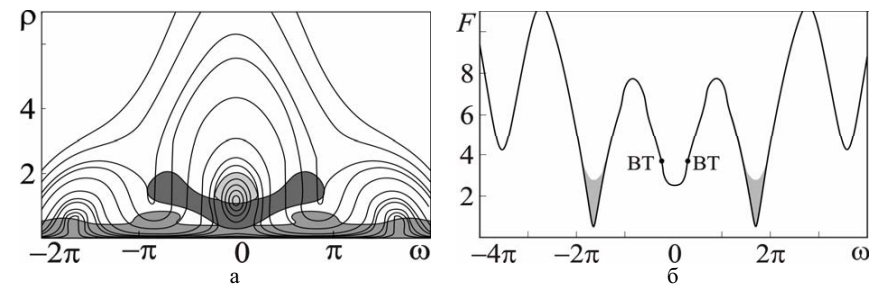


Рис. 2. а – резонансные кривые системы (1) при $\gamma = 3$, $\alpha = 9.6$, $\theta = 0$. б – язык синхронизации при тех же параметрах

Рассмотрим сначала синхронизацию генератора с нелинейностью Кислова-Дмитриева в режиме одночастотной генерации. Рассматривая решения (1) в виде стационарных колебаний на частоте внешнего воздействия с постоянной амплитудой, можно получить уравнение резонансных кривых

$$\left[(\gamma - \alpha e^{-\rho} \cos(\theta - \omega))^2 + (\omega - \alpha e^{-\rho} \sin(\theta - \omega))^2 \right] \rho = F^2. \quad (2)$$

Здесь $\rho = |A|^2$. Анализируя эти решения на устойчивость аналогично [1], получим комплексное характеристическое уравнение, определяющее границы устойчивости:

$$\begin{aligned} & \left((i\Omega + \gamma)^2 + \omega^2 \right) e^{2i\Omega} - 2\alpha(1-\rho)e^{-\rho} \left[(i\Omega + \gamma) \cos(\theta - \omega) + \omega \sin(\theta - \omega) \right] e^{i\Omega} + \\ & + \alpha^2(1-\rho)^2 e^{-2\rho} - \alpha^2 \rho^2 e^{-2\rho} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

На рис. 1, *а* приведен пример резонансных кривых с наложенными на них областями неустойчивости для случая $\theta = 0$, что соответствует центру зоны генерации, $\gamma = 3$, $\alpha = 9$. При таком выборе параметров в автономной системе имеет место генерация одночастотного режима, однако порог генерации превышен достаточно существенно. Темно-серым показана область, при выходе из которой происходит синхронизация через захват частоты, серым – через подавление частоты. Светло-серая область, расположенная выше области захвата соответствует автомодуляции, инициированной внешним сигналом (подробнее см. [1]).

На рис. 1, *б* приведен язык синхронизации системы. Его границы имеют волнистую форму, что обусловлено резонансами с высшими собственными модами. Влияние этих резонансов выражено достаточно сильно,

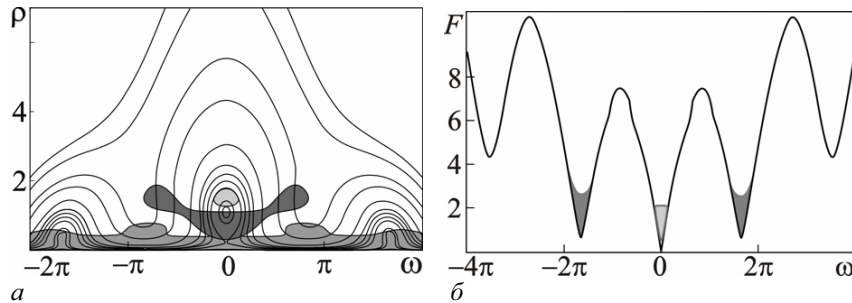


Рис. 1. *а* – резонансные кривые системы (1) при $\gamma = 3$, $\alpha = 9.0$, $\theta = 0$. *б* – Язык синхронизации при тех же параметрах. Серым показаны области мультстабильности, светло-серым – внутренняя область языка

$n_1 = 1.45$ (кривая 1) и $n_2 = 2.0$ (кривая 2), а пунктирными прямыми показаны значения $n_{eff} = n_1$ и $n_{eff} = n_2$, соответственно.

На рис. 2, *б* сплошными линиями показана дисперсионная характеристика (6), рассчитанная в предположении, что показатели преломления n_1 и n_2 – константы, данный случай соответствует системе, неограниченной в направлении, перпендикулярном к направлению распространяющейся в такой структуре электромагнитной волны, а штриховыми линиями показаны кривые, рассчитанные по формуле (6), но в предположении, что значения показателей преломления считались не константами, а функциями, зависящими от частоты: $n_{1,2} = n_{eff1,2}(\omega)$. Таким образом, с помощью МЭПП удастся провести аналитическое исследование дисперсионной характеристики брэгговской решетки, изображенной на рис. 1. На рис. 3 показан спектр прохождения импульса через рассматриваемую систему. Сравнивая рис. 2, *б* и 3, можно отметить хорошее совпадение критических частот $f_{кр1}$ и $f_{кр2}$, рассчитанных с помощью МЭПП и FDTD метода.

В ходе проведенных исследований была изучена динамика распространения электромагнитного излучения в брэгговской решетке, образованной из слоёв нелинейного диэлектрика. Проведя оценку влияния керровской нелинейности материала, из которых состоит рассматриваемая структура, оказалось, что видимое в численном эксперименте значение сдвига критической частоты при увеличении мощности входного импульса

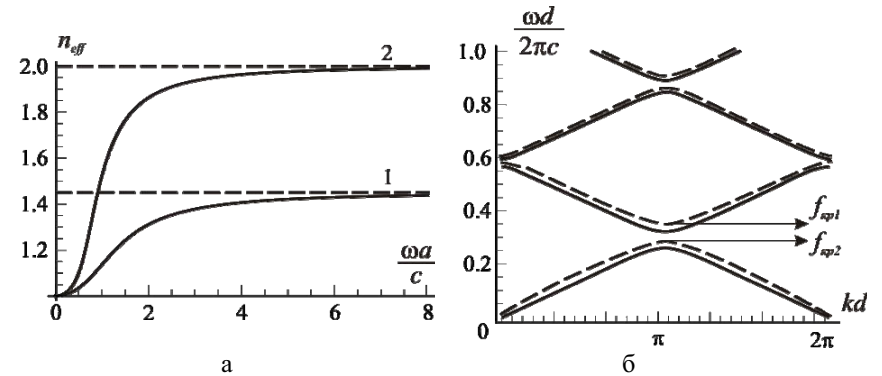


Рис. 2. *а* – зависимость эффективного показателя преломления от частоты для первой ТЕ-моды плоского диэлектрического волновода. *б* – дисперсионная характеристика периодической диэлектрической структуры неограниченной (сплошные линии) и ограниченной (пунктирные линии) в направлении, перпендикулярном к направлению распространяющейся в соответствующей структуре волны.

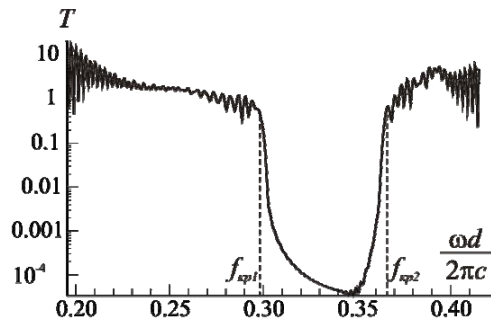


Рис. 3. Спектр прохождения через брэгговскую решетку гауссова импульса с центральной частотой $f_c = 0.305$ и шириной $df = 0.2$

достигается при нереальных в натурном эксперименте значениях мощностей лазерного излучения, которые еще не разрушают оптических материалов, образующих брэгговские решетки.

Работа поддержана грантом РФФИ, проект 08-02-00621.

Библиографический список

1. С.А. Васильев // Фотон-Экспресс-Наука. 2004. № 6, С. 163-183.
2. Othonos K. Kalli. "Fiber Bragg Gratings". Artech House, 1999.
3. J. Canning // Lasers and Photonics Reviews. 2008. V. 2. No. 4. P. 275.
4. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. "Теория волн". М.: Наука, 1979, С. 150.
5. E.A.J. Marcatili // Bell Syst. Tech. J. 1969. V. 48. P. 2071.
6. Вайнштейн Л.А. "Электромагнитные волны". М.: Радио и связь, 1988.
7. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996.
8. Taflove A. Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method. London: Artech House. 1995.
9. A.F. Oskooi // Computer Physics Communications. 2010. No. 181. Pp. 687.
10. Mittra R., Pekel U. // 1995. V. 5. № 3. P. 84 - 86.

Научный руководитель: Рожнёв А.Г., доцент каф. нелинейной физики СГУ.

СИНХРОНИЗАЦИЯ АВТОГЕНЕРАТОРА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ТИПА КИСЛОВА-ДМИТРИЕВА

Усачева С.А, аспирант ФНП СГУ

Синхронизация является одним из фундаментальных и в то же время довольно сложных для изучения явлений природы. Следует отметить, что сравнительно мало изученными являются эффекты синхронизации в распределенных автоколебательных системах, в том числе, в системах с запаздыванием. В недавней работе [1] подробно исследовалась синхронизация автогенератора с кубической нелинейностью. Основное внимание уделялось случаю, когда автономный генератор находится в режиме периодических колебаний. Однако недостатком системы с кубической нелинейностью является то, что при определенных значениях параметров ее решения неограниченно возрастают. Такое поведение особенно характерно для случая, когда осуществляется внешнее воздействие на систему в режиме автомодуляции, вследствие чего изучить процессы синхронизации путем численного моделирования не удастся. Необходимо модифицировать эту систему таким образом, чтобы ее решения оставались ограниченными при любых значениях параметров, но, в то же время, чтобы она могла демонстрировать режимы автомодуляции и хаоса. В качестве такой модификации удобно рассмотреть систему вида

$$\dot{A} + \gamma A - \alpha e^{i\theta} e^{-|A(t-1)|^2} A(t-1) = F e^{i\omega t}. \quad (1)$$

Это уравнение приближенно описывает динамику системы, состоящей из замкнутых в кольцо нелинейного усилителя, резонансного фильтра и линии задержки [2]. Здесь A – медленно меняющаяся комплексная амплитуда колебаний, α – параметр, характеризующий коэффициент усиления, γ – параметр, отвечающий за диссипацию θ – набег фазы в цепи обратной связи, F и ω – амплитуда и частота внешней силы. Уравнение (1), очевидно, соответствует аппроксимации нелинейной характеристики усилителя функцией $f(|A|) = |A| \exp(-|A|^2)$. Отметим, что аналогичная нелинейность

возникает, в частности, в широко известной модели кольцевого автогенератора Кислова–Дмитриева [2] при аппроксимации нелинейной характеристики лампы бегущей волны. Поэтому будем называть систему (1) автогенератором с нелинейностью типа Кислова–Дмитриева. Время задержки принято равным единице, чего всегда можно добиться перенормировкой переменных. При малых амплитудах сигнала она нелинейная характеристика усилителя совпадает с характеристикой для системы с кубической нелинейностью, а при больших амплитудах плавно стремится к нулю, вследствие чего решения уравнения (1) всегда остаются ограниченными.

еще оставшиеся две переменные, так что такая картина носит не точный, а приближенный характер.

Из рис. 3а видно также, что с ростом n амплитуда сигнала, необходимая для синхронизации, сначала возрастает, а затем понижается. Причина – наличие биений в автономной системе с периодом T_{puls} . В результате биений размах квазипериодической реализации сначала увеличивается, а затем уменьшается. При $T \approx T_{puls}$ необходимая для стабилизации амплитуда сигнала близка к нулю. Это объясняет мелкомасштабную организацию плоскости период – амплитуда воздействия. Рис.3б иллюстрирует, что при $T > T_{puls}$ картина снова повторяется. При этом имеет место все же не точное воспроизведение, поскольку рассматривается режим с несоизмеримыми частотами, и автономные реализации не воспроизводят себя точно.

Таким образом, в работе предложена простая модель автономного генератора квазипериодических колебаний с двумя независимыми частотами с аттрактором в виде тора, вложенного в трехмерное фазовое пространство. Предложенная модель оказывается удобным объектом для постановки и исследования задач о синхронизации квазипериодических колебаний. Показано, что в этом случае в устройстве плоскости период – амплитуда воздействия выявляется мелкомасштабная и крупномасштабная структура, связанные с двумя несоизмеримыми временными масштабами квазипериодического сигнала автономной системы.

Работа поддержана грантом РФФИ, проект 09–02–00707.

Библиографический список

1. Пиковский А., Розенблум М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера. 2003. 494 с.
2. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. 1997. 495 с.
3. J.A. Glazier and A. Libchaber. Quasi-Periodicity and Dynamical Systems: An Experimentalist's view. // IEEE Trans. Circuits and Systems. 1988. Vol. 35, No 7, pp. 790–809.
4. E.M. Izhikevich. Neural excitability, spiking and bursting. // International J. of Bifurcation and Chaos. 2000. Vol. 10, No 6, pp. 1171–1266.
5. R. Straube, D. Flockerzi, S.C. Müller, and M.J.B. Hauser. Origin of bursting pH oscillations in an enzyme model reaction system. // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 72, p.066205.

Научные руководители:

Кузнецов А.П., д.ф.-м. н., профессор, зав. базовой кафедрой динамических систем ФНП СГУ,

Кузнецов С.П., д.ф.-м.н., профессор, зав. лабораторий СФИРЭ им. В.А.Котельникова РАН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ШУМОВ НА СЛОЖНУЮ ДИНАМИКУ КЛИСТРОННОГО АВТОГЕНЕРАТОРА С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Степанов А.О., студент 5 курса ФНП СГУ

Объектом нашего исследования является эффект влияния внешних шумов на режим бифуркации к автомодуляции и режим автомодуляции клистронного автогенератора с запаздывающей обратной связью (ЗОС).

Оказалось, что внешние шумы способны не только приводить к флуктуациям в характеристиках динамических систем, например к диффузии фазы колебаний, приводящей к тому, что колебания не являются строго периодическими, что вполне очевидно, но и вызвать качественную перестройку динамической системы – приводить к появлению новых стационарных состояний, возникновению незатухающих периодических колебаний, бифуркаций в нелинейных системах [1,2].

Для проведения исследований в области влияния внешних шумов на режим предмодуляции исследуемого многорезонаторного клистронного генератора с ЗОС был разработан и создан измерительный комплекс, позволяющий исследовать влияние внешнего шума на регулярные колебания в исследуемом автогенераторе.

На рис. 1 показана схема установки для проведения измерений, которая состоит из следующих элементов: источника шума 1 – ЛБВ, полупроводникового усилителя 2 и клистрона-усилителя 3, цифрового осциллографа 4 серии DS, анализатора спектра 5 фирмы Agilent, двух ферритовых вентилях 6 и 10, исследуемого клистрона 7, направленного ответвителя 8, поляризационного аттенуатора 9 и тройника 11. Универсальность такого измерительного комплекса заключалась в том, что он дает возможность исследования различных характеристик как самих внешних шумов, так и влияния этих шумов на исследуемый автогенератор с ЗОС.

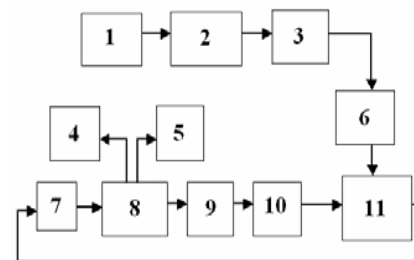


Рис. 1. Измерительный комплекс для исследования влияния шумов на колебания клистронного автогенератора

Как известно, основным источником шума в ЛБВ является дробовой эффект, связанный с дискретностью электрических зарядов термоэлектронной эмиссии. Выходная мощность используемой ЛБВ около 2 мВт при токе 50 мА и напряжении 2300В. Спектр шумового сигнала ЛБВ при рабочих параметрах представлен на рис. 2. Следует отметить, что подобный источник шума обладает нормальным распределением. Включение

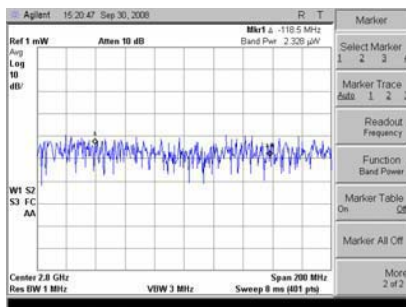


Рис. 2. Спектр шумов ЛБВ

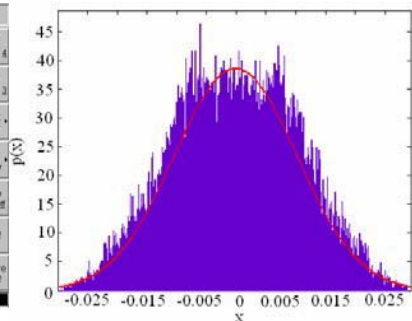


Рис. 3. Плотность распределения $p(x)$ для исследуемого шумового сигнала источника и аналитически построенная гауссова кривая

двух усилителей позволяет достигнуть достаточного для проведения исследования указанных эффектов общего уровня шумов.

Следует отметить, что источник внешнего шума с подобной природой имеет нормальную (гауссову) плотность распределения вероятностей. Такого вида распределение достаточно широко распространено (в особенности в природе). На рис. 3 приведена гистограмма распределения вероятностей $p(x)$ для используемого шумового сигнала и аналитически построенная гауссова кривая с такими же статистическими характеристиками, как и у используемого шумового сигнала.

В рамках проведения экспериментальных исследований влияния внешнего шума на режим предмодуляции клистронного автогенератора с ЗОС была снята серия зависимостей воздействия внешнего шума на режим бифуркации к автомодуляции (рис. 4, а и 4, б) и, как следствие, возникший в результате режим автомодуляции (рис. 4, в и 4, з).

Видно, что в отсутствии внешних шумов клистрон находился в режиме одночастотных колебаний (рис. 4, а). При введении внешних шумов, как упоминалось ранее, происходит бифуркация к автомодуляции (рис. 4, б).

При дальнейшем повышении уровня внешних шумов поднимается общий пьедестал шумов в автогенераторе, начинается подавление регулярных колебаний в системе (рис. 4, в). При максимальной мощности внешних шумов регулярные колебания подавляются (рис. 4, з).

Подобную картину поведения системы можно объяснить следующими физическими представлениями: при малых мощностях внешнего шумового сигнала его влияние заключается в увеличении степени группировки электронного потока. Таким образом, происходит бифуркация от режима предмодуляции к режиму автомодуляции. При дальнейшем увели-

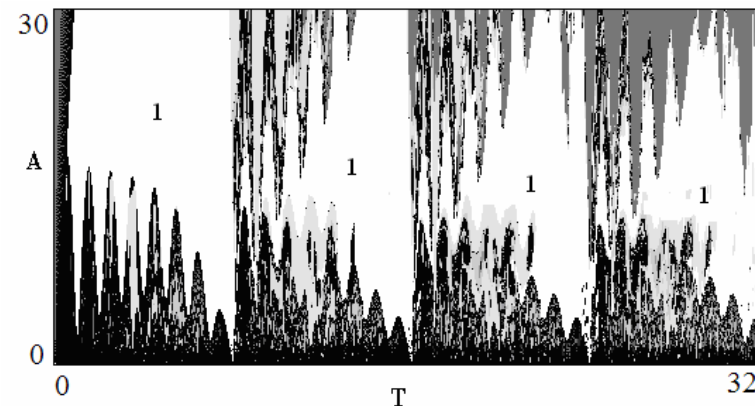


Рис. 2. Карта динамических режимов системы (2) при $\lambda=0$, $\mu=0.9$, $\omega=2\pi$

ваны в группы примерно по семь–восемь языков, которые дают еще один период на карте $T \approx 8$.

Для объяснения наблюдаемых особенностей обратимся к реализации сигнала, показанной на рис.3 – это типичная для квазипериодического режима картина колебаний, на которой выделяются два характерных временных масштаба:

T_0 – собственный период колебаний осциллятора, который при выбранном значении $\omega_0 = 2\pi$ составляет $T_0=1$;

T_{puls} – период биений квазипериодических колебаний, который из рис.3 можно оценить, как $T_{puls} \approx 7-8$.

Выбор внешнего сигнала в виде последовательности дельта-функций отвечает тому, что в промежутках между импульсами система автономна. Через каждый момент времени T координата y получает добавку, равную амплитуде импульса. Качественный рисунок 3 иллюстрирует различные возможности синхронизации периода 1 в этом случае. Из рисунка хорошо видно, что такая синхронизация возможна при $T=T_0$, $T=2T_0$, $T=3T_0, \dots, T=nT_0$. Конечно, динамика системы (1) не одномерна и есть

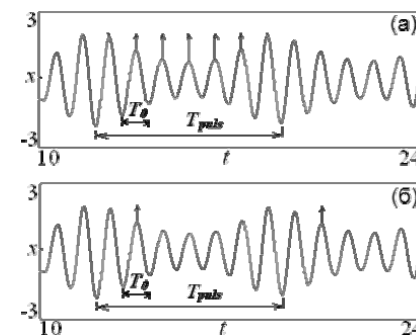


Рис. 3. Качественный рисунок, поясняющий, как возникает периодичность карты при воздействии импульсами на квазипериодические колебания а) областей синхронизации периода 1, $T \approx T_0, 2T_0, 3T_0, \dots$ б) периодичность карты с периодом, примерно равным T_{puls} .

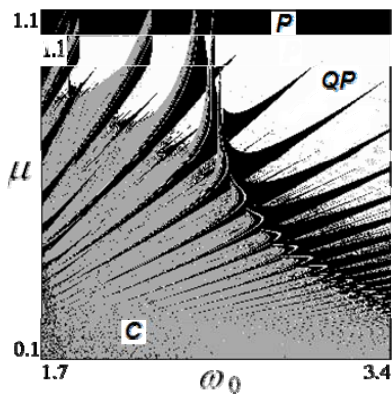


Рис. 1. Карта старшего показателя Ляпунова системы (1) при $\lambda=0$, **P** – периодические, **QP** – квазипериодические, **C** – хаотические режимы

внутренний резонанс, соответствующий языкам Арнольда на плоскости параметров, и переход от квазипериодической динамики к хаосу через разрушение инвариантной кривой в сечении Пуанкаре.

Исследовалась так же задача синхронизации автономных квазипериодических колебаний внешним сигналом. Внешнее воздействие выбрано в виде периодической последовательности коротких импульсов (дельта-функций). Физически оправданной является ситуация, когда внешний сигнал непосредственно воздействует на генератор с жестким возбуждением:

$$\ddot{x} - (\lambda + z + x^2 - \frac{1}{2}x^4)\dot{x} + \omega_0^2 x = A \sum \delta(t - nT), \quad (2)$$

$$\dot{z} = \mu - x^2.$$

здесь A – амплитуда внешнего сигнала, а T – его период.

Параметры автономного генератора (1) выберем таким образом, что бы он демонстрировал квазипериодический режим: $\lambda=0$, $\mu=0.9$, $\omega_0=2\pi$. На рисунке 2 представлена карта режимов системы (2) на традиционной для неавтономных систем плоскости параметров период – амплитуда воздействия (T, A) . На карте оттенками серого цвета показаны режимы разных периодов; белый цвет отвечает периоду 1, черный – квазипериодическим и хаотическим режимам. Периоды определялись в стробоскопическом сечении, т.е. через период внешнего воздействия T .

Из рис.2 можно видеть, что карта имеет своеобразную организацию. Имеется множество языков основного периода 1, которые следуют примерно через равные интервалы $T \approx 1$. С другой стороны, языки сгруппиро-

ван в квазипериодические колебания. На рисунке 1 представлена карта старшего показателя Ляпунова для системы (1). Карта построена следующим образом: для каждой точки плоскости параметров подсчитывался спектр показателей Ляпунова и в зависимости от величины двух старших показателей определялся цвет точки на плоскости. Серый цвет отвечает хаосу ($\Lambda_1 > 0, \Lambda_2 = 0$), белый – квазипериодическому режиму ($\Lambda_{1,2} = 0$), а черный – регулярной динамике ($\Lambda_1 = 0, \Lambda_2 < 0$). Как видно из рисунка, помимо непосредственно квазипериодических режимов, в численных расчетах продемонстрированы другие характерные явления, в том числе

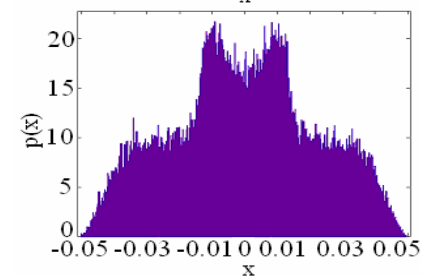
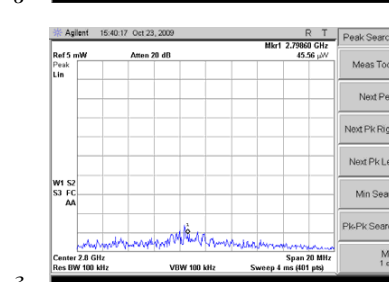
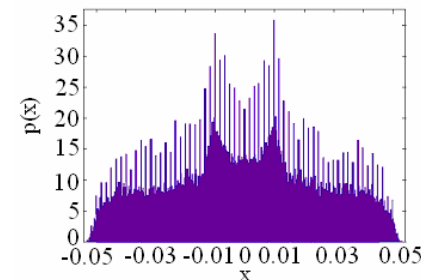
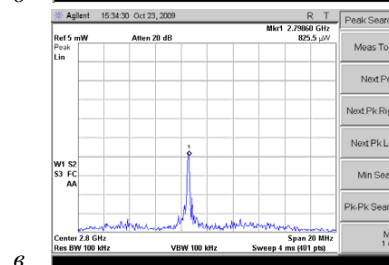
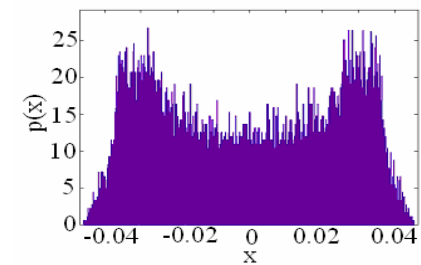
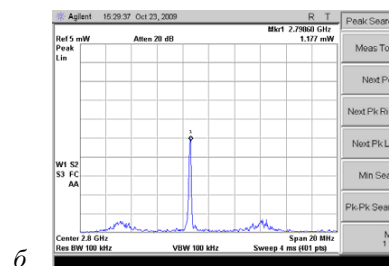
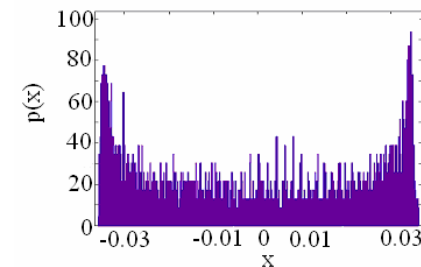
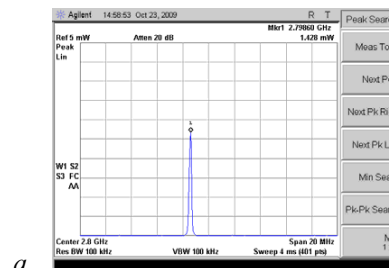


Рис. 4. Влияние внешнего шумового сигнала на спектр и гистограмму распределения вероятностей в режиме бифуркации к автомодуляции и режиме автомодуляции: *a* – без внешних шумов ($P_{ш}=0$ мВт) в режиме предмодуляции – ток пучка $I=26$ мА, ускоряющее напряжение $U=2270$ В, затухание в цепи обратной связи $L=0.8$ дБ; *б* – мощность внешних шумов $P_{ш}=5$ мВт; *в* – мощность внешних шумов $P_{ш}=50$ мВт; *г* – мощность внешних шумов $P_{ш}=250$ мВт

чении мощности вводимых шумов происходит ухудшение степени группировки электронного потока и дальнейшая полная разгруппировка электронного потока. Это приводит к исчезновению явления автомодуляции и полному подавлению регулярных колебаний в системе.

Таким образом, влияние внешнего шума на режим предмодуляции клистронного автогенератора с ЗОС выражается в следующем: при малой мощности инициируются автоколебания в системе, при дальнейшем увеличении мощности вносимых шумов явление автомодуляции, а впоследствии и регулярные колебания, в исследуемой системе практически полностью исчезают.

Работа выполнена в рамках проектов АВЦП «Аполлон» и НИР «Тор-3».

Библиографический список

1. А. Пиковкий, М. Розенблом, Ю. Куртс. Синхронизация: Фундаментальное нелинейное явление. Москва: Техносфера, 2003.
2. В. Хорстхемке, Р. Лефевр. Индуцированные шумы переходом. Теория и применение в физике, химии и биологии. Москва: Мир, 1987.

Руководители работы: Б. С. Дмитриев, д.ф.-м. н., Ю. Д. Жарков, д.ф.-м. н.

ГЕНЕРАЦИЯ И СИНХРОНИЗАЦИЯ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В АВТОНОМНОЙ ТРЕХМЕРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Станкевич Н.В., аспирант ФНП СГУ

Квазипериодические колебания встречаются во многих динамических системах в природе и технике, включая радиофизику и радиотехнику [1–3]. Следует отметить также отношение квазипериодических колебаний к задачам, обсуждаемым в нейродинамике и биохимии, в связи с механизмами активности, ответственной за формирование и сосуществование медленных и быстрых осцилляций (так называемых берстов и спайков). Некоторые из этих механизмов могут приводить к квазипериодическому поведению, соответствующему аттракторам в виде торов [4–5]. В то же время для полноценного изучения квазипериодических колебаний желательно иметь примеры не только неавтономных, но и автономных систем, характеризующихся минимальной размерностью фазового пространства $N=3$. В настоящей работе предлагается модель такого автогенератора, представляющая собой «гибрид» генератора с жестким возбуждением и генератора релаксационных колебаний:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\lambda + z + x^2 - \frac{1}{2}x^4)\dot{x} + \omega_0^2 x &= 0, \\ \dot{z} &= \mu - x^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x – обобщенная координата, относящаяся к автоколебательному элементу, а ω_0 – частота его собственных колебаний. Множитель перед производной \dot{x} содержит параметр λ , характеризующий глубину положительной обратной связи в автогенераторе, нелинейный член x^2 , стимулирующий возбуждение колебаний, и член x^4 , отвечающий за насыщение при больших амплитудах. Нелинейность, соответствующая комбинации двух последних членов, обеспечивает жесткое возбуждение автогенератора, обусловленное присутствием субкритической бифуркации Андронова–Хопфа. Параметр λ входит в уравнение вместе с аддитивной добавкой z , которая характеризует состояние накопительного элемента, а эволюция этой переменной во времени задается вторым уравнением.

Система (1) имеет два независимых временных масштаба. В качестве одного фигурирует характерное время восстановления состояния накопительного элемента $\tau \sim \mu^{-1}$, а в качестве второго – основной период колебаний автогенератора, $T = 2\pi / \omega_0$. Соответственно, при определенном подборе управляющих параметров система (1) может демонстрировать ква-

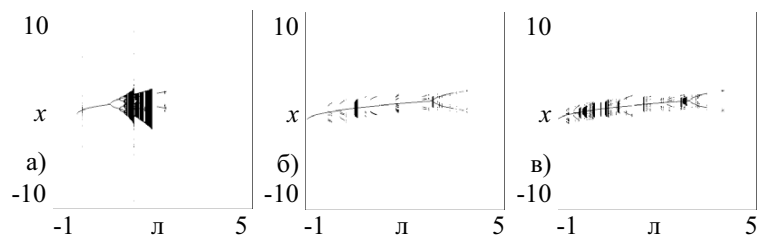


Рис. 4. Бифуркационные деревья отображения (1) для множества начальных условий. Значения параметра b : а) 0; б) 0.7; в) 0.95

странстве параметров. С другой стороны, хаотические аттракторы теперь появляются и при малых значениях λ , хотя их бассейны притяжения чрезвычайно малы.

Таким образом, в работе проведено исследование системы слабо диссипативных связанных отображений Эно на плоскости управляющих параметров (λ_1, λ_2) . Установлено, что при приближении к консервативному пределу существенно трансформируются оба бифуркационных сценария, характерные для связанных систем, при этом фейгенбаумовская линия претерпевает разрыв с образованием большого числа бифуркационных линий. Обнаружено существование критической точки типа Н. Исследованы закономерности сосуществования аттракторов при изменении диссипации.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 08-02-91963 и программы «Развитие научного потенциала высшей школы» № 2.1.1/1738.

Библиографический список

1. Feudel U., Grebogi C., Hunt B.R., Yorke J.A. Map with more than 100 coexisting low-period periodic attractors. //Physical Review E, 1996, **54**, № 1, p. 71.
2. Kuznetsov A.P., Savin A.V., Savin D.V. On some properties of nearly conservative dynamics of Ikeda map and its relation with the conservative case. //Physica A, **387**, 2008, p. 1464.
3. Kuznetsov A.P., Sataev I.R. and Sedova J.V. Dynamics of coupled non-identical systems with period-doubling cascade. //Regular and chaotic dynamics, **13**, № 1, 2008, p.9.
4. <http://www.math.uu.nl/people/kuznet/CONTENT/>
5. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R. A variety of period-doubling universality classes in multiparameter analysis of transition to chaos. //Physica D, 1997, **109**, p. 91.

Научный руководитель: Кузнецов А.П., д.ф.-м.н., профессор, зав. базовой кафедрой динамических систем СГУ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СТОХАСТИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТНЫХ СРЕДСТВ ВИДЕОКАРТЫ

Постнов Д.Д., студент 3 курса физического факультета СГУ

Работа посвящена освоению нового и быстро развивающегося метода организации параллельных вычислений применительно к исследованию динамики нелинейных стохастических систем. Многократное увеличение скорости вычислений достигается за счет использования аппаратных ресурсов графических процессоров (GPU) видеоадаптеров NVIDIA, для чего служит специализированная система программирования CUDA.

В рамках работы обсуждаются проблемы параллельной реализации независимых источников шума, адаптирован для работы на GPU алгоритм Рунге–Кутты 4 порядка для систем СДУ, проведены тестовые вычислительные эксперименты для модели нейрона Фитсхью–Нагумо с шумом.

Графический процессор или GPU (Graphics Processing Unit) – это одна из основных составляющих видеоадаптера, выполняющая графический рендеринг.

GPU предназначены прежде всего для применения в качестве ускорителя трёхмерной графики, однако его можно использовать и для вычислений. Следует заметить, что современные графические процессоры, благодаря специализированной конвейерной архитектуре, намного эффективнее в обработке графической информации, чем типичный центральный процессор.

NVIDIA Corporation, один из крупнейших производителей графических, медиа- и коммуникационных процессоров, а так же беспроводных медиа-процессоров, разработала технологию GPGPU (General-Purpose computing on Graphics Processing Units), реализацией которой является CUDA (Compute Unified Device Architecture), позволяющая программистам реализовывать на расширенном языке программирования Си алгоритмы, выполнимые на современных графических процессорах ускорителей компании Nvidia.

Логически такой видеоадаптер можно представить как набор мульти-процессоров, работающих под управлением драйвера CUDA. Его можно рассматривать как многоядерный процессор, позволяющий в каждый определенный момент времени выполнять на всех ядрах только одну и ту же инструкцию.

При выполнении ядра (kernel, это процедура, работу которой необходимо распараллелить) драйвер CUDA самостоятельно распределяет ресурсы устройства между параллельно выполняемыми нитями (threads). Эти нити объединяются в блоки (block), а блоки, в свою очередь, объединяются

в сетку (grid). Одновременно на устройстве может выполняться только одно ядро.

Из вышесказанного следует, что GPU – программа, хотя и близка синтаксически к программам на C и C++ для CPU, существенно отличается по своей структуре. По этой причине, невозможен прямой перенос на GPU алгоритмов, используемых, например, при численном интегрировании стохастических дифференциальных уравнений. В частности, вопросы возникают при программной реализации источников шума, а также при использовании методов интегрирования типа «предиктор-корректор», локально запоминающих промежуточные результаты вычислений. В данной работе обсуждается одна из простейших программных конфигураций, когда ресурсы видеокарты используются для получения ансамбля временных реализаций нелинейной стохастической системы, на основе которых рассчитывается усредненный Фурье-спектр мощности.

При традиционном методе интегрирования на CPU усреднение характеристик решения СДУ производится по набору периодограмм. Для каждой такой периодограммы берется часть одной, достаточно длинной, временной реализации исследуемой системы (рис. 1, а). Соответственно, источник шума также требуется один. При интегрировании на GPU все N периодограмм рассчитываются одновременно, что дает большой выигрыш в скорости (рис. 1, б). Однако, в этом случае требуется N независимых источников шума. Проблема возникает по причине того, что «хорошие» алгоритмы генерации случайных чисел используют переменные типа static,

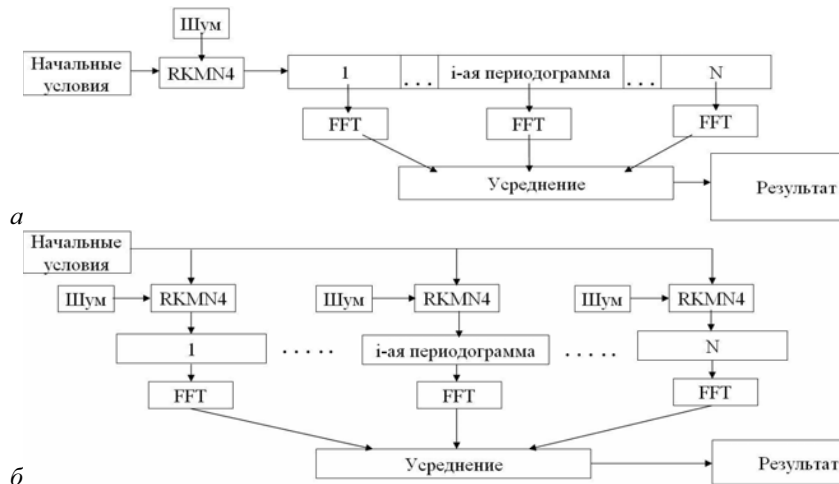


Рис. 1. Ход интегрирования СДУ на CPU (а), и на GPU (б)

Таблица

Период	λ_1	λ_2
16	0.280808946	3.268918021
32	0.280380626	3.269091236
64	0.280292623	3.269104448
128	0.280284972	3.269106342
256	0.280283942	3.269106559

Можно видеть, что значения параметров демонстрируют сходимость к точке $\lambda_1=0.280284\dots$, $\lambda_2=3.269106\dots$ и позволяют оценить старшую константу скейлинга как $\delta=8.79$, что близко к теоретически известному для данного типа критичности значению $\delta_H=8.7210662\dots$ [5]. Для подтверждения нашего предположения был использован метод расчёта мультипликаторов в критической точке. Предполагая, что искомым тип критичности действительно реализуется при данных значениях параметров, можно, используя теоретически известные константы скейлинга, попытаться рассчитать вероятное местоположение критической точки и подсчитать в ней значения мультипликаторов циклов различных периодов. В нашем случае мы проводили расчёт мультипликаторов в точке $\lambda_1=0.280283808$, $\lambda_2=3.269106587$ для циклов периодов 32 и 64 и получили значения $\mu_1=-2.06$ и $\mu_2=-0.48$, что с достаточно близко совпадает с теоретически известными значениями для критической точки Н-типа: $\mu_1=-2.0574783\dots$ и $\mu_2=-0.4860318\dots$ [5]. Таким образом, можно сделать вывод о существовании в данной системе критической точки типа Н как конечной точки фэйгенбаумовской линии. Более того, симметричность наблюдаемых структур заставляет нас предположить, что в районе $\lambda_1=0.1381$, $\lambda_2=3.2031$ существует ещё одна такая же критическая точка.

Для исследования динамики слабо диссипативной системы в фазовом пространстве был использован метод построения бифуркационных деревьев для множества начальных условий на одной диаграмме [1, 2]. Построенные вдоль главной диагонали плоскости параметров (λ_1, λ_2) таким методом бифуркационные диаграммы представлены на рис. 4. Оказывается, что длительность переходного процесса возрастает не так сильно, как для двумерных отображений (например, для отображения Икеды, слабодиссипативная динамика которого была рассмотрена в [2]). Так, даже при $b=0.999$ переходной процесс не превышает 100000 итераций, в то время как для отображения Икеды в этом случае он достигает миллиона и выше. Хорошо виден процесс рождения новых аттракторов при уменьшении уровня диссипации: при $b=0.7$ можно видеть сосуществование различных режимов в широком диапазоне параметров, причём при уменьшении диссипации число сосуществующих режимов возрастает. Также имеет место процесс «вымирания» хаоса при уменьшении диссипации: области существования хаоса становятся достаточно узкими как в фазовом пространстве, так и в про-

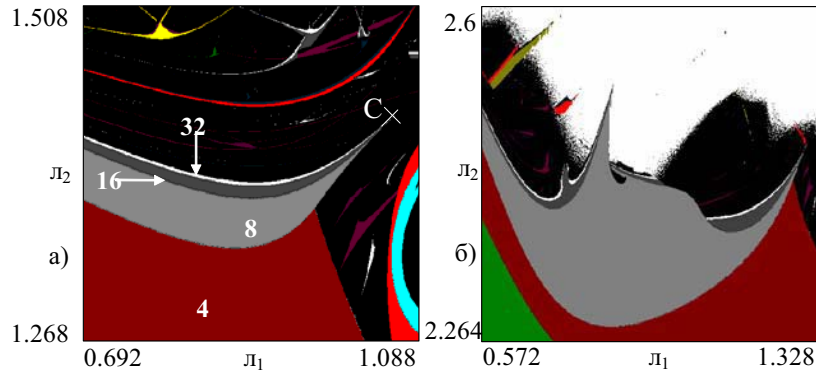


Рис. 2. Увеличенные фрагменты карт динамических режимов отображения (1). Значения параметра b : а) 0; б) 0.5. Крестиком отмечено местоположение критической точки типа С [3]

λ_2 , при этом несколько трансформируются языки синхронизации. Переход к хаосу через каскад удвоений периода претерпевает более существенные изменения (см. рис. 2): начиная с определённого значения параметра b линии удвоения периода начинают деформироваться, а затем фейгенбаумовская линия претерпевает разрыв. При этом сразу же возникает большое количество бифуркационных линий и структур, в том числе crossroad area и spring area, а пространство параметров распадается на несколько листов мультистабильности. Уместно назвать такую ситуацию «бифуркационным взрывом».

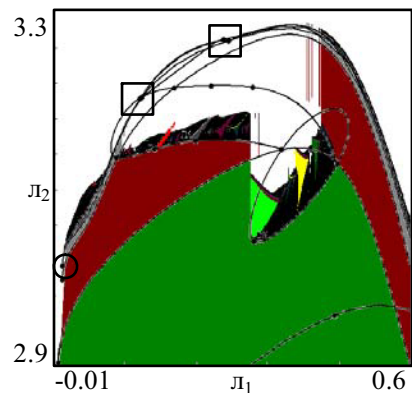


Рис. 3. Увеличенный фрагмент карты динамических режимов отображения (1) при $b=0.7$ с наложенной на него системой бифуркационных линий. Бифуркационные линии получены с помощью программы *Content* [4].

Переход к хаосу, фактически, перестаёт быть однопараметрическим. На рис. 3 представлен увеличенный фрагмент карты динамических режимов. Кружками и квадратами выделены места накопления точек с мультипликаторами $(+1,+1)$ и $(-1,-1)$ соответственно. Существование накапливающихся последовательностей таких точек позволяет предположить существование в пределах критических точек типов С и Н.

Нами был предпринят поиск критической точки типа Н, для чего с помощью программы *Content* была рассчитана последовательность точек R2 для нескольких первых периодов каскада удвоений (таблица).

запрещенные в среде CUDA в силу принципиальных отличий в работе с памятью GPU. Однако, алгоритм усреднения по ансамблю (рис. 1, б) требует в N раз более короткую последовательность случайных чисел, по сравнению с рис. 1, а. По этой причине, мы использовали более простые алгоритмы генерации случайных чисел, не хранящие в памяти промежуточные результаты. Все, что при этом требуется – это обеспечить N различных стартовых значений, чтобы получить свою случайную последовательность для каждой вычисляемой периодограммы.

На рис. 2 представлена блок – схема GPU-программы для численного интегрирования стохастических дифференциальных уравнений. Левое поле содержит логические блоки, выполняемые обычным образом на CPU компьютера, а правое поле – отражает действия, выполняемые ресурсами графических процессоров видеокарты. Ось времени направлена сверху вниз.

Как можно видеть, GPU-программа содержит, дополнительные этапы, которые отсутствуют в CPU-программе. Так, начальное выделение памяти для массивов начальных условий и данных присходит параллельно на GPU и CPU.

Перед запуском ядра происходит перенос данных из массивов CPU-программы в их «близнецы» на GPU. После завершения работы ядра выполняется обратная процедура.

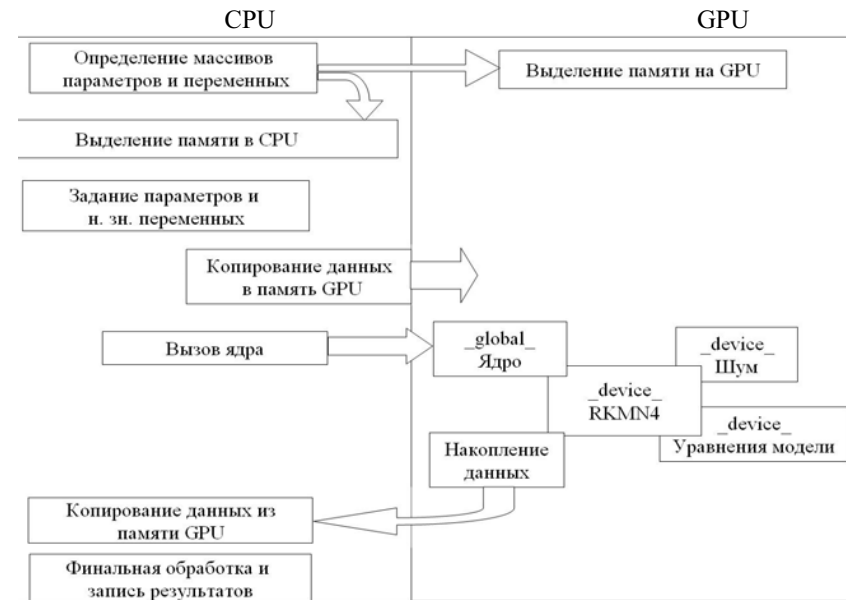


Рис. 2. Блок – схема GPU-программы

Несмотря на наличие этих двух дополнительных этапов, связанных с копированием больших массивов данных на физически другой носитель (то есть, с передачей их по шине данных компьютера), применение GPU позволяет получить значительный выигрыш в производительности. В проведенных нами тестовых расчетах использовалась двумерная модель нейрона FitzHugh–Nagumo [ссылка], во второе уравнение которой был включен источник шума. Для каждого из 20 значений интенсивности шума D рассчитывались 8192 временных реализаций, длиной по 25600 шагов интегрирования каждая. По каждой из временных реализаций рассчитывался Фурье–спектр мощности (в приводимом примере его вычисление производилось на CPU), результаты расчета усреднялись по всем временным реализациям для данного D . Итогом вычислений было построение двумерного графика зависимости спектральной плотности $S(f,D)$ от частоты f и интенсивности шума D (рис. 3).

Выполнение вышеописанного расчета GPU-программой на компьютере с CPU (Core 2 Duo), тактовой частотой 2,33 ГГц и видеокартой 8600GT потребовало 28 секунд, в то время при традиционном (рис. 1, а) CPU-алгоритме на том же компьютере это заняло около 6 часов. Учитывая невысокую стоимость данного типа видеокарты, более чем 700-кратное ускорение вычислений представляется прекрасным результатом.

Следует, однако, отметить, что в данном примере решались далеко не все проблемы, возникающие при переходе на GPU-программы. Так, при интегрировании систем большой размерности (например, дискретные модели непрерывных сред) возникает проблема с обращением к памяти алгоритмов численного интегрирования типа «предиктор–корректор» при попытке распараллелить процесс на каждую точку дискретной среды.

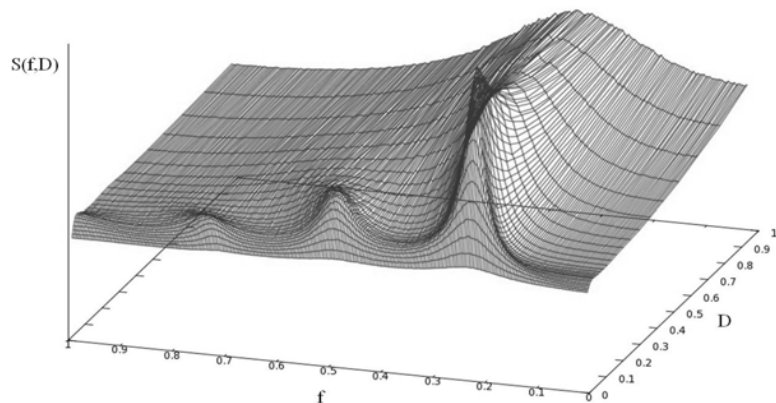


Рис. 3. График зависимости спектральной плотности $S(f,D)$ от частоты f и интенсивности шума D

ДИНАМИКА СВЯЗАННЫХ СЛАБОДИССИПАТИВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЭНО

Савин Д.В., аспирант ФНП СГУ

Известно, что системы с малым уровнем диссипации могут демонстрировать весьма интересное поведение [1, 2]. Представляется интересным исследовать модель связанных почти консервативных систем. При этом, поскольку нас интересует наблюдение феноменов, характерных для слабо диссипативных систем, связь необходимо выбирать консервативной. В данной работе проводится исследование связанных отображений Эно

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \lambda_1 - x_n^2 - b y_n + \varepsilon(x_n - u_n), y_{n+1} = x_n, \\ u_{n+1} &= \lambda_2 - u_n^2 - b v_n + \varepsilon(u_n - x_n), v_{n+1} = u_n. \end{aligned} \quad (1)$$

Якобиан данного отображения равен b^2 , таким образом отображение является консервативным, если связанные подсистемы консервативны. Параметр ε далее везде фиксирован и равен 0.4.

Эволюция плоскости управляющих параметров (λ_1, λ_2) , ответственных за удвоения периода в подсистемах, при уменьшении диссипации представлена на рис. 1. С уменьшением диссипации существенно трансформируются оба характерных для системы связанных логистических отображений (рис. 1 а) сценария перехода к хаосу: через каскад бифуркаций удвоения периода и через разрушение квазипериодических движений. Область квазипериодических движений, расположенная для логистических отображений вблизи главной диагонали плоскости параметров, становится очень узкой, в то же время смещаясь в области существенно неравных λ_1 и

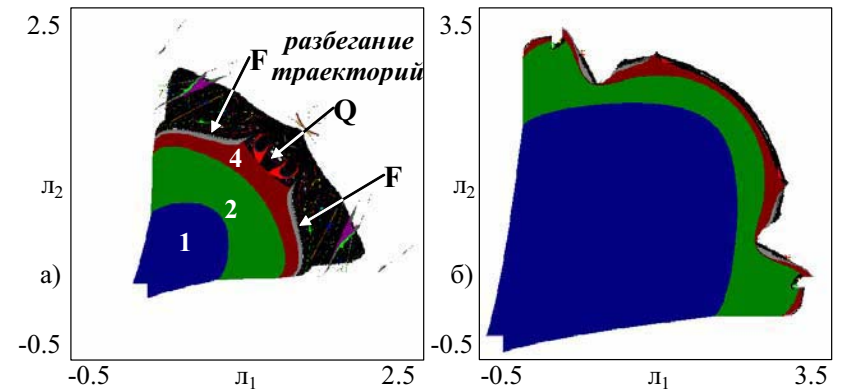


Рис. 1. Карты динамических отображения (1) для различных значений параметра b : а), б), 0.7.

притяжения аттракторов в связанных универсальных двумерных отображениях при отстройке связи от симметричной происходит аналогично рассмотренным ранее связанным логистическим отображениям и связанным системам Рёсслера.

Работа поддержана АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект № 2.1.1./1738) Минобрнауки РФ.

Библиографический список

1. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Ерастова Е.Н., Селезнёв Е.П.* ЖТФ, 1990, т. 60, вып. 10, С. 19 – 26.
2. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Гуляев Ю.В., Селезнёв Е.П.* Письма в ЖТФ, 1989, т. 15, вып. 3, С. 60 – 64.
3. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов. Из-во СГУ, 1999 г..
4. *Безручко Б.П., Селезнёв Е.П.* Письма в ЖТФ, 1997, т. 23, №4, С. 40–46.
5. *Кузнецов А.П., Поздняков М.В., Савин А.В.* III конференция молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Материалы конференции, г. Саратов. – Саратов: из-во ГосУНЦ «Колледж», 2008, С. 59 – 61.
6. *Кузнецов А.П., Поздняков М.В., Савин А.В.* IV конференция молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Материалы конференции, г. Саратов. – Саратов: из-во ГосУНЦ «Колледж», 2009, С. 80 – 82.
7. *Поздняков М.В., Савин А.В.* Статистическая физика и информационные технологии: Материалы Международной школы-семинара «Statinfo–2009», Россия, Саратов, 2–5 июня 2009. Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2009. 188 с., С. 42 – 45.

Научный руководитель: Кузнецов А.П., д.ф.-м. н., в.н.с. СФ ИРЭ РАН.

Другая проблема – это недостаточная поддержка типа данных «double», так как GPU изначально ориентированы на графический рендеринг, для которого типа “float” более чем достаточно.

Тем не менее, описанная методика представляется дешевым и эффективным «народным» способом внедрения технологии параллельных вычислений в практику исследования нелинейных систем.

Библиографический список

1. *J. Keener J. Sneyd.* Mathematical Physiology // New York: Springer, 1998.
2. http://www.nvidia.ru/object/cuda_home_new_ru.html – официальный сайт проекта CUDA.
3. *M. Januszewski, M. Kostur.* Accelerating numerical solution of Stochastic Differential Equations with CUDA // arXiv:0903.3852v2 [physics.comp-ph], 2009.

Научный руководитель: профессор Постнов Д.Э., д.ф.-м.н.

ПОДБОР ДАЛЬНОСТИ ПРОГНОЗА И ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЬНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРИЧИННОСТИ ПО ГРЕЙНДЖЕРУ

Сысоева М.В., студентка 5 курса ФНБМТ СГУ

Введение

Причинность по Грейнджеру [1] является популярным методом определения наличия и направления связи между двумя системами по их временным рядам. В основе этого метода лежит идея о том, что если учет данных из одного временного ряда позволяет значимо уменьшить ошибку прогноза другого ряда, то делается вывод о наличии связи.

В данной работе для прогноза используются модели в виде отображений. В начале строится индивидуальная модель, которая учитывает точки только из одного ряда $\{x_i\}_{i=1}^N$, влияние на который оценивается:

$$x_{n+PL} = f(x_n, x_{n-lag}, x_{n-2lag}, \dots, x_{n-(dim-1)lag}).$$

Затем так называемая совместная модель, которая учитывает точки из обоих рядов $\{x_i\}_{i=1}^N$ и $\{y_i\}_{i=1}^N$:

$$x_{n+PL} = f(x_n, x_{n-lag1}, x_{n-2lag1}, \dots, x_{n-(dim-1)lag1}, y_n, y_{n-lag2}, y_{n-2lag2}, \dots, y_{n-(dim-1)lag2}).$$

Здесь $\{x_i\}_{i=1}^N$ - временной ряд, влияние на который оценивается, $\{y_i\}_{i=1}^N$ - временной ряд, влияние которого пытаемся выявить, f - аппроксимирующая функция, которая берется в виде степенного полинома, PL - дальность прогноза, dim - размерность модели, lag - расстояние между точками вектора состояния.

Рассчитаются среднеквадратичные ошибки прогноза для индивидуальной ε_x^2 и совместной ε_{xy}^2 моделей. Причинность по Грейнджеру через них выражается как

$$G = \frac{\varepsilon_x^2 - \varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_x^2}.$$

Как видно одним из параметров этого метода является дальность прогноза (PL). Целью работы является исследование зависимости причинности по Грейнджеру от дальности прогноза, поиск принципа выбора оптимальной дальности прогноза.

Методика исследования

Влияние дальности прогноза исследуется с помощью тестовых примеров, поскольку в них известны все параметры, а направленность и силу связи мы можем задать сами. Наилучшая дальность прогноза выбирается по следующим критериям:

1. Значимая связь должна обнаруживаться при как можно меньшем значении коэффициента связи;

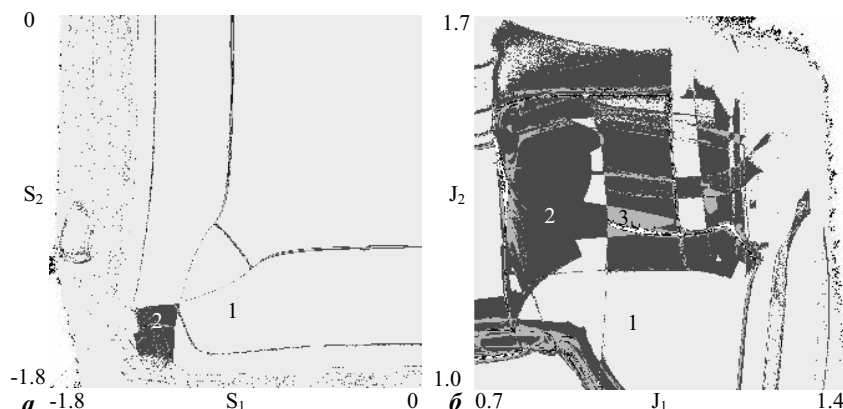


Рис. 3. Карты мультистабильности отображения (1) при $\varepsilon = 0.01$: a - на плоскости параметров (S_1, S_2) при $J_1=J_2=0, \delta=0.1$; b - на плоскости параметров (J_1, J_2) при $S_1=S_2=-1, \delta=0.05$

ласть сосуществования трёх аттракторов, которая также располагается вдоль диагонали, но опирается на линию бифуркации Неймарка-Сакера.

С ростом отстройки по параметру связи δ происходит уменьшение площади областей мультистабильности в пространстве параметров (рис. 3, a , $3, b$). Также обнаружено существенное искажение структуры бассейнов притяжения аттракторов при введении несимметричной связи в областях мультистабильности, наблюдающихся как при удвоении периода, так и в языке синхронизации (рис. 4, a , $4, b$). Таким образом, эволюция областей мультистабильности на плоскости параметров, а также бассейнов

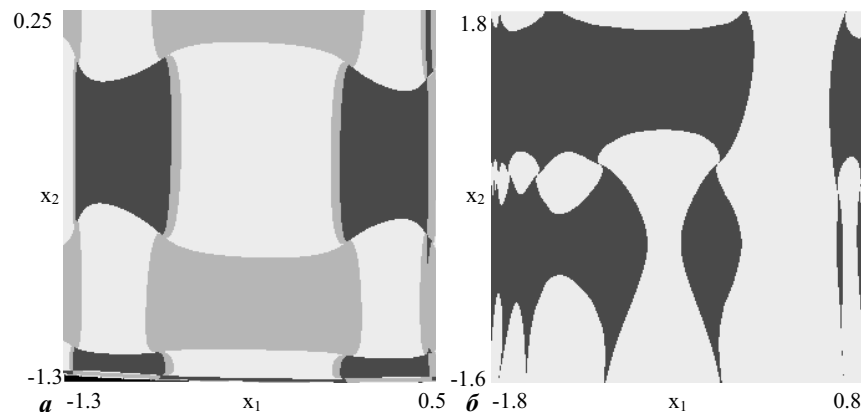


Рис. 4. Бассейны притяжения аттракторов отображения (1) при $a - S_1=0, S_2=0, J_1=0.97, J_2=1.14, \varepsilon = 0.01, \delta=0.02$; $b - S_1=0, S_2=0, J_1=-0.64, J_2=-0.7, \varepsilon = 0.01, \delta=0.1$

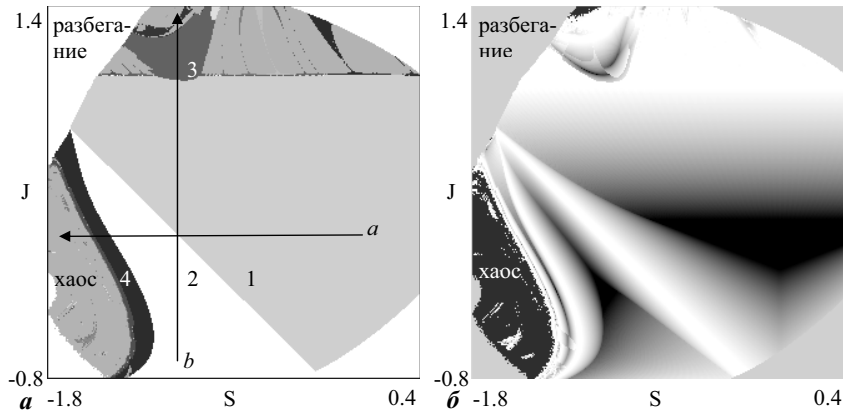


Рис. 1. Карта динамических режимов (а) и карта старшего показателя Ляпунова (б) автономной подсистемы отображения (1)

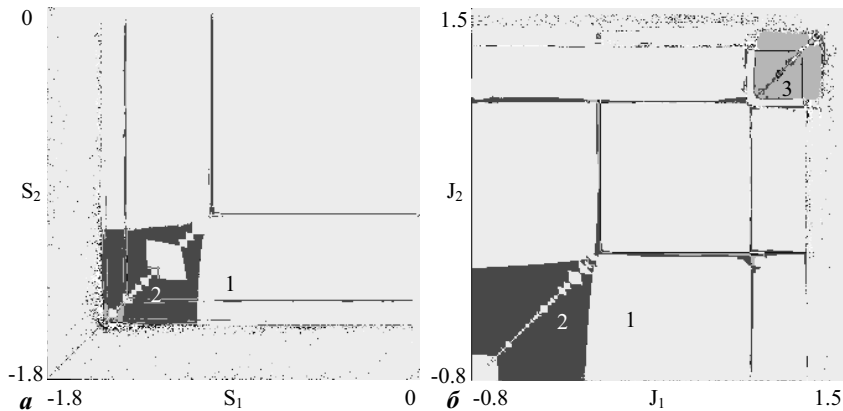


Рис. 2. Карты мультистабильности отображения (1) при $\varepsilon = 0.01$ и $\delta = 0$: а – на плоскости параметров (S_1, S_2) при $J_1 = J_2 = 0$; б – на плоскости параметров (J_1, J_2) при $S_1 = S_2 = -1$

периода. Второй «путь» (b) выбран при постоянном значении параметра S ($S = -1$). Он проходит как через линию удвоения периода, так и через основание языка синхронизации периода три в области квазипериодических режимов. Для исследования мультистабильного поведения использовалось построение так называемых «карт мультистабильности», на которых выделяются области, соответствующие сосуществованию разного числа аттракторов. На рис. 2 приведены карты мультистабильности в симметричном случае ($\delta = 0$) при движении вдоль пути а (рис. 2, а) и вдоль пути б (рис. 2, б). На обеих картах видны области сосуществования двух аттракторов, которые опираются на линию рождения цикла периода два и располагаются вдоль диагонали плоскости параметров. На рис. 2, б видна об-

2. Если связь однонаправленная, то характеристика связи в неправильную сторону должна быть как можно меньше (в идеале незначимой);
3. Грейнджеровская причинность должны монотонно возрастать с нарастанием коэффициента связи.

Чтобы количественно охарактеризовать соответствие этим критериям будем делать следующее:

1. Генерируем 100 пар рядов без связи ($k = 0$), считаем для каждой пары грейнджеровскую причинность G , 95-ю по величине (95%-й уровень) запоминаем;
2. Генерируем ряды со связью (k). Для каждой k делаем 100 пар рядов, для каждой пары считаем G и вычисляем среднее значение. Если среднее значение G для данной силы связи k лежит выше 95%-ого уровня, то мы наблюдаем значимое улучшение прогноза. Чем раньше пересечение (k^*), тем выше чувствительность метода;
3. Описанное выше делаем для различных дальностей прогноза (PL). Строим график зависимости порога чувствительности (k^*) от дальности

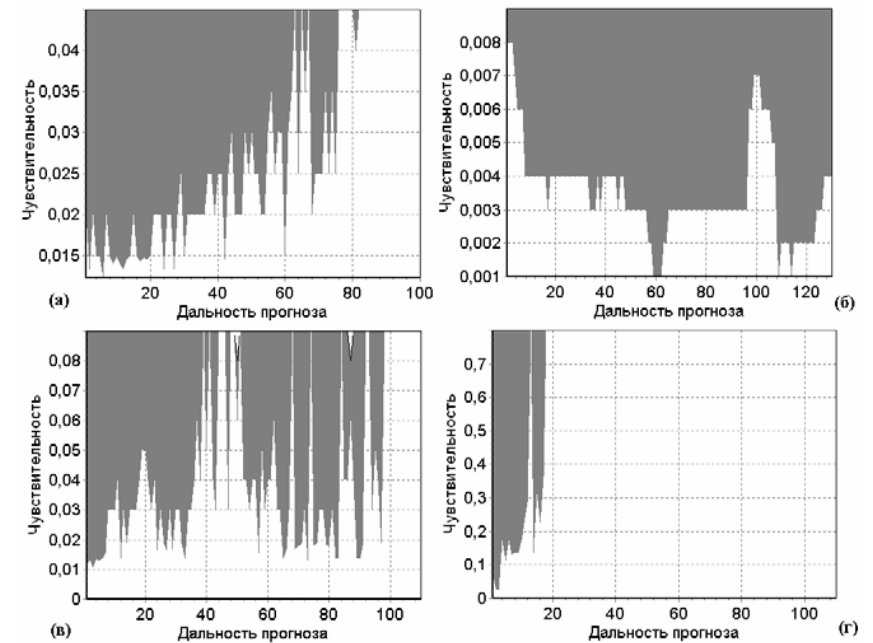


Рис. 3. Зависимость чувствительности метода (k^*) от дальности прогноза (PL): (а) – процесс авторегрессии первого порядка, связь в правильную сторону; (б) – система Ресслера, связь в правильную сторону; (в) – модель Фитцхью-Нагумо, связь в правильную сторону; (г) – модель Фитцхью-Нагумо, связь в неправильную сторону.

прогноза (PL) как показано на рис.1. Закрашенная серым область показывает, в каком диапазоне значений коэффициента связи обнаруживается значимая связь. Закрашенная белым область показывает, где связь незначима;

4. Подобные графики зависимости чувствительности от дальности прогноза $k^*(PL)$ строим для связи в правильную и неправильную сторону. Тогда: чем больше серая область в правильную сторону и чем меньше в неправильную, тем предпочтительнее эта дальность прогноза (PL).

Результаты

На основе тестовых примеров получены следующие результаты:

1. Процессы авторегрессии первого порядка:

$$x_{n+1} = \alpha x_n + k y_n + \xi_n, \quad y_{n+1} = \beta y_n + \eta_n,$$

где $\alpha = 0.99, \beta = 0.98$.

С ростом дальности прогноза чувствительность метода падает, т.е. предпочтительными являются единичные дальности прогноза (рис.1,а). Связь в неправильную сторону не обнаруживается.

Добавление измерительного шума предположительно дает преимущество большим дальностям прогноза. Однако в данном примере это не подтвердилось.

2. Процессы авторегрессии второго порядка:

$$x_{n+1} = \alpha_1 x_n + \alpha_2 x_{n-1} + k y_n + \xi_n, \quad y_{n+1} = \beta_1 y_n + \beta_2 y_{n-1} + \eta_n,$$

Значения параметров взяты так, чтобы данные уравнения были разностной схемой для численного решения уравнения линейного осциллятора с шумом $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \xi(t)$ при $\omega_0 = 1, \gamma = 0.05$ с шагом $\Delta t = \frac{2\pi}{100}$.

При дальности прогноза равной половине характерного периода ($1/2T$) или характерному периоду (T) чувствительность падает. При остальных значениях дальности прогноза без добавления измерительного шума чувствительность практически от нее не зависит. При добавлении измерительного шума малые дальности прогноза перестали быть оптимальными.

3. Модель Фитцхью-Нагумо:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1(a - x_1)(x_1 - 1) - y_1 + I_a, & \frac{dx_2}{dt} &= x_2(a - x_2)(x_2 - 1) - y_2 + I_a + kx_1, \\ \frac{dy_1}{dt} &= bx_1 - \gamma y_1, & \frac{dy_2}{dt} &= bx_2 - \gamma y_2, \end{aligned}$$

где $a = 0.8, b = 0.008, \gamma = 0.0033, I_a = 0.84$.

При определении связи в правильную сторону оптимальными дальностями прогноза является единичные (рис.1, в). Однако при малых дальностях прогноза характеристика связи в неправильную сторону также оказы-

В современной нелинейной динамике в настоящее время достаточно популярно исследование связанных систем. В таких системах может наблюдаться явление фазовой мультистабильности, связанной с возможностью синхронизации подсистем в различных фазах и заключающейся в сосуществовании синхронных и несинхронных аттракторов при одних и тех же значениях параметров. Однако большая часть работ посвящена исследованию динамики в симметрично связанных системах, например [1–4]. В работах [5–7] было исследовано влияние отстройки связи от симметричной на мультистабильность в системе связанных логистических отображений и в связанных системах Рёсслера. Целью данной работы было изучение динамики несимметрично связанных универсальных двумерных отображений:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n, y_n) + (\varepsilon - \delta)(f(u_n, v_n) - f(x_n, y_n)), \\ y_{n+1} &= g(x_n, y_n) + (\varepsilon - \delta)(g(u_n, v_n) - g(x_n, y_n)), \\ u_{n+1} &= f(u_n, v_n) + (\varepsilon + \delta)(f(x_n, y_n) - f(u_n, v_n)), \\ v_{n+1} &= g(u_n, v_n) + (\varepsilon + \delta)(g(x_n, y_n) - g(u_n, v_n)), \end{aligned} \quad (1)$$

где $f(x, y) = Sx - y - (x^2 + y^2)$, $g(x, y) = Jx - (x^2 + y^2)/5$, а параметры ε и δ имеют смысл амплитуды симметричной связи и отстройки по параметру связи. Такое отображение интересно тем, что для автономных систем параметры S и J представляют собой непосредственно след и определитель матрицы Якоби, что делает возможным непосредственное наблюдение области устойчивости неподвижной точки на плоскости параметров. Кроме того, в такой системе возможно наблюдение не только каскада бифуркаций удвоений периода, но и бифуркации Неймарка–Сакера. На рис. 1, а приведена карта динамических режимов автономной системы (числами обозначен период аттрактора в каждой области), а на рис. 1, б – карта старшего ляпуновского показателя (тёмным цветом соответствуют отрицательные значения показателя Ляпунова, белому – нулевое).

В работе было исследовано устройство плоскостей «одноимённых» параметров систем (S_1, S_2) и (J_1, J_2) при значении амплитуды связи $\varepsilon = 0.01$ и различных значениях отстройки по параметру связи δ . Для этого было выбрано два «пути» движения по плоскости (S, J) автономной подсистемы. При движении вдоль «пути» а (рис. 1, а) значение параметра J оставалось постоянным ($J = 0$). При этом наблюдалась последовательность удвоений

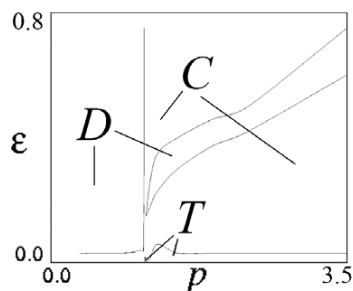


Рис. 3. Экспериментально полученные области характерных режимов колебаний

Экспериментально полученная структура пространства параметров качественно повторяет полученную численно. Слева и справа от основного резонанса между областями квазипериодических колебаний T и областью гашения колебаний D находятся области синхронизации C .

Итак, результаты численного исследования были подтверждены экспериментально. Особенности введения частотной расстройки существенно изменили структуру пространства параметров. Выяснилось, что даже при больших расстройках по частоте в системе идентичных генераторов можно наблюдать режим синхронизации.

Библиографический список

1. Ivanchenko M.V., Osipov G.V., Shalfeev V.D., Kurths J. Synchronization of two non-scalar-coupled limit-cycle oscillators // *Physica D*. 2004, 189, p. 8.
2. Кузнецов А.П., Паксютов В.И., Роман Ю.П. Особенности синхронизации в системе связанных осцилляторов Ван дер Поля, неидентичных по управляющему параметру // *Письма в ЖТФ*. 2007, Т.33, вып.15, С.15-21.
3. Астахов В.В., Коблянский С.А., Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С. Бифуркационный анализ динамики диссипативно связанных генераторов Ван дер Поля. // *Успехи современной радиоэлектроники* #9, 2008. С.61-68.
4. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. – М.: Техносфера, 2003. – 496с.

Научный руководитель: Астахов В.В., д.ф.-м. н., проф.

При дальнейшем увеличении значения параметра k границы между D , C и T продолжают изменяться. Расширяются области синхронизации слева и справа от основного резонанса. На рис. 2, в, г хорошо видны эти изменения.

В эксперименте были проведены аналогичные исследования для радиотехнической схемы, представляющей собой два резистивно связанных RC-автогенератора в квазигармоническом режиме. На рис. 3 представлены экспериментально полученные области характерных режимов колебаний.

ваются значимой (рис.1, г). То есть для правильного вывода о направлении связи следует брать не единичную, а несколько большую дальность. При дальности прогноза равной половине характерного периода ($1/2 T$) или характерному периоду (T) чувствительность, как и в случае процессов авто-регрессии второго порядка, ухудшается.

4. Система Ресслера:

$$\frac{dx}{dt} = -y - z, \quad \frac{dy}{dt} = x + ay, \quad \frac{dz}{dt} = b - cz + xz,$$

где $a_1 = 0.398$, $b_1 = 2$, $c_1 = 4$, $a_2 = 0.2$, $b_2 = 0.2$, $c_2 = 5.7$. При заданных параметрах система Ресслера будет находиться в хаотическом режиме. Анализ производился по временным рядам координаты x .

При использовании кубического аппроксимирующего полинома наибольшая чувствительность приходится на дальность прогноза равную половине характерного периода ($1/2T$) или характерному периоду (T) (рис. 1, б). В неправильную сторону метод тоже иногда показывает наличие значимой связи, но в гораздо меньшем диапазоне значений коэффициента связи. Увеличение порядка полинома позволяет уменьшить этот диапазон.

Выводы

В работе на ряде эталонных примеров произведено исследование чувствительности причинности по Грейнджеру в зависимости от такого параметра модели, как дальность прогноза.

Часть примеров показала, что традиционно выбираемая единичная дальность прогноза не всегда является оптимальной. Взятие большей дальности прогноза может улучшить чувствительность и специфичность метода.

Можно отметить особенности поведения чувствительности при дальностях прогноза, равных половине характерного периода ($1/2T$) или характерному периоду (T):

- для исследованных периодических процессов чувствительность резко падает;
- для хаотического процесса чувствительность, наоборот, возросла.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-00081).

Библиографический список

1. Granger C.W.J. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods // *Econometrica*. 1969. Vol. 37. No. 3. P. 424-438.

Научный руководитель: Диканев Т.В., к.ф.-м. н., доцент СГУ.

НЕКОГЕРЕНТНЫЙ ПРИЕМ СООБЩЕНИЙ В СИСТЕМЕ СКРЫТНОЙ СВЯЗИ С ФРАКТАЛЬНОЙ МАСКИРОВКОЙ

Хандурин А.В., аспирант ИРЭ (РТФ) МЭИ

Известны различные способы скрытой связи на основе динамического хаоса [1]. Большинство из них рассчитаны на передачу цифровых сообщений. Однако, способ хаотической маскировки (*Chaos Masking*) в передатчике и синхронного хаотического отклика в приемнике может быть использован для передачи информации, как в аналоговом, так и в цифровом виде. Такой способ обладает рядом недостатков. Во-первых, это строгие требования к уровню передаваемого сообщения $s(t)$: при малом уровне проявляется высокая чувствительность к шумам в канале связи, а при большом – возможно рассогласование временных процессов в динамических системах приемника и передатчика и срыв синхронизации. Во-вторых, неизбежный разброс параметров обеих систем значительно затрудняет достижение синхронного хаотического отклика даже в отсутствие сообщения $s(t)$ и шума $n(t)$.

Для устранения указанных недостатков хаотической маскировки в [2] предлагается схема с некогерентным приемом скрытой информации. В предлагаемой схеме принцип модуляции основан на замещении части спектра хаотического сигнала спектром информационного сигнала. Для этого в передатчике используется оконная обработка хаотического колебания. Такая же обработка применена и в приемнике, при этом удается выделить сообщение при низком уровне $C/Ш$.

Однако, поскольку спектр хаотического колебания предопределен выбранным режимом динамической системы, сложно согласовать его низкочастотную часть со спектром сообщения, что требуется для скрытности передачи. Обычно спектр хаотического колебания оказывается сплошным в полосе сообщения, поэтому не удается получить маскировку сообщения с более или менее разреженным спектром.

В настоящей работе мы используем систему скрытой связи «*Framask*» [3], сходную с описанной в [2], но с генератором фрактального сигнала (ГФС) (рис. 1). В качестве маскирующего сигнала в передатчике может быть использован любой широкополосный сигнал, обладающий эргодичностью и спектром в области низких частот, близким к спектру передаваемого сообщения.

В наших экспериментах роль маскирующего сложного колебания исполняет фрактальная функция Вейерштрасса [4]:

$$w(t) = \sum_{k=1}^K \lambda^{(D-2)k} \sin(\lambda^k t) \quad (1)$$

компоненту ε_1 , а консервативную компоненту принимают равной нулю: $\varepsilon_2 = 0$.

Рассмотрим, как повлияет учет консервативной компоненты на динамику взаимодействующих генераторов. Сначала зафиксируем следующие значения параметров: $m=0.1$, $k=0$ (то есть связь чисто диссипативная). На рис. 2, а представлены области характерных режимов в системе: C – область синхронных автоколебаний, T – область квазипериодических колебаний, D – область гашения автоколебаний или область «амплитудной смерти». Такая структура пространства параметров была получена ранее многими исследователями и детально исследована в ряде статей, например [1–4].

Как показано на рис. 2, б, при k , отличном от нуля, (консервативная компонента связи теперь учитывается) граница между D и T расщепляется на две линии. Между этими линиями формируется область, в которой наблюдается устойчивый предельный цикл, отвечающий режиму синхронизации генераторов. Такое расщепление характерно для систем связанных генераторов с неидентичностью по параметру возбуждения [2,3].

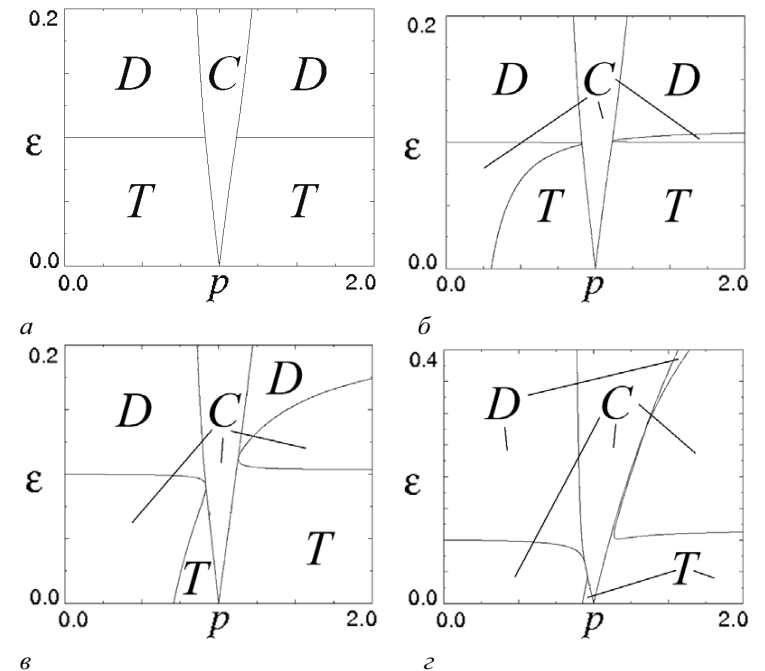


Рис. 2. Области характерных режимов колебаний на плоскости « $\varepsilon_1 - p$ ». а – $m=0.1$ и $k=0$; б – $m=0.1$ и $k=0.01$; в – $m=0.1$ и $k=0.1$; г – $m=0.1$ и $k=0.5$

мем $u_{11} = K_{01}u_{21} - K_{11}u_{21}^2$. Для токов будут выполняться равенства:
 $i_1 = i_{R21} + i_{C21} + i_{C0}$, $i_{R21} = \frac{u_{21}}{R_{21}}$, $i_{C21} = C_{21} \frac{du_{21}}{dt}$, $i_{C0} = \frac{u_{21} - u_{22}}{R_{02}}$.

Подставив все равенства в (2), продифференцировав по t , приведя подобные слагаемые, и произведя замену: $\tau = \omega_1 t$, где $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{R_{11}R_{21}C_{11}C_{21}}}$, получим следующие уравнения:

$$\frac{d^2 u_{21}}{d\tau^2} - \left(\left(\frac{K_{01}R_{21}C_{11} - C_{11}R_{21} - C_{11}R_{11} - C_{21}R_{21}}{\sqrt{C_{11}C_{21}R_{11}R_{21}}} \right) - \frac{3K_{11}C_{11}R_{21}}{\sqrt{C_{11}C_{21}R_{11}R_{21}}} u_{21}^2 \right) \frac{du_{21}}{d\tau} + u_{21} = \frac{R_{21}}{R_{02}} (u_{22} - u_{21}) + \frac{\sqrt{C_{11}R_{11}R_{21}}}{R_{02}\sqrt{C_{21}}} \frac{d}{d\tau} (u_{22} - u_{21}), \quad (3)$$

$$\frac{d^2 u_{22}}{d\tau^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \left(\left(\frac{K_{02}R_{22}C_{12} - C_{12}R_{22} - C_{12}R_{12} - C_{22}R_{22}}{\sqrt{C_{11}C_{21}R_{11}R_{21}}} \right) - \frac{3K_{12}C_{12}R_{22}}{\sqrt{C_{11}C_{21}R_{11}R_{21}}} u_{22}^2 \right) \frac{du_{22}}{d\tau} + \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} u_{22} = \frac{R_{22}}{R_{02}} \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} (u_{21} - u_{22}) + \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \frac{C_{12}R_{12}R_{22}}{R_{02}\sqrt{C_{11}C_{21}R_{11}R_{21}}} \frac{d}{d\tau} (u_{21} - u_{22}). \quad (4)$$

Следующие элементы в каждом из генераторов примем идентичными: $C_{11} = C_{12} = C_1$, $R_{11} = R_{12} = R_1$, $R_{21} = R_{22} = R_2$, аналогично для усилителей: $K_{01} = K_{02} = K_0$, $K_{11} = K_{12} = K_1$. Но $C_{21} \neq C_{22}$, $C_{21} = \text{const}$, $C_{22} = \text{var}$; обозначим $p = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}}{\sqrt{C_1 C_{22} R_1 R_2}} = \sqrt{\frac{C_{21}}{C_{22}}}$, $\varepsilon_1 = \frac{\sqrt{C_1 R_1 R_2}}{R_{02} \sqrt{C_{21}}}$, $\varepsilon_2 = \frac{R_2}{R_{02}}$, $V = \frac{3K_1 C_1 R_2}{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}}$,

$$m = \frac{K_0 R_2 C_1 - C_1 R_2 - C_1 R_1 - C_{21} R_2}{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}} \quad \text{Тогда} \quad \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{R_2 \sqrt{C_{21}}}{\sqrt{C_1 R_1 R_2}} = \frac{\sqrt{R_2 C_{21}}}{\sqrt{C_1 R_1}},$$

$$\frac{K_0 R_2 C_1 - C_1 R_2 - C_2 R_1 - C_{22} R_2}{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}} = \frac{K_0 R_2 C_1 - C_1 R_2 - C_1 R_1 - R_2 C_{21} + R_2 C_{21} - C_{22} R_2}{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}} = m + \frac{R_2 C_{21} - R_2 C_{22}}{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}} =$$

$$m + \frac{R_2 C_{21} (1 - \frac{C_{22}}{C_{21}})}{\sqrt{C_1 C_{21} R_1 R_2}} = m + \frac{\sqrt{R_2 C_{21}}}{\sqrt{R_1 C_1}} \left(\frac{C_{21} - C_{22}}{C_{21}} \right) = m - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \left(\frac{1 - p^2}{p^2} \right)$$

С учетом всех обозначений уравнения двух связанных генераторов в безразмерных переменных можно представить в виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 - (m - x_1^2) x_1 + x_1 = \varepsilon_1 (x_2 - x_1) + k \varepsilon_1 (x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 - p^2 \left(m - k \frac{1 - p^2}{p^2} \right) x_2 + p^2 x_2 = p^2 \varepsilon_1 (x_1 - x_2) + p^2 k \varepsilon_1 (x_1 - x_2), \end{cases} \quad (5)$$

где $k = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$.

Полученная система (5) отличается от системы (1): теперь возбуждение автоколебаний во втором генераторе управляется не только параметром m , но еще и частотной расстройкой p , а также параметром $k = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$. Та-

кой подход учитывает компоненты диффузионной связи через разность переменных, а также через разность производных. Обычно при исследовании резистивно связанных генераторов учитывают только диссипативную

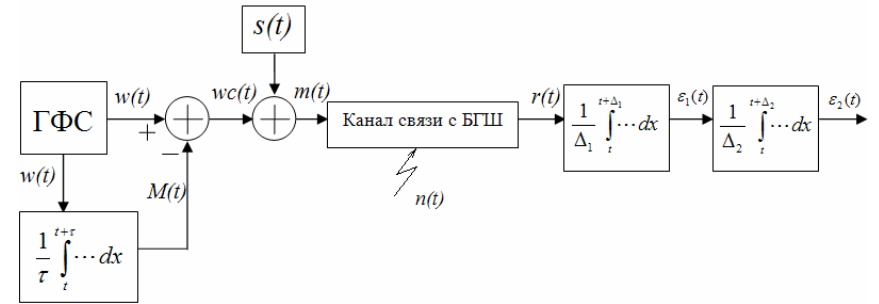


Рис. 1. Блок-схема системы передачи информации с фрактальной маскировкой «Framask» с каскадной оконной обработкой в приемнике

где $K \rightarrow \infty$ число членов ряда, $1 < D < 2$ фрактальная размерность графа функции $w(t)$, $\lambda > 1$ опорная частота (параметр «несоизмеримости» частот).

Нормированные эпюры напряжений в различных точках системы (рис. 1) показаны на рис. 2, 3.

В данной работе, в отличие от эксперимента по маскировке, описанного в [3], мы намеренно уменьшили число членов ряда (1) для того, чтобы сформировать сигнал в гораздо более узкой полосе частот. Параметры маскирующего сигнала были выбраны следующими: $K = 10$; $D = 1,9$; $\lambda = 3,3$, при этом его верхняя частота равна $f_{w,\text{max}} = 64380 \text{ Гц}$.

Информационный сигнал представляет собой голосовое сообщение «Эта информация секретна, совершенно секретна» с верхней частотой $f_s = 7500 \text{ Гц}$.

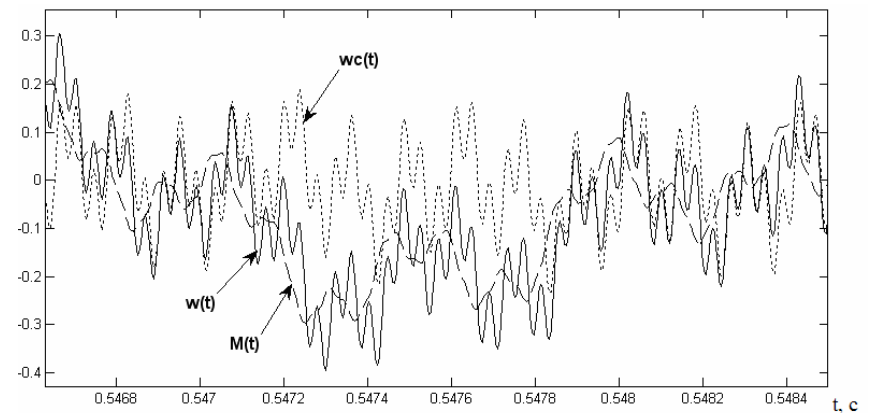


Рис. 2. Временные реализации процессов в передатчике системы Framask

СТРУКТУРА ПРОСТРАНСТВА ПАРАМЕТРОВ СВЯЗАННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ С ПРЕДЕЛЬНЫМИ ЦИКЛАМИ

Семенов В.В., студент 3 курса физического факультета СГУ
Коблянский С.А., аспирант физического факультета СГУ

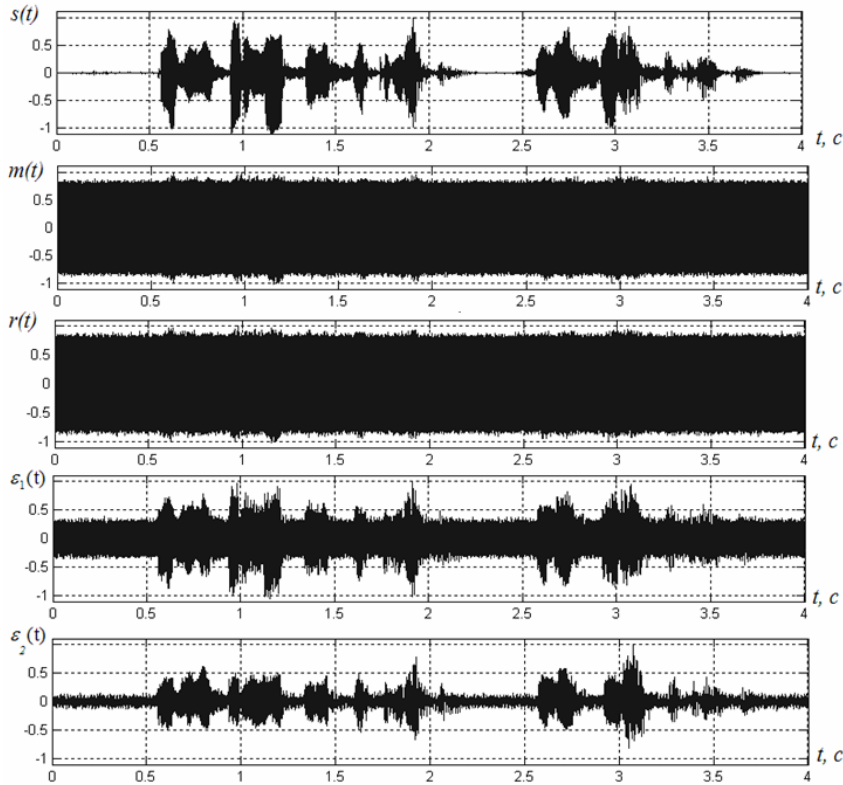


Рис. 3. Временные реализации информационного сообщения $s(t)$, сигнала на выходе передатчика $m(t)$, сигнала на входе приемника $r(t)$, на выходе окон приемника $\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t)$ в системе *Framask*.

То есть, полоса частот маскирующего колебания всего в 8.6 раз больше полосы информационного сообщения.

Основная цель данной работы это применение в системе *Framask* каскадной оконной обработки на приемной стороне. Поэтому особое внимание было уделено выбору размеров окон выделения текущего среднего. Ширина окна в передатчике согласована с информационным сигналом $\tau = 400 \text{ мкс}$, а ширина окон в приемнике согласована с маскирующим колебанием $\Delta_1 = 4.9 \text{ мс}$, $\Delta_2 = 13.7 \text{ мс}$. Такой выбор окон позволил повысить качество приема информационного сообщения на 3дБ, по сравнению с предыдущим экспериментом [3].

В соответствии с рис. 3, видно высокое качество маскировки в передатчике и выделения информационного сообщения в приемнике. Причём

В работе представлены результаты исследования явлений синхронизации, происходящих в системе двух резистивно связанных RC-автогенераторов.

Уравнение колебаний в RC-автогенераторе можно свести к уравнению ван дер Поля, если принять напряжение на выходе усилителя $u_{\text{вых}} = K_0 u_{\text{вх}} - K_1 u_{\text{вх}}^2$, тогда исследуемая система становится системой двух резистивно связанных генераторов ван дер Поля. Система двух связанных генераторов ван дер Поля является базовой моделью для исследования эффектов и явлений, наблюдаемых в разнообразных связанных автоколебательных системах с предельными циклами, и тем самым привлекает особенное внимание исследователей [1–4]. Эта система часто записывается в виде дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 - (m_1 - x_1^2) \dot{x}_1 + x_1 = \varepsilon_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \varepsilon_2(x_2 - x_1), \\ \ddot{x}_2 - (m_2 - x_2^2) \dot{x}_2 + p x_2 = \varepsilon_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \varepsilon_2(x_1 - x_2). \end{cases} \quad (1)$$

где $m_{1,2}$ – параметры, управляющие возбуждением автоколебаний в парциальных генераторах; $\varepsilon_{1,2}$ – коэффициенты связи, $p = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ – частотная расстройка.

С учетом особенности введения расстройки, реализуемой в эксперименте, нами была получена система уравнений, которая отличается от системы (1).

Схема генераторов представлена на рис. 1.

Для первого генератора $u_{21} = u_{11} - u_{R11} - u_{C11}$. (2)

Падение напряжения на элементах R_{11} и C_{11} определяются формулами $u_{R11} = i_1 R_{11}$, $u_{C11} = \frac{1}{C_{11}} \int i_1 dt$. Напряжение на выходе усилителя при

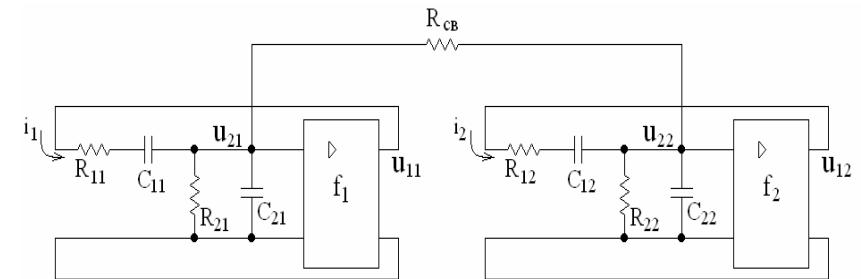


Рис. 1. Схема резистивно связанных генераторов Ван дер Поля. $f_{1,2}$ – усилители

научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» на 2010 г. (грант No. 2.2.2.2/229).

Библиографический список

1. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971.
2. Пиковский А., Розенблум М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
3. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003
4. Астахов В.В., Безручко Б.П., Пономоренко В.И. Формирование мультистабильности, классификация изомеров и их эволюция в связанных фейгенбаумовских системах // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 1. С. 35.
5. Астахов В.В., Шабунин А.В., Анищенко В.С. Механизмы разрушения хаотической синхронизации в системе связанных кубических отображений // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 2. С. 3.
6. Anishchenko V.S. Dynamical Chaos. Models and Experiments. Appearance, Routes and Structure of Chaos in Simple Dynamical Systems. Singapore: World Scientific, 1995.
7. Астахов В.В., Неходцева Е.И., Астахов С.В., Шабунин А.В. Влияние задержки в канале связи на режимы полной синхронизации хаотических систем с дискретным временем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15. № 5. С. 61.
8. Астахов В.В., Астахов С.В., Неходцева Е.И., Шабунин А.В. Влияние задержки в канале связи на полную синхронизацию // Известия Саратовского университета. 2008. Т. 8. № 2. С. 30.
9. Астахова Е.И. Стохастические бифуркации и мультистабильность в системе связанных генераторов с инерционной нелинейностью под действием белого гауссова шума // «Статистическая физика и информационные технологии»: Материалы Международной школы-семинара «StatInfo-2009», Россия, Саратов, 2-5 июня 2009. Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2009. С. 103.

Научный руководитель: Вадивасова Т.Е., д.ф.-м.н., профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ

на выходе первого окна качество демодуляции в несколько раз хуже, чем на выходе второго окна. То есть применение каскадной обработки информации позволяет повысить качество выделения информации на приемной стороне.

В ряде случаев имеется возможность адаптации спектра маскирующего сигнала на основе усеченного ряда Вейерштрасса к спектру передаваемого сообщения [5]. Эту возможность к адаптации можно расширить, если дополнительно применить фрактальную модуляцию маскирующего сигнала, в этом случае можно добиться высокой плотности спектра в полосе сообщения, сопоставимой с плотностью спектра хаотических сигналов.

Предложенный новый тип маскировки и демодуляции устойчив к воздействию аддитивного белого шума в канале при сравнительно простой схемной реализации.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта НШ-3344.2008.8 Совета Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ.

Библиографический список

1. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи // М.: Физматлит, 2002.
2. Murali K., Leung H., Yu H. Design of noncoherent receiver for analog spread-spectrum communication based on chaotic masking // IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol.50, № 3, 2003. – p.432-441.
3. Капранов М.В., Хандурин А.В. Передача информации в системе связи с фрактальной маскировкой Framask // Вестник МЭИ. 2009 г., №1, с.89-92.
4. Falconer K.J. Fractal geometry: mathematical foundations and applications // New York, USA: John Wiley & Sons, 1990, p.148-151.
5. Хандурин А.В. асп., Капранов М.В. рук. Спектры сигналов с фрактальной структурой на базе усеченного ряда Вейерштрасса // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. 15-я международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов. Москва, 26-27 февраля 2009 г. Тезисы докладов в трех томах, Том 1. М.: Издательский дом МЭИ, 2009, с.51–52.

Научный руководитель: Капранов М.В., к.т.н, профессор МЭИ.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ВОЛН
В ФЕРРОМАГНИТНЫХ СТРУКТУРАХ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ
СВЯЗАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ШРЕДИНГЕРА**

Шежукова С.Е., аспирант ФНП СГУ

В последнее время большой интерес представляют исследования нелинейных эффектов самовоздействия волн в различных средах на основе решения системы связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ). Такие исследования играют важную роль, прежде всего, в задачах нелинейной оптики [1], а также в других областях физики (гидродинамике, физике плазмы, в вакуумной и твердотельной электронике). В частности, такие задачи играют принципиальную роль в случае, когда в среде возможно распространение нескольких типов нормальных волн, в частности, сигнала, содержащего несколько спектральных компонент, в случае необходимости учёта взаимодействия прямой и отражённой волн. Особый интерес такие исследования представляют в случае распространения магнитостатических волн (МСВ) в ферромагнитных пленках, так как нелинейные эффекты самовоздействия, обусловленные модуляционной неустойчивостью (МН) волн, здесь проявляются при сравнительно небольших уровнях мощности [2].

Новые возможности управления эффектами самовоздействия на МСВ возникают при использовании в качестве волноведущих систем многослойных ферромагнитных структур (рис. 1, а), а также структур в виде магнетонных кристаллов (рис. 1, б), например, в виде периодической микроструктуры на основе ферромагнитной пленки [2].

В общем случае система уравнений, описывающая нелинейные процессы в таких структурах, представляет собой два связанных нелинейных уравнений Шредингера:

$$\begin{cases} i \left(\frac{\partial U}{\partial t} + V_{s_1} \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{\beta_1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \delta U + \chi V + \gamma_1 (|U|^2 + 2|V|^2) U = 0 \\ i \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V_{s_2} \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \delta V + \chi U + \gamma_2 (|V|^2 + 2|U|^2) V = 0 \end{cases} \quad (1)$$

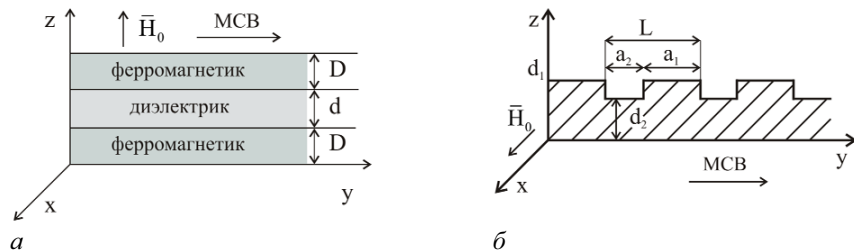


Рис. 1. Исследуемые модели

удвоения периода (рис. 2, б), а затем – переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода (рис. 2, с,d). Дальнейшее увеличение τ_d ведет к обратному каскаду бифуркаций удвоения периода, заканчивающемуся предельным циклом периода 4. Такая ситуация повторяется с увеличением времени задержки с периодичностью $\tau_d \approx 6.3$.

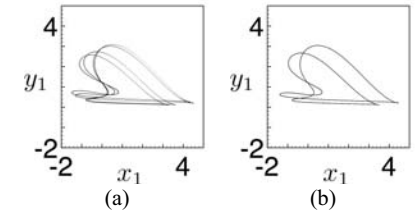


Рис. 3. Проекция аттрактора режима, изображенного на рис. 1, а на плоскость (x_1, y_1) : (а) при $\tau_d = 0$, (б) при $\tau_d \approx 1.4$

Рассмотрим эволюцию других сосуществующих режимов. 8-тактный предельный цикл, изображенный на рис. 1, б, с увеличением времени задержки сжимается около симметричного подпространства и при $\tau_d \approx 1.4$ становится синхронным. Одновременно с переходом в симметричное подпространство цикл претерпевает обратную бифуркацию удвоения периода (рис. 3) и, оказавшись в синхронном подпространстве, совпадает с режимом, изображенным на рис. 2, б. Предельный цикл рис. 1, с с увеличением τ_d приближается к аттрактору рис. 1, б и при $\tau_d \approx 0.92$ сливается с ним. Режимы, изображенные на рис 1, д,е, с увеличением времени задержки в связи не уходят в симметричное подпространство объединенного фазового пространства, но претерпевают прямые и обратные бифуркации удвоения периода.

Таким образом, с увеличением времени задержки в фазовом пространстве системы (1) остаются два типа режимов. Первый соответствует синхронным автоколебаниям, образ которых расположен в симметричном подпространстве. Второй тип задается аттракторами, изображенными на рис. 1, д,е. Результаты численного эксперимента показали, что синхронные движения теряют трансверсальную устойчивость при $\tau_d > 2.38$ и функционирование системы, подверженной флуктуациям, происходит в асинхронном режиме.

Итак, в рамках данной работы было показано, что введение задержки в канал связи оказывает существенное влияние на фазовую мультистабильность в системе связанных генераторов с удвоениями периода. Увеличение времени задержки в связи ведет не только к объединению бассейнов притяжения некоторых сосуществующих аттракторов, но и вызывает бифуркации режимов. Особый интерес представляет периодичность по τ_d , с которой происходит переход от регулярного синхронного режима хаотическому и обратно через прямую и обратную последовательности бифуркаций удвоения периода.

Работа выполнена при поддержке CRDF (грант No. ВР4М06) и Министерства образования и науки РФ в рамках АВЦП «Развитие

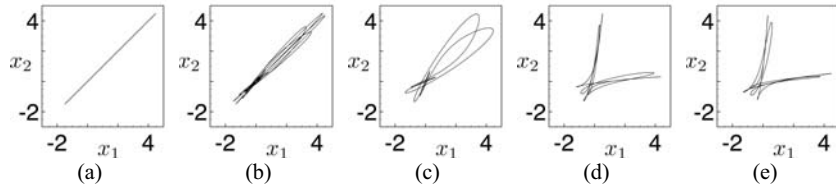


Рис. 1. Сосуществующие регулярные режимы, демонстрируемые системой (1) при $m=1.08$, $g=0.3$, $\varepsilon_1=0.01$, $\varepsilon_2=0$.

увеличении значений параметров претерпевает еще одну бифуркацию удвоения периода. В результате, уже вне симметричного подпространства рождается седловой предельный цикл кратности $2n$, который при дальнейшем увеличении параметров приобретает устойчивость. Таким образом, на базе каждого цикла кратности n рождается, помимо синфазного цикла удвоенного периода, предельный цикл удвоенного периода, соответствующий асинхронному поведению взаимодействующих систем, что и ведет к развитию мультистабильности в объединенном фазовом пространстве системы.

Зафиксируем следующие значения управляющих параметров: $m=1.08$, $g=0.3$, $\varepsilon_1=0.01$, $\varepsilon_2=0$. В работе [9] показано, что фазовое пространство системы (1) содержит 5 сосуществующих аттракторов, представленных на рис. 1. Увеличивая время задержки, проследим за эволюцией этих режимов. Начнем наше рассмотрение с режима полной синхронизации, соответствующего аттрактору, проекция которого изображена на рис. 1, а. В отсутствие задержки в связи парциальные системы демонстрируют предельный цикл (рис. 2, а). С увеличением времени задержки предельное множество остается в симметричном подпространстве объединенного фазового пространства. Тем не менее, с увеличением τ_d наблюдается вначале обратная бифуркация

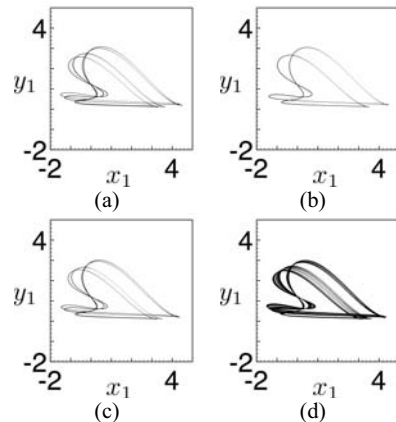


Рис. 2. Проекция фазового портрета динамики первого осциллятора на плоскость (x_1, y_1) в синхронном режиме для различных значений времени задержки: (а) $\tau_d=0$, (б) $\tau_d=1.15$, (с) $\tau_d=3.12$, (д) $\tau_d=3.47$.

где U, V – медленно меняющиеся амплитуды огибающей связанных волн; V_{g_1}, V_{g_2} – групповые скорости, β_1, β_2 – коэффициенты дисперсии, γ_1, γ_2 – коэффициенты нелинейности, δ – отстройка от несущей частоты, χ – коэффициент связи.

В случае связанной ферромагнитной структуры используемая система уравнений представляет собой два связанных нелинейных уравнений Шредингера, описывающих распространение быстрой и медленной волн в системе и коэффициенты которых зависят от параметра связи между пленками.

Основной особенностью распространения волн в связанных структурах является одновременное (на одной частоте) возбуждение двух нормальных мод – быстрой и медленной волн $\phi_{6,m}$. Комплексные амплитуды нормальных волн $\phi_{6,m}$ связаны с амплитудами волн в каждой из плёнок $\phi_{1,2}$ соотношением $\phi_{6,m} = \phi_1 \pm \phi_2$. Возбуждение одной нормальной моды возможно, если в обе пленки подать сигналы $\phi_{0,1,2}$ одинаковой амплитуды ϕ_0 либо в фазе – для возбуждения быстрой волны (в этом случае $\phi_{0_1} = \phi_{0_2} = \phi_0$, $\phi_{0_6} = 2\phi_0, \phi_{0_m} = 0$), либо в противофазе – для возбуждения медленной волны ($\phi_{0_1} = -\phi_{0_2}$, $\phi_{0_6} = 0, \phi_{0_m} = 2\phi_0$).

При возбуждении одной моды поведение амплитуд огибающих ВЧ намагнитченности быстрой и медленной волн в связанной системе $\phi_{6,m}$ подчиняется нелинейному уравнению Шредингера [3]:

$$i \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_{6,m} \frac{\partial}{\partial y} \right) \phi_{6,m} - A_{6,m} \frac{\partial^2 \phi_{6,m}}{\partial y^2} + B_{6,m} |\phi_{6,m}|^2 \phi_{6,m} + i\alpha_{6,m} \phi_{6,m} = 0 \quad (2)$$

где $V_{6,m}(d) = V_{g_{1,2}}$, $A_{6,m}(d) = \beta_{1,2}$, $B_{6,m}(d) = \gamma_{1,2}$ – коэффициенты, характеризующие групповые скорости, дисперсию и нелинейность быстрой и медленной волн, соответственно, в системе (1), $\alpha_{6,m}(d)$ – параметр диссипации.

Решение НУШ является МН при условии выполнения критерия Лайтхилла $A_{6,m} B_{6,m} < 0$. Развитие МН носит пороговый характер, при увеличении амплитуды выше некоторого $\phi_{пор}$ возникает автомодуляция амплитуды огибающей, дальнейшее увеличение амплитуды приводит к хаотической динамике.

При исследовании связанной структуры появляется дополнительный управляющий параметр связи d , существенно влияющий на характеристики нелинейных процессов. Поведения амплитуды огибающей для каждого значения d описывается НУШ вида (2), коэффициенты для разных d для быстрой и медленной волны были рассчитаны в [3].

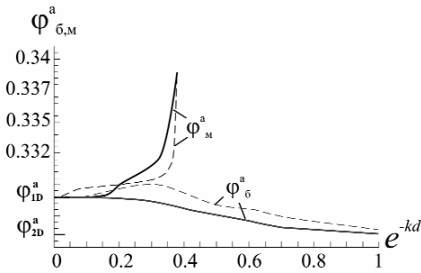


Рис. 2. Зависимость пороговой амплитуды перехода к автомодуляции от параметра связи для ϕ_b и ϕ_m (— численные расчеты по НУШ, -- аналитические зависимости).

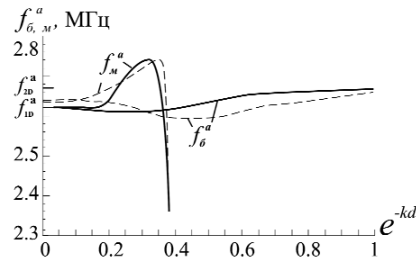


Рис. 3. Зависимость частоты автомодуляции от параметра связи для ϕ_b и ϕ_m (— численные расчеты по НУШ, -- аналитические зависимости).

Пороговые амплитуды перехода к автомодуляции и частота автомодуляции при возбуждении только быстрой и только медленной волны зависят от величины связи как показано на рис. 2 и 3, соответственно. Пунктиром на рисунках показаны кривые, рассчитанные по формулам из [4] для соответствующих коэффициентов быстрой и медленной волн. В пределе при $d \rightarrow \infty$ порог автомодуляции совпадает с порогом для волны в одиночной пленке, а при $d \rightarrow 0$ порог для быстрой моды совпадает с порогом в пленке удвоенной толщины, а для медленной моды с порогом для моды с номером 2 в пленке одиночной толщины [3]. В работе численно и аналитически было показано, что зависимость коэффициентов в НУШ для быстрой и медленной волн в связанной структуре от связи приводит к тому, что пороги возникновения автомодуляции, частота автомодуляции, пороги перехода к хаотической динамике и пороги образования солитонов огибающей существенно зависят от величины связи и способа возбуждения структуры.

Для случая второй структуры, описывающей распространение прямой и отраженной волн вблизи полосы непропускания, может быть получена система уравнений (3), аналогичная (1).

$$\begin{cases} i \left(\frac{\partial \phi_f}{\partial t} + V_g \frac{\partial \phi_f}{\partial y} \right) + \delta \phi_f + \chi \phi_b + \gamma \left(|\phi_f|^2 + 2|\phi_b|^2 \right) \phi_f = 0 \\ i \left(\frac{\partial \phi_b}{\partial t} - V_g \frac{\partial \phi_b}{\partial y} \right) + \delta \phi_b + \chi \phi_f + \gamma \left(|\phi_b|^2 + 2|\phi_f|^2 \right) \phi_b = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

где $U = \phi_f$ — прямая волна, $V = \phi_b$ — встречная волна, $V_g = V_{g1} = V_{g2}$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\beta_1 = \beta_2 = 0$ в системе (1).

Для решения этой системы в стационарном пределе пренебрежем членами с временной производной. Тогда нелинейное дисперсионное соотношение имеет вид:

ВЛИЯНИЕ ЗАДЕРЖКИ НА РЕЖИМЫ ФАЗОВОЙ МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТИ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ХАОТИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

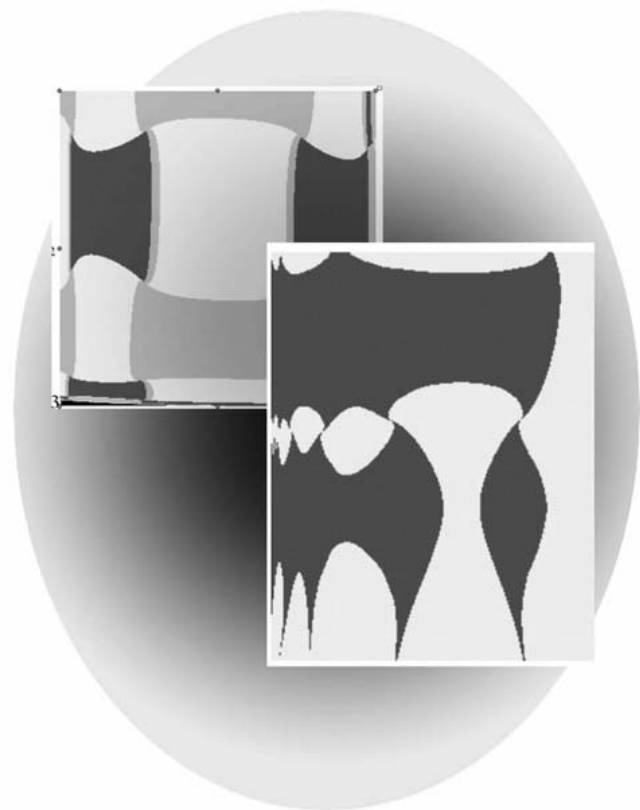
Астахова Е.И., аспирантка физического факультета СГУ

На сегодняшний день большое внимание уделяется исследованию динамики взаимодействующих систем. Как правило, центральное место в таких исследованиях занимает явление синхронизации [1-3]. Однако, не менее важную роль в поведении связанных систем играет явление мультистабильности [4]. Более того, развитие мультистабильности может определять сценарии потери синхронизации в системах [5]. В рамках данной работы рассматривается система взаимодействующих генераторов с инерционной нелинейностью [6], при этом объединенная система демонстрирует развитую мультистабильность. В работах [7, 8] исследовалось явление синхронизации таких генераторов в присутствии временной задержки в канале связи и влияние этой задержки на синхронную динамику генераторов. Представляется интересным исследовать влияние задержки, на мультистабильные состояния, сосуществующие в объединенном фазовом пространстве связанных генераторов.

Исследуемая динамическая система описывается дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{dx_{1,2}(\tau)}{d\tau} = mx_{1,2}(\tau) - x_{1,2}(\tau)z_{1,2}(\tau) + y_{1,2}(\tau) - dx_{1,2}^3(\tau) + \\ + \varepsilon[(x_{2,1}(\tau - \tau_d) - x_{1,2}(\tau)) - (y_{2,1}(\tau - \tau_d) - y_{1,2}(\tau))] \\ \frac{dy_{1,2}(\tau)}{d\tau} = -x_{1,2}(\tau), \\ \frac{dz_{1,2}(\tau)}{d\tau} = -gz_{1,2}(\tau) + g\Phi(x_{1,2}(\tau)), \end{cases} \quad \Phi(x) = \begin{cases} x^2, x \geq 0, \\ 0, x < 0. \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку генератор с инерционной нелинейностью представляет собой систему, способную демонстрировать переход к хаосу через каскад бифуркации удвоения периода, для (1) справедлив сценарий развития мультистабильности, описанный в статье [4]. Возможность появления мультистабильности в системах с удвоением периода можно объяснить следующим образом. Пусть две связанные идентичные системы находятся в режиме синфазной синхронизации и образом автоколебаний является n -тактный предельный цикл, лежащий в симметричном подпространстве объединенного фазового пространства системы. При одновременном увеличении управляющих параметров подсистем предельный цикл претерпевает бифуркацию удвоения периода. В его окрестности мягко рождается $2n$ -тактный предельный цикл, также лежащий в симметричном подпространстве. Потерявший устойчивость цикл при дальнейшем



Синхронизация

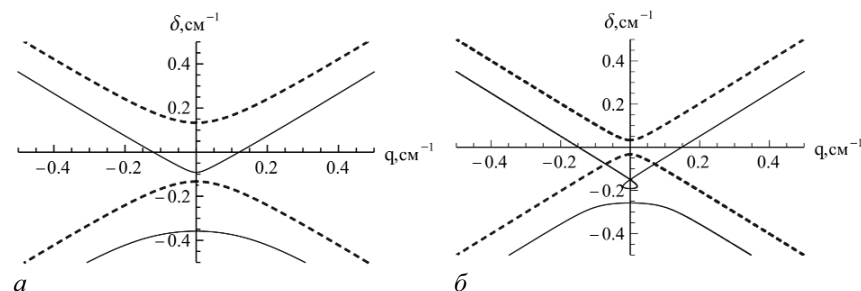


Рис. 4. Кривые нелинейной дисперсии, показывающие зависимость отстройки δ от q при $\gamma = 0.15$, $a = 0.5$, $\Delta d/d_0 = 0.2$ (а), $\Delta d/d_0 = 0.05$ (б). Штриховые кривые соответствуют линейному случаю ($\gamma = 0$)

$$q = -\frac{\chi(1-f^2)}{2f} - \frac{\gamma P_0}{2} \left(\frac{1-f^2}{1+f^2} \right), \quad \delta = -\frac{\chi(1+f^2)}{2f} - \frac{3\gamma P_0}{2},$$

где параметр $f = u_b/u_f$ показывает как полная мощность $P_0 = u_f^2 + u_b^2$ делится между прямой и встречной волнами, коэффициент связи χ зависит от параметров структуры $\chi = \frac{\omega^2 - \omega_{\perp}^2}{2\omega_{\perp}} \frac{\Delta d}{d_0} \sin \frac{\pi a_1}{L}$, где $\omega_{\perp}^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M)$.

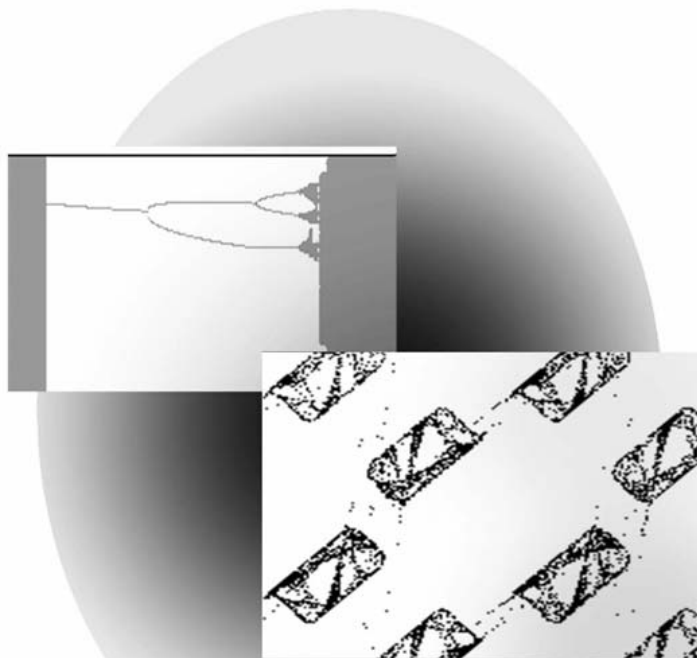
В работе рассчитаны линейные и нелинейные дисперсионные характеристики для системы, представляющей собой ферромагнитную пленку с периодическими неоднородностями, при изменении параметров микроструктуры в широких пределах. Показано, что влияние нелинейности и параметра связи аналогично поведению подобных характеристик в фотонных кристаллах [1].

Работа поддержана Федеральным агентством по образованию РФ (проект РНП 2.1.1/235)

Библиографический список

1. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Наука. 1996. С.323.
2. Устинов А.Б., Григорьева Н.Ю., Калиникоз Б.А. Наблюдение солитонов огибающей спиновых волн в периодических магнитных пленочных структурах // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т.88. Вып.1. С.34-39.
3. Дудко Г.М., Малюгина М.А., Шараевский Ю.П. // Изв.ВУЗов-Прикладная нелинейная динамика. 2004. Т.12, №.1-2. С.40-50.
4. Балякин А.А., Рыскин Н.М. // ПЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 5. С.6-13.

Научные руководители: Шараевский Ю.П., проф., д.ф.-м. н., Морозова М.А., доцент, к.ф.-м. н.



Бифуркации и хаос

ко всем четырем осцилляторам, $X = x + y + z + w$.

Для его построения использовался метод статистической оценки спектральной плотности мощности, рекомендуемый в теории случайных процессов [4] и состоящий в разбиении имеющейся реализации на участки конечной протяженности, выполнении преобразования Фурье для каждого участка и последующем усреднении квадратов амплитуд спектральных компонент.

Спектр сплошной, что отражает хаотическую природу динамики на аттракторе. В спектре можно видеть четыре хорошо выраженных пика; максимумы соответствуют частотам четырех составляющих систему осцилляторов. Дискретная составляющая, которую можно видеть в левой части спектра, отвечает частоте медленной периодической модуляции параметров.

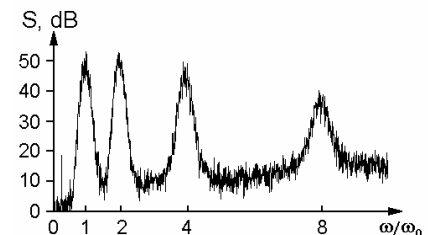


Рис. 6. Спектр мощности сигнала $X = x + y + z + w$, генерируемого системой, при $\omega_0 = 2\pi$, $T = 8$, $A = 4.5$, $\varepsilon = 0.6$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-02-00426, а также гранта Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Программы развития научного потенциала высшей школы № 2.1.1/1738.

Библиографический список

1. *O.E.Rössler*. An equation for hyperchaos. *Phys.Lett.* A71, 1979, No 2–3, 155–159.
2. *J.L.Kaplan, J.A.Yorke*. A chaotic behavior of multi-dimensional differential equations. In: *Functional Differential Equations and Approximations of Fixed Points*. Lecture Notes in Mathematics, vol.730, ed. by H.O.Peitgen and H.O.Walther, Springer, Berlin, N.Y., 1979, 204–227.
3. *С.П.Кузнецов*. Динамический хаос, 2-е изд. Москва: Физматлит, 2006, 356с.
4. *А.А.Свеиников*. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Наука. Главная редакция Физико-математической литературы, 1968. 464с.

Научный руководитель: Кузнецов С.П., д.ф.-м. н., заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики СФ ИРЭ РАН, профессор кафедры динамических систем факультета нелинейных процессов СГУ.

На рис. 3 показаны итерационные диаграмма для фаз, из которых видно, что их динамика действительно соответствует в известном приближении отображению (2). Фазы, отвечающие каждой очередной стадии активности первого и третьего осциллятора, определяются в момент времени, фиксированный по отношению к сигналу, обеспечивающему медленную модуляцию параметра, по формуле

$$\varphi_n = \begin{cases} \arctan(\dot{x}/\omega_0 x), & x > 0, \\ \arctan(\dot{x}/\omega_0 x) + \pi, & x < 0, \end{cases} \quad \theta_n = \begin{cases} \arctan(\dot{z}/4\omega_0 z), & z > 0, \\ \arctan(\dot{z}/4\omega_0 z) + \pi, & z < 0 \end{cases} \quad (3)$$

На рис. 4 показан портрет аттрактора в проекции из расширенного девятимерного фазового пространства на фазовую плоскость первого осциллятора (x, \dot{x}) . Изображение представлено тонами серого цвета, так что более тёмные пиксели отвечают относительно большей вероятности пребывания изображающей точки. Чёрным цветом выделены точки, отвечающие максимуму значения бифуркационного параметра в первом осцилляторе, которые образуют портрет аттрактора в сечении Пуанкаре.

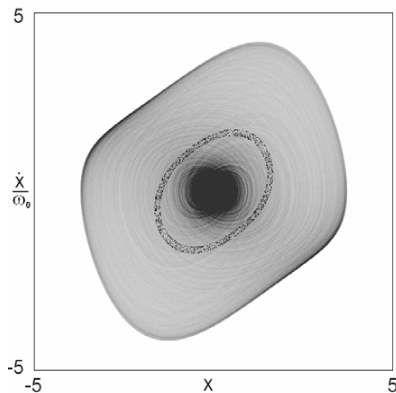


Рис. 4. Аттрактор в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора

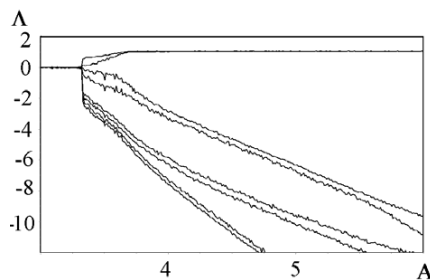


Рис. 5. Зависимость показателей Ляпунова от параметра глубины модуляции A при $\omega_0=2\pi$. $T=8$. $\varepsilon=0.6$

На рис. 5 показана зависимость показателей Ляпунова от параметра глубины модуляции A при фиксированных остальных параметрах. В широком интервале изменения параметра два наибольших показателя остаются почти постоянными и близкими к $(\ln 8)/2$. В частности, при $A=4.5$ показатели Ляпунова составляют

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= 1.038, \quad \Lambda_2 = 1.037, \\ \Lambda_3 &= -4.622, \quad \Lambda_4 = -5.077, \\ \Lambda_5 &= -7.914, \quad \Lambda_6 = -8.403, \\ \Lambda_7 &= -10.335, \quad \Lambda_8 = -10.722, \end{aligned} \quad (4)$$

а размерность аттрактора в сечении Пуанкаре по Каплану–Йорке [2,3] равна 2.449.

На рис. 6 показан спектр генерируемого системой сигнала, в качестве которого рассматривалась сумма переменных, относящихся

ДИНАМИКА ДИССИПАТИВНЫХ МОДИФИКАЦИЙ ОТОБРАЖЕНИЯ «КОТ АРНОЛЬДА»

Аржанухина Д.С., студентка 4 курса ФНП СГУ
Поздняков М.В., аспирант ФНП СГУ

Отображение «кот Арнольда» [1]:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + y_n \pmod{1}, \\ y_{n+1} &= x_n + 2y_n \pmod{1}. \end{aligned} \quad (1)$$

является одним из классических примеров систем, демонстрирующих хаотическое поведение. Однако отображение (1) является консервативным, и достаточно распространенным способом получения систем с хаотическими аттракторами является введение в него диссипации. Один из способов такой модификации, предложенный в [2], приводит к следующим моделям:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + y_n + \frac{\varepsilon}{2\pi} (\sin 2\pi x_n + \frac{1}{2} \sin 4\pi x_n) \pmod{1}, \\ y_{n+1} &= x_n + 2y_n + \frac{\varepsilon}{2\pi} (\sin 2\pi x_n + \frac{1}{2} \sin 4\pi x_n + \sin 2\pi y_n + \frac{1}{2} \sin 4\pi y_n) \pmod{1}; \end{aligned} \quad (2)$$

и

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + y_n + \frac{\varepsilon}{2\pi} (\sin 4\pi x_n + \frac{1}{2} \sin 8\pi x_n) \pmod{1}, \\ y_{n+1} &= x_n + 2y_n + \frac{\varepsilon}{2\pi} (\sin 4\pi x_n + \frac{1}{2} \sin 8\pi x_n + \sin 4\pi y_n + \frac{1}{2} \sin 8\pi y_n) \pmod{1}; \end{aligned} \quad (3)$$

Введение добавок такого рода приводит к изменению расположения неподвижных точек (рис. 1): вместо единственной седловой точки в начале координат появляются две симметричных седловых точки, при этом начало координат становится неустойчивым узлом. Динамика же в области, удаленной от начала координат, изменяется не очень сильно. Ранее в [2] было показано, что в модифицированной таким образом системе при малых значениях амплитуды возмущения ε возникает гиперболический хаотический аттрактор. Целью настоящей работы было исследование поведения этих систем при больших значениях этого параметра.

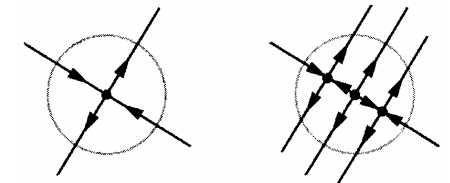


Рис. 1. Модификация отображения в окрестности неподвижной точки в начале координат

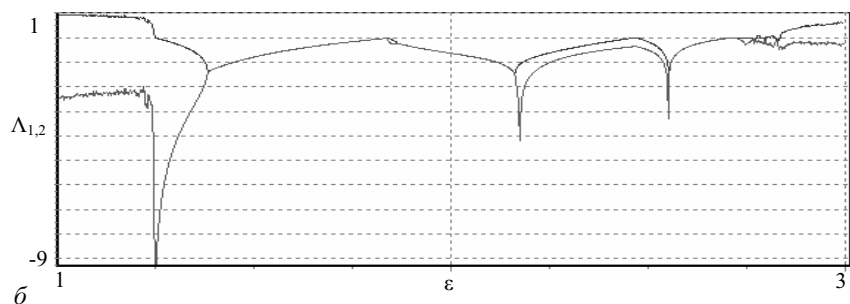
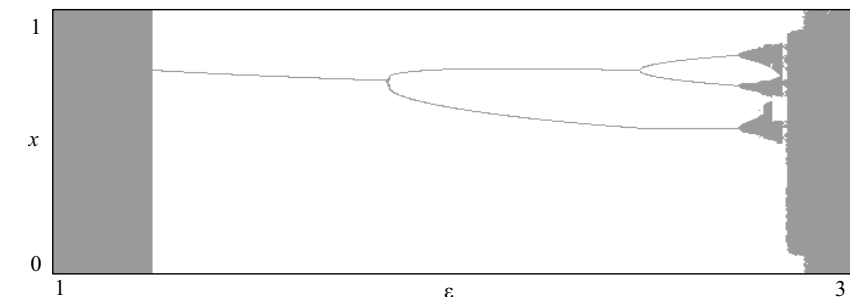


Рис. 2. Бифуркационное дерево для переменной x (а) и графики зависимости ляпуновских показателей от параметра (б) отображения (2)

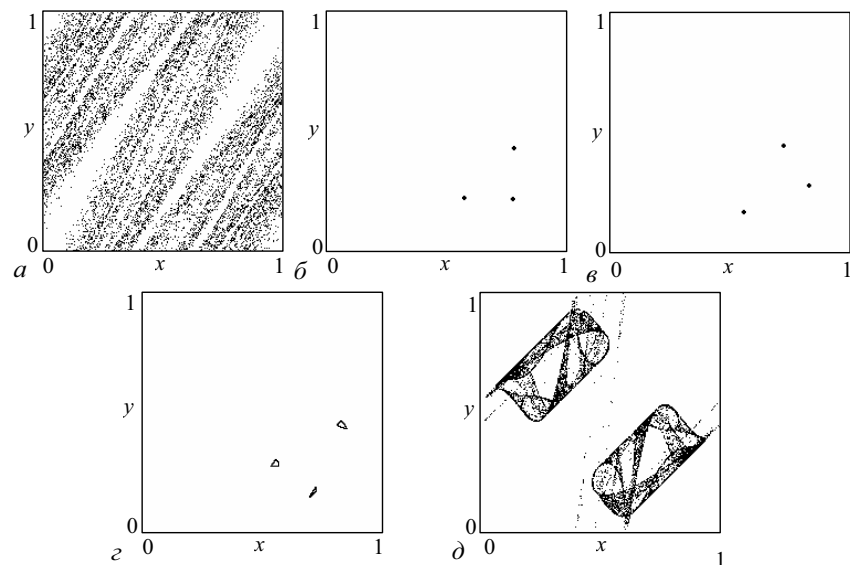


Рис. 3. Аттракторы отображения (2) при: а - $\varepsilon = 0.335$; б - $\varepsilon = 2.333$; в - $\varepsilon = 2.686$; г - $\varepsilon = 2.751$; д - $\varepsilon = 2.927$.

двух изначально активных осцилляторов определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \varphi_{n+1} &= 2\theta_n + \text{const} \pmod{2\pi}, \\ \theta_{n+1} &= 4\varphi_n + \text{const} \pmod{2\pi}. \end{aligned} \quad (2)$$

Иными словами, двумерный вектор $\mathbf{v}_n = (\varphi_n, \theta_n)$, компоненты которого определены по модулю 2π , отображается в другой вектор $\mathbf{v}_{n+1} = (\varphi_{n+1}, \theta_{n+1})$ такого же типа, т.е. имеет место отображение, определенное на двумерном торе. Оно обладает специфическим вырождением, а именно, полная последовательность фаз φ_n или θ_n составлена из двух независимых подпоследовательностей, так что в процессе временной эволюции их члены чередуются. Динамика подпоследовательностей хаотическая. За два шага малые возмущения для каждой из них увеличиваются восьмикратно. Поэтому отображение (2) характеризуется присутствием двух одинаковых положительных показателей Ляпунова $\Lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \ln 8 \approx 1.0397$.

Расчеты показывают, что ожидаемый тип динамики реализуется в достаточно широком диапазоне изменения параметров. Для детального анализа выбран случай $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $A=4.5$, $\varepsilon=0.6$. На рис. 2 показаны зависимости динамических переменных для четырех осцилляторов от времени. Каждый осциллятор генерирует последовательность радиоимпульсов, следующих друг за другом регулярно через интервал времени T . Частоты заполнения соответствуют рабочей частоте осцилляторов. Хаос выражается в том, что фаза заполнения от импульса к импульсу меняется хаотическим образом. Присутствие хаоса обусловлено описанным выше механизмом передачи фазы между осцилляторами и от предыдущих стадий процесса к последующим.

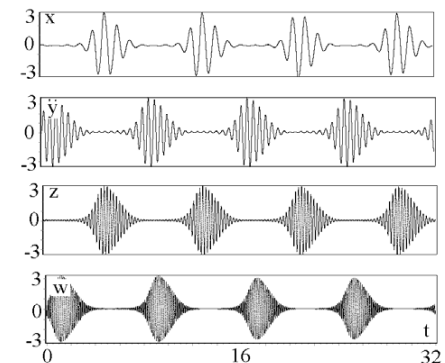


Рис. 2. Зависимости динамических переменных для составляющих системы четырех осцилляторов от времени при $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $A=4.5$, $\varepsilon=0.6$

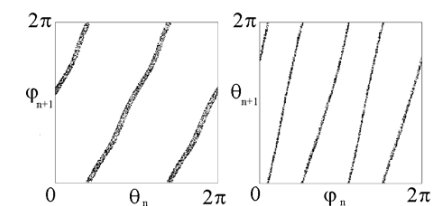


Рис. 3. Итерационная диаграмма для фаз первого и третьего осцилляторов, обозначенных, соответственно, φ_n и θ_n на последовательных стадиях их активности при $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $A=4.5$, $\varepsilon=0.6$

ГИПЕРХАОС В МОДЕЛЬНОЙ НЕАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЕ С КАСКАДНОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПО СПЕКТРУ

Соха Ю.И., аспирант факультета нелинейных процессов СГУ

В настоящей работе предлагается и исследуется численно генератор хаоса на основе четырех неавтономных осцилляторов ван дер Поля, функционирование которого обеспечивается каскадной передачей возбуждения от одного осциллятора к другому с последовательным удвоением частоты. Как показывает проведенное численное исследование, в системе в широком диапазоне изменения параметров имеет место режим гиперхаоса [1] с двумя положительными показателями Ляпунова.

Рассмотрим систему, построенную из четырех осцилляторов ван дер Поля, с рабочими частотами $\omega_0, 2\omega_0, 4\omega_0, 8\omega_0$, как показано на рис. 1 (На осцилляторах указаны их рабочие частоты).

Параметр, управляющий бифуркацией Андронова–Хопфа, в каждом осцилляторе полагаем медленно изменяющимся во времени с амплитудой A и периодом $T = 2\pi/\Omega$, где $\Omega \ll \omega_0$, причем модуляция параметра производится в одной фазе для первого и третьего осцилляторов, и в противоположной фазе для второго и четвертого. Подходящей моделью служит система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (A \cos \Omega t - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon w \cos 7\omega_0 t, \\ \ddot{y} - (-A \cos \Omega t - y^2)\dot{y} + 4\omega_0^2 y &= \varepsilon x^2, \\ \ddot{z} - (A \cos \Omega t - z^2)\dot{z} + 16\omega_0^2 z &= \varepsilon y^2, \\ \ddot{w} - (-A \cos \Omega t - w^2)\dot{w} + 64\omega_0^2 w &= \varepsilon z^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где переменные x, y, z, w представляют собой обобщенные координаты осцилляторов, соответственно, с первого по четвертый. Считаем, что имеет место соотношение $\omega_0 T = 2\pi N$, где N – целое число, так что неавтономная система уравнений имеет периодические во времени коэффициенты.

За один период медленной модуляции параметров трансформация фаз

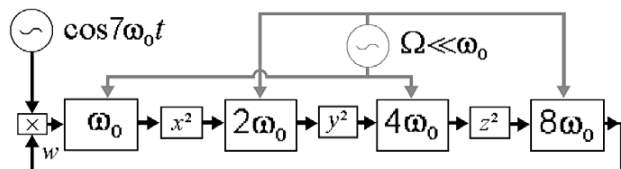


Рис. 1. Блок-схема исследуемой системы

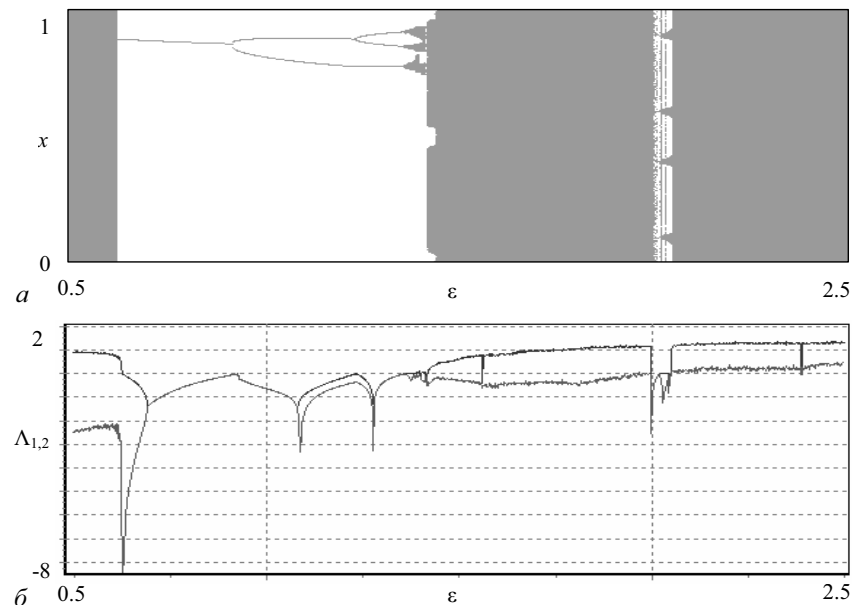


Рис. 4. Бифуркационное дерево для переменной x (а) и графики зависимости ляпуновских показателей от параметра (б) отображения (3)

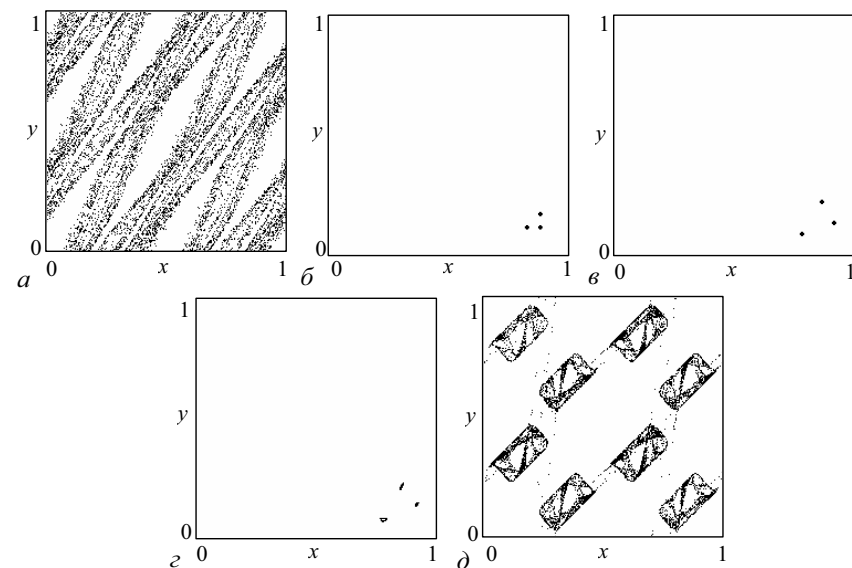


Рис. 5. Аттракторы отображения (3) при: а – $\varepsilon = 0.231$; б – $\varepsilon = 0.966$; в – $\varepsilon = 1.335$; г – $\varepsilon = 1.377$; д – $\varepsilon = 1.452$

На рис. 2–3 приведены графики зависимости ляпуновских показателей от параметра ϵ и бифуркационное дерево отображения (2). На них наблюдается весьма специфическая последовательность трансформаций аттрактора.

Видно, что при небольших значениях параметра ϵ ($\epsilon < 1.25$) реализуется хаотический аттрактор, структура которого схожа со структурой гиперболического аттрактора (рис. 3, а). Затем аттрактор разрушается, по-видимому, в результате кризиса, и возникает устойчивая неподвижная точка. При дальнейшем увеличении амплитуды возмущения из нее мягким образом рождается цикл периода 3 (рис. 3, б), причём вследствие его специфической ориентации в фазовом пространстве (у двух элементов аттрактора переменная x совпадает) на бифуркационном дереве (рис. 2, а) аттрактор выглядит как цикл периода два. Затем ($\epsilon \approx 2.45$) элементы цикла начинают поворачиваться (рис. 3, в), и теперь на бифуркационном дереве он представлен тремя линиями. Представляется логичным предположить, что в этом случае цикл претерпевает транскритическую бифуркацию. При дальнейшем увеличении ϵ ($\epsilon \approx 2.7$) возникает квазипериодическая динамика (рис. 3, г), а затем реализуется переход к хаосу вследствие ее разрушения. Наблюдаемый при этом (например, при $\epsilon > 2.81$) аттрактор (рис. 3, д) типичен для странного аттрактора, возникшего из инвариантной кривой.

На рис. 4–5 приведены аналогичные иллюстрации для системы (3). Видно, что эволюция аттракторов происходит аналогично, однако при больших значениях ϵ реализуется режим гиперхаоса, что диагностируется по наличию двух положительных ляпуновских показателей.

Таким образом, диссипативные модификации отображения «кот Арнольда» демонстрируют весьма нетривиальную динамику, заключающуюся в переходе от гиперболического хаотического аттрактора к негиперболическому через определенную последовательность кризисов и бифуркаций регулярных режимов. Подробное изучение этого сценария требует дальнейшего исследования.

Библиографический список

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций): Учеб. Пособие для вузов. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Физматлит, 2006. – 356 с.
2. Кузнецов С.П. Изв. Вузов «ПНД», т. 17, № 4, 2009, С. 5 – 34.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент А.В. Савин.

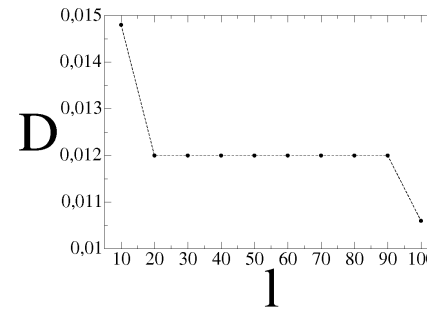


Рис. 3. Значение $D_{cr}(1)$ в зависимости от ширины области шумового воздействия l

Рассмотрим влияние ширины области шумового воздействия на переключения режимов бегущих волн. Соответствующие результаты для $n = 1$ представлены на рис. 3. Как можно было ожидать, в целом при увеличении ширины области шумового воздействия значение интенсивности шума $D_{cr}(1)$, при котором происходит смена режима пространственных колебаний, уменьшается. В то же время, в широких пределах изменения области шумового воздействия критическое значение интенсивности шума $D_{cr}(1)$ остается постоянным.

Следует отметить, что локальный характер шумового воздействия не приводит к принципиально новым эффектам по сравнению с глобальным воздействием случайной силы на всю среду. В последнем случае наблюдаются те же самые переключения режимов, но при меньших значениях интенсивности шума.

Работа выполнена при поддержке CRDF (грант No. BP4M06) и Министерства образования и науки РФ в рамках АБЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» (грант № 2.2.2.2/229).

Библиографический список

1. Слепнев А.В. Бифуркации удвоения периода и эволюция пространственных структур в модели автоколебательной среды. Статистическая физика и информационные технологии (StatInfo-2009). Материалы Международной школы-семинара, Саратов, 2009, с. 34 – 38.
2. Шабунин А.В., Аюпов А.А., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е. Бегущие волны в дискретной ангармонической автоколебательной среде // Изв. вузов. ПНД, 2005, Т.13(4), С.57-55

Научный руководитель: Вадивасова Т.Е., д. ф.-м. н., профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В АНСАМБЛЯХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ДРЕВОВИДНОЙ СТРУКТУРОЙ СВЯЗИ

Астахов О.В., студент 3 курса физического факультета СГУ

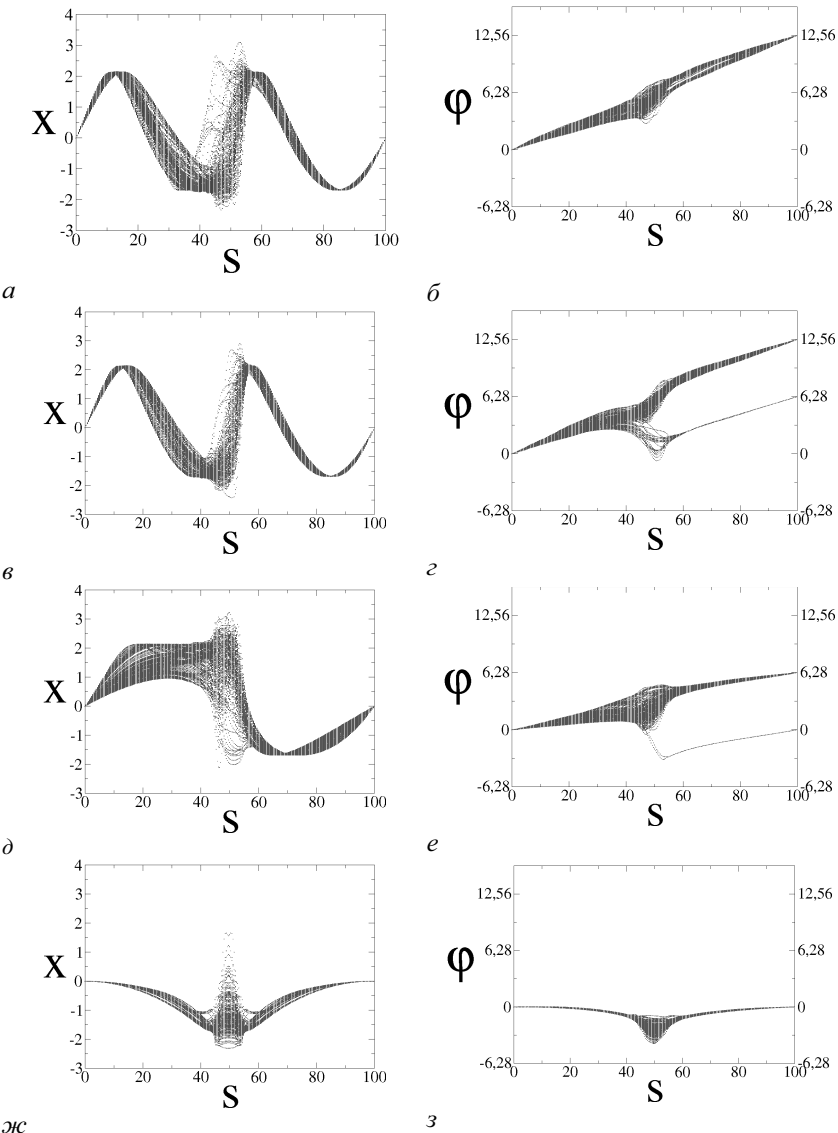


Рис. 2: Пространственные профили (а, в, д, ж) и распределения сдвигов фазы (б, г, з, э) для $n = 2$ при различных интенсивностях шума ($D = 0.0120, 0.0130, 0.0140$ и 0.0150 , сверху вниз)

Одной из основных задач нелинейной динамики является исследование автоколебательных систем. Нередко она сводится к исследованию такого фундаментального физического явления, как синхронизация. Немалый интерес вызывает то, что результаты этих исследований находят применение не только в классической радиофизике, но и в задачах с живыми системами, к примеру, изучение динамики нейронов – пейсмекеров в нейрофизиологии [1]. Как правило, характеристики автоколебаний в осцилляторе и его взаимодействие с другими осцилляторами ансамбля управляются различными параметрами. В этом случае, всегда представляется возможным разделить индивидуальный колебательный режим осциллятора и его поведение в ансамбле, как результат действия связи. Однако имеется обширный класс задач физики, химии и биологии, решение которых не может быть осуществлено в рамках данного представления, поскольку связь между осцилляторами возникает в процессе распределения энергии, в виде несущего её ресурса, без которой автоколебательная динамика попросту невозможна. Интересная особенность данного типа связи заключается в том, что такие параметры, как частота и амплитуда колебаний в осцилляторах, напрямую зависят от количества потребляемой энергии и по этой причине также зависят от характеристик связи. В работе [2] была подробно исследована модель ансамбля осцилляторов со связью через потребление ресурса, в виде одномерного массива автогенераторов с нелинейностью N-типа. Было показано, что даже изначально идентичные осцилляторы могут оказаться в различных режимах функционирования.

В данной работе исследуются ансамбли с древовидной топологией связи (рис. 1). Подобной топологией характеризуются сосудистые, нервные системы живых организмов и многое другое. В определённых случаях такая древовидная структура может служить каналом взаимодействия колебательных систем. Важная особенность исследуемых ансамблей также заключается в том, что они обладают общим источником энергии, и связь в них осуществляется через потребление ресурса. Примером может служить

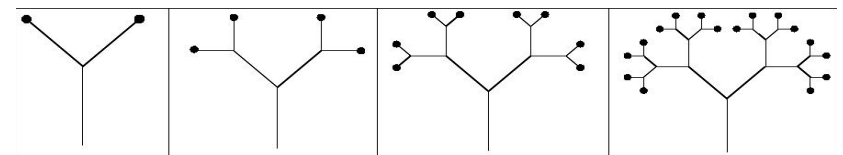


Рис. 1. Схематическое изображение ансамблей осцилляторов с древовидной топологией связи

распространение крови по разветвлённым сосудам почки к нефронам, автоколебательная динамика которых отражает процессы авторегуляции почечного кровотока [3].

В качестве парциальной системы ансамбля была выбрана модель, которая в радиофизической интерпретации может быть представлена в качестве колебательного контура с нелинейным элементом, обладающим вольт-амперной характеристикой N-типа (рис. 2, б), принципиальная схема которого изображена на рис. 2, а. Используя уравнения Киргоффа для данной схемы легко получить уравнения, описывающие парциальную систему.

Введя безразмерное время $\tau = \frac{t}{RC}$ произведя нормировку, приведём их к безразмерному виду:

$$x = y - F(x), \quad \varepsilon y = E - Ry - x, \quad F(x) = 20x - 5x^2 + \frac{x^3}{3}.$$

Нелинейная функция $F(x)$ – упрощённое представление вольт-амперной характеристики туннельного диода в виде кубического полинома (рис. 2, б)

Простейшим из рассмотренных был ансамбль, состоящий из двух связанных осцилляторов (рис. 3). Особенность выбранной схемы связи такова, что увеличение потребляемого тока одним из осцилляторов приводит к увеличению тока через сопротивление R_c , а следовательно к уменьшению потенциала в узле связи, что в свою очередь сказывается на динамике другого осциллятора ансамбля. Однако свойства ансамбля таковы, что имеет

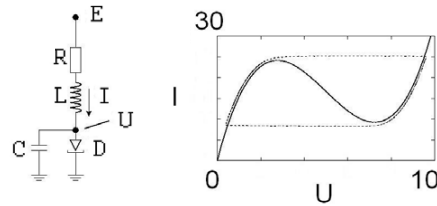


Рис. 2. а – радиотехническая схема парциальной системы, б – вольт-амперная характеристика нелинейного элемента

место тенденция к наиболее эффективному использованию источника энергии. Как показали численные исследования, в ансамбле из двух осцилляторов в режиме генерации устанавливается устойчивый синхронный режим со сдвигом фаз на половину периода. Такой эффект объясняется более равномерным по периоду, потреблением ансамблем тока. Это говорит о том,

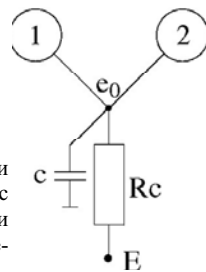


Рис. 3. Схема связи двух осцилляторов с топологией связи типа двоичного дерева

$$\varphi(s) = \Phi(0) - \Phi(s), \quad \Phi(s) = \operatorname{arctg} \frac{y(s, t_0)}{x(s, t_0)} \pm \pi i, \quad (2)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, t_0 = \text{const},$$

где значение i выбиралось исходя из условий непрерывности функции $\Phi(s)$. С помощью этой характеристики из условия

$$n = \frac{\varphi(L)}{2\pi} \quad (3)$$

можно определить число n в данном режиме. В случае квазигармонических колебаний, когда пространственный профиль имеет форму, близкую к синусоидальной, n показывает, сколько раз длина волны укладывается вдоль длины системы и может быть легко определено по виду мгновенного профиля. Однако с ростом параметра возбуждения m профиль любого из сосуществующих режимов сильно усложняется, и определить число n по виду профиля становится невозможным. Выражение (3) позволяет определять n в любом режиме. Будем называть число n , задаваемое выражением номером моды. С помощью числа n можно различать и отслеживать различные моды при любом характере колебаний во времени и для любого вида пространственного профиля.

В работе [1] достаточно детально исследовалось поведение данной среды без шумового воздействия, а также были получены некоторые предварительные результаты в присутствии источника шума. В данной же работе будем исследовать влияние интенсивности шума и ширины области его воздействия на моды с различным n в квазигармоническом режиме.

В ходе данной работы было установлено, что шум вызывает переключения с одних мод на другие и, таким образом, с помощью изменения интенсивности шума можно управлять режимами автоколебательной среды (1). Похожие эффекты наблюдались в кольце из конечного числа периодических генераторов [2]. С увеличением интенсивности шума при некотором ее значении $D = D_{cr}(n)$ осуществляется переход с режима бегущей волны с номером n на режим с номером $n - 1$ (рис. 2). Возвращение в режим с номером n ни с течением времени, ни при изменении начальных условий не происходит. Таким образом, можно говорить о том, что шум подавляет пространственно-неоднородные моды, начиная с больших значений номера n . При достаточно сильном шуме в кольце можно наблюдать только зашумленный пространственно-однородный режим, которому соответствует нулевой средний сдвиг фазы на всей длине системы: $\langle \varphi(L) \rangle = 0$.

ФАЗОВАЯ МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ И ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ШУМА В МОДЕЛИ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Слепнёв А.В., студент 5 курса физического факультета СГУ

Исследуется модель автоколебательной среды, элемент которой представляет собой автогенератор Анищенко–Астахова. Система уравнений, описывающая данную систему, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = mx + y - xz + \gamma \frac{\partial^2(x-y)}{\partial s^2} + \xi, \\ \frac{\partial y}{\partial t} = -x, \\ \frac{\partial z}{\partial t} = -gz + g\Phi(x), \end{cases} \quad (1)$$

где $\xi = \xi(s, t) = \sqrt{2DF(s)}n(t)$, D – константа, характеризующая интенсивность шума, функция $F(s)$ задает локализацию источника шума в пространстве (рис. 1), $n(t)$ – источник нормированного гауссова белого шума, $\Phi(x) = \frac{x}{2}(x + |x|)$, $x = x(s, t)$, $y = y(s, t)$, $z = z(s, t)$ – безразмерные динамические переменные, t – безразмерное время, s – безразмерная пространственная координата, m и g – управляющие параметры системы, γ – коэффициент диффузии, определяемый величиной связи между соседними элементами. Среда исследовалась с периодическими граничными условиями с периодом L , где L – длина системы. Во всех численных экспериментах фиксировалось $L = 100$ безразмерных единиц, $\gamma = 0.1$, $g = 0.2$, а параметр m изменялся от 0.96 до 1.5.

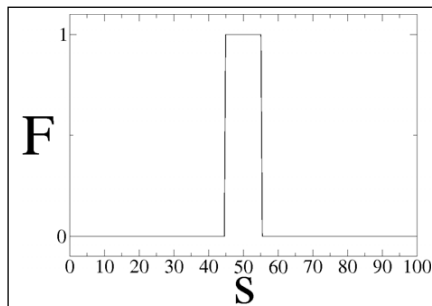


Рис. 1: Вид функции, определяющей область шумового воздействия

Одной из основных характеристик режима, служащей важным инструментом исследования, является мгновенное распределение сдвига фазы пространственных колебаний вдоль длины системы. Его зависимость от пространственной координаты рассчитывалась по формуле:

Одной из основных характеристик режима, служащей важным инструментом исследования, является мгновенное распределение сдвига фазы пространственных колебаний вдоль длины системы. Его зависимость от пространственной координаты рассчитывалась по формуле:

что наблюдаемый эффект является результатом природы связи, а не свойств отдельных осцилляторов.

При исследовании ансамбля из четырёх связанных осцилляторов были обнаружены множественные синхронные режимы со сдвигом фаз колебаний в осцилляторах кратным $\pi/4$ (рис. 4). В случае режима 1, сдвиг фаз колебаний осцилляторов в ансамбле равен $3\pi/4$, причём смежные осцилляторы совершают колебания в противофазе. Данный режим представляет собой комбинацию режимов ансамбля двух связанных осцилляторов сдвинутых по фазе на четверть периода. В случае режима 2, сдвиг фаз колебаний в смежных осцилляторах составляет четверть периода и для каждого осциллятора из одной осцилляторной пары находится осциллятор второй осцилляторной пары, совершающий колебания со сдвигом фаз на половину периода. Отметим, что сдвига фаз, реализуемого в данном режиме в осцилляторной паре, в ансамбле из двух осцилляторов не наблюдалось. В режиме 3 сдвиг фаз колебаний осцилляторов внутри осцилляторных пар составляет половину периода, что соответствует режиму динамики двух связанных осцилляторов. В режиме 4 наблюдалась область параметров, в которой реализовывался режим, представляющий собой комбинацию автоколебательного режима для одной осцилляторной пары и режима устойчивого состояния равновесия для другой, колебания малой амплитуды в которой, обусловлены модуляцией потенциала в узле связи дерева. За счёт того, что амплитуда колебаний в осцилляторах, находящихся в режиме генерации, значительно больше амплитуды колебаний в осцилляторах, находящихся в возбуждаемом режиме, такое состояние получило название «амплитудно неоднородный» режим.

При исследовании ансамблей с большим количеством осцилляторов наибольший интерес вызвало обнаружение несинхронных режимов. В ансамбле из восьми осцилляторов в случае комбинирования амплитудно однородного режима в одной части ансамбля и амплитудно неоднородного в другой его части, силы связи оказывалось недостаточно для синхронизации ансамбля с соотношением частот 1:1. В результате возник несинхронный режим колебаний с двумя независимыми частотами, что подтверждается спектром Ляпуновских экспонент ($\lambda_1 = -0.000035$, $\lambda_2 = -0.000025$, $\lambda_3 = -0.011140$, $\lambda_4 = -0.034937$). При увеличении ансамбля до шестнадцати осцилляторов при комбинации различных режимов подансамблей был зафиксирован несинхронный режим с тремя независимыми частотами. В связи с этим был проведён

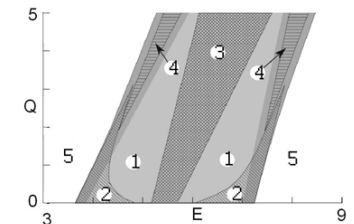


Рис. 4: Карта режимов ансамбля из четырёх осцилляторов. Цифрами обозначены области устойчивости обнаруженных режимов

анализ зависимости отношения средних частот колебаний в осцилляторах от напряжения питания (рис. 5).

Основные результаты работы: исследованы динамические режимы в ансамблях осцилляторов с древовидной структурой связи; режимы в ансамблях с большим количеством осцилляторов представляют собой комбинацию режимов с меньшим количеством осцилляторов с различными фазовыми сдвигами, одним из следствий такого комбинирования является появление режимов, представляющих собой совокупность автоколебательного режима для одних осцилляторных пар и режима устойчивого состояния равновесия для других, что в свою очередь привело к рождению амплитудно неоднородных режимов.

Общность выбранной модели, равно как и широкое распространение, как в технике, так и в природе, рассмотренных структур позволяет сделать предположение о том, что полученные результаты могут найти применение в анализе систем с аналогичной структурой связи.

Библиографический список

1. Абарбанель Г.Д.И., Рабинович М.И., Сильверстон А., Баженов М.В., Хуэрта Р., Суцик М.М., Рубчинский Л.Л. Синхронизация в нейронных ансамблях // Успехи Физических Наук 1990. Т. 166. № 4. С. 365–390.
2. Постнов Д., Шишкин А., Щербаков П. Нелинейные эффекты в ансамблях осцилляторов со связью через распределение ресурса. Часть II. Колебательные режимы одномерного массива связанных через общий источник питания осцилляторов // Изв. Вуз., ПНД, 2007, Т. 15, С. 23–35.
3. Щербаков П.А., Астахов О.В., Постнов Д.Э. Сложные колебания и синхронизация в функциональной модели васкулярного дерева нефронов // Известия Саратовского Университета. Серия Физика, 2009, Т. 9, С. 38–53.

Научный руководитель: Постнов Д.Э., к.ф.-м.н., профессор кафедры медицинской физики СГУ.

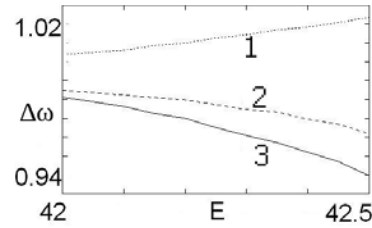


Рис. 5. График зависимости отношения средних частот колебаний трёх осцилляторов, от напряжения питания в ансамбле из шестнадцати осцилляторов. Цифрами отмечены отношения средних частот: 1 – девятого и тринадцатого осцилляторов, 2 – первого и девятого, 3 – первого и тринадцатого.

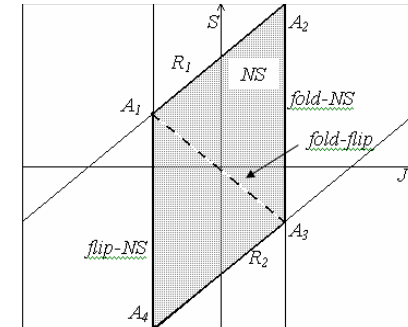


Рис. 2. Проекция поверхности бифуркации Неймарка-Сакера на плоскость (S, J)

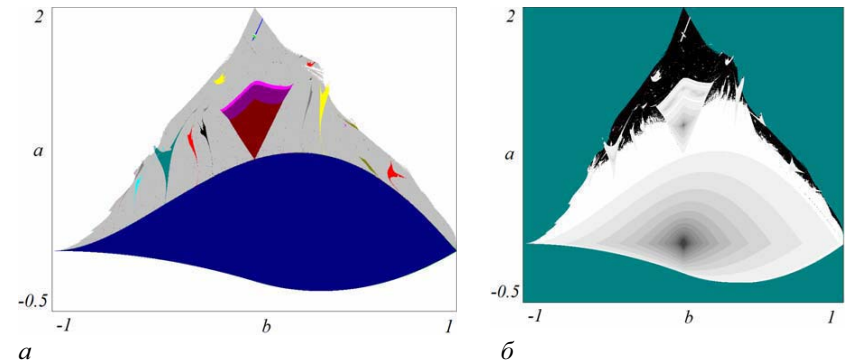


Рис.3 Карта динамических режимов (а) и старшего ляпуновского показателя (б) отображения (10).

Таким образом, была получена картина области устойчивости для неподвижной точки трехмерного отображения общего вида в сечениях пространства инвариантов матрицы Якоби различными плоскостями; получены соотношения для типичных бифуркаций и приведены численные результаты, согласующиеся с теоретическими.

Библиографический список

1. Дж. Гукенхеймер, Ф. Холмс. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. М.-Ижевск: ИКИ, 2002.
2. H. Richter // IJBC, 2002, №6, p.1371-1584
3. S.V. Gonchenko et al. // IJBC, 2005, №11, p.3493.
4. Z. Elhadj, J.C. Sprott // IJBC, 2008, №5, p.1567.
5. Yu.A. Kuznetsov. Elements of applied bifurcation theory. Springer, 1998.

Научные руководители: д.ф.-м.н., профессор А. П. Кузнецов; доцент, к.ф.-м.н. Савин А.В.

Карта динамических режимов и карта старшего ляпуновского показателя отображения (10) (рис. 3) действительно схожи с рис. 1, а, особенно в верхней части, где расположена линия бифуркации Неймарка–Сакера.

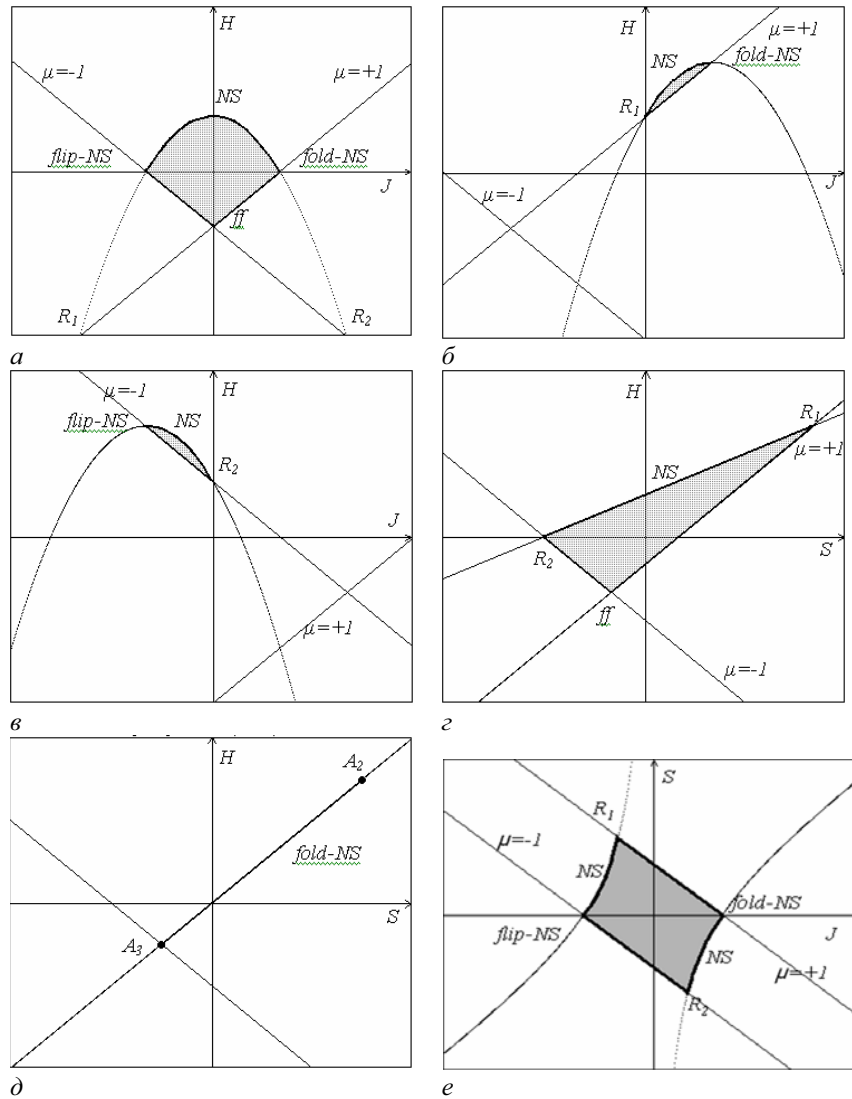


Рис.1 Сечения пространства (S, H, J) плоскостями $S=0$ (а), $S=2$ (б), $S=-2$ (в), $J=0.5$ (г), $H=0$ (е). Область существования устойчивой неподвижной точки заштрихована

РАСЧЕТ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ МЕТРИЧЕСКОЙ ЭНТРОПИИ В АКТИВНОЙ СРЕДЕ С ОДНОНАПРАВЛЕННОЙ СВЯЗЬЮ

Дворак А.А., студент 4 курса Физического факультета СГУ

В данной работе будет рассматриваться модель непрерывной по пространству и времени активной среды, которая была предложена в статье [1]. В среде можно наблюдать пространственный переход к временному хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода. Её уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= mu + v - uw + \gamma \int_0^x H(x', x)u(x', t)dx', \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -u, \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -gw + gI(u)u^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Переменные $u(x, t), v(x, t), w(x, t)$ определяют состояние в точке x в момент времени t, m, g, γ – управляющие параметры, функция H определяет характер связи между элементами.

При численном моделировании использовалась компьютерная модель, которая сохраняет свойства непрерывной среды,

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} &= mu_i + v_i - u_i w_i + \gamma \sum_{k=0}^i H(\Delta x \cdot k, \Delta x \cdot i)u_k \Delta x, \\ \frac{dv_i}{dt} &= -u_i, \\ \frac{dw_i}{dt} &= -gw_i + gI(u_i)u_i^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь (u_i, v_i, w_i) – динамические переменные i -го элемента среды.

Для регистрации областей с хаосом и степени перемешивания в них производится расчёт относительной метрической энтропии вдоль среды. Введём понятие о ней. С точки зрения строгой теории по Колмогорову, динамические системы могут иметь устойчивые регулярные режимы с нулевой энтропией и хаотические режимы с положительной и конечной ве-

личинной энтропии [2]. В случае добавления к системе бесконечного шума энтропия бесконечна. Это означает, что точное предсказание $x(t)$ для $t > t_0$ отсутствует. Однако если нас интересует предсказание с конечной точностью, обусловленной точностью экспериментальных измерений, то положение дел меняется. Если нас не интересуют различия $x(t)$ и $x(t) + \Delta$, где Δ – точность регистрации координаты, то, усреднив полученные результаты, мы получим предельный цикл, эволюцию траекторий на котором мы сможем предсказать с некоторой точностью в течение какого-то времени. Степень предсказуемости становится конечной, следовательно, и энтропия тоже должна стать конечной. Ясно, что здесь идёт речь о другом понимании и другом определении энтропии, которую мы будем называть относительной энтропией.

Для расчёта энтропии применялся метод, базирующийся на анализе Recurrence Plots [3,4]. Разобьём объём G фазового пространства, включающий в себя аттрактор системы, на ячейки с характерным размером ε . Будем следить за траекторией, отмечая номера ячеек, в которых находится изображающая точка, через равные интервалы времени τ . Для конечного времени наблюдения мы можем получить множество последовательностей G_n и определить на этом множестве вероятностную меру $P(G_n)$. Для оценки энтропии используется следующая величина:

$$K_2 = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\tau} \sum_{n=1}^N P(G_n)^2 \quad (3)$$

Пусть динамическая система представлена траекторией $\{x_i\}, i = 1 \dots N$, в d -мерном фазовом пространстве. Определим матрицу

$$R_{i,j} = \Theta(\varepsilon - |x_i - x_j|), \quad (4)$$

$$i, j = 1, \dots, N$$

Здесь ε – определённый порог, а Θ – функция Хевисайда. Графическое представление данной матрицы называется Recurrence Plot (RP) и получается обозначением единицы чёрной точкой, а нуля – белой. Вероятность обнаружения в RP диагонали как минимум из l чёрных точек равна

$$P_\varepsilon^c = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=l}^N \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}. \quad (5)$$

В предположении эргодичности вероятность (3) можно поставить в соответствие квадрату вероятности в выражении (1). Таким образом, получим оценку энтропии из RP

$$\hat{K}_2 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{l\tau} \ln \left(\frac{1}{N^2} \sum_{i,j=l}^N \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k} \right). \quad (6)$$

ной точкой устойчивости вдоль третьего собственного направления, отвечающего действительному мультипликатору. Условия этих ситуаций, которые естественно обозначить как *fold-NS* и *flip-NS*, имеют вид

$$\text{fold-NS} \quad H = S, J = 1 \quad (8)$$

$$\text{flip-NS} \quad H = -S, J = -1. \quad (9)$$

На рис. 1 приведено несколько сечений пространства параметров (S, H, J) , которые демонстрируют некоторые особенности устройства пространства параметров по сравнению со случаем двумерного отображения.

Так, видно (рис. 1а), что при $S=0$ резонансы R_1 и R_2 не лежат на границе области устойчивости, а при $S=2$ и $S=-2$ (рис. 1, б, в) они поочередно входят в область устойчивости.

В случае $J=0$ устройство пространства параметров редуцируется к «классическому» треугольнику устойчивости двумерных отображений, но на плоскости (S, H) [1]. При увеличении J треугольник трансформируется (рис. 1, г), и при $J=1$ линии Неймарка–Сакера и $\mu = +1$ сливаются (рис. 1, д), образуя линию *fol-NS*. Отметим, что концами этой линии являются точки коразмерности три, обозначенные на рисунке как A_2 и A_3 , которым соответствуют наборы мультипликаторов $(+1, +1, +1)$ и $(+1, -1, -1)$ соответственно.

В сечении плоскостью $H=0$ (рис. 1, е) в углах области устойчивости расположены точки, отвечающие всем бифуркационным ситуациям коразмерности два (5)–(9), за исключением *FF*.

На рис. 2 приведена проекция поверхности бифуркации Неймарка–Сакера и ограничивающих ее линий *flip-NS*, *fold-NS*, R_1 и R_2 на плоскость (S, J) . Она представляет собой четырехугольник, углами которого являются точки коразмерности три, обозначенные на рис. 2 буквами $A_1 - A_4$.

В качестве примера трехмерного отображения рассмотрим отображение

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= a - y_n^2 - bz_n \\ y_{n+1} &= x_n \\ z_{n+1} &= y_n \end{aligned}, \quad (10)$$

предложенное в [2].

Его инварианты имеют следующие значения:

$$S = 0, J = b, H = -(b+1) + \sqrt{(b+1)^2 - 4a}. \quad (11)$$

Таким образом, отображение (10) представляет собой вырожденный случай трехмерного отображения, поскольку его след постоянен и равен нулю. Область устойчивости неподвижной точки на плоскости параметров этого отображения должна быть, следовательно, аналогична сечению пространства параметров отображения общего вида плоскостью $S=0$ (рис. 1, а).

О БИФУРКАЦИЯХ ТРЕХМЕРНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Новиков Е.В., аспирант ФНП СГУ

К настоящему времени вопрос о типичной бифуркационной структуре плоскости параметров двумерного отображения общего вида изучен весьма подробно. В частности, известно, что область устойчивости неподвижной точки на плоскости «след-определитель» матрицы Якоби имеет вид «треугольника устойчивости» [1]. В то же время аналогичный вопрос для трехмерного отображения изучен существенно менее полно. Существует ряд работ [2–4], в которых исследуется устройство плоскости параметров различных модельных трехмерных отображений, однако полной классификации бифуркационных ситуаций к настоящему моменту нет.

В настоящей работе предпринята попытка анализа бифуркационного устройства пространства инвариантов матрицы Якоби трехмерного отображения общего вида. В этом случае мультипликаторы неподвижной точки удовлетворяют характеристическому уравнению

$$\mu^3 - S\mu^2 + H\mu - J = 0, \quad (1)$$

где S , H и J – инварианты матрицы Якоби.

Тогда условия бифуркаций коразмерности один имеют следующий вид: бифуркация Неймарка–Сакера:

$$H = SJ - J^2 + 1 \quad (2)$$

касательная бифуркация (fold по терминологии [5])

$$H = J - 1 + S \quad (3)$$

бифуркация удвоения периода либо жесткого перехода (flip)

$$H = -J - 1 - S, \quad (4)$$

определяя поверхности в пространстве параметров.

Бифуркационные ситуации коразмерности два, представленные в двумерных отображениях точками в вершинах треугольника устойчивости, будут наблюдаться на линиях (для их обозначения будем использовать терминологию, предложенную в [5]):

$$R_1 (\mu_1 = +1, \mu_2 = +1): \quad \begin{aligned} S &= J + 2 \\ H &= 2J + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$R_2 (\mu_1 = -1, \mu_2 = -1): \quad \begin{aligned} S &= J - 2 \\ H &= -2J + 1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$FF (\mu_1 = -1, \mu_2 = +1): \quad \begin{aligned} S &= -J \\ H &= -1 \end{aligned} \quad (7)$$

Кроме того, для трехмерных отображений возникают принципиально новые ситуации коразмерности два, невозможные в случае трех измерений. Они представляют собой линии пересечения поверхности бифуркации Неймарка–Сакера (2) с линиями $J = \pm 1$, отвечающими потере неподвиж-

Для сокращения времени расчёта используем теорему о вложении Такенса, которая позволяет при определённых условиях воссоздать фазовую траекторию динамической системы, наблюдая за изменением одной из величин, характеризующих состояние системы. Сформулируем теорему.

Теорема: Пусть M – компактное многообразие размерности m . Тогда для пар (ϕ, γ) , где $\phi \in \text{Diff}^2(M)$, $\gamma \in C^2(M, R)$, справедливо, что отображение $\Phi_{(\phi, \gamma)} : M \rightarrow R^{2m+1}$, $\Phi(x) = (\gamma(x), \gamma(\phi(x)), \dots, \gamma(\phi^{2m}(x)))$ является вложением [5].

В применении к динамической системе M – фазовое пространство. Функция $\phi : M \rightarrow M$ описывает эволюцию системы во времени, отображает состояние в момент времени t_i в состояние в момент t_{i+1} . Мы проводим наблюдение за системой, снимая результаты в каждый момент времени t_i , результатами измерений являются действительные числа. Измерения описываются функцией $\gamma : M \rightarrow R$.

Теорема Такенса говорит нам о том, что если мы построим из временных серий измерений n -векторы, выбирая n следующих друг за другом элементов (число n больше, чем удвоенная размерность M), то эти векторы принадлежат подмножеству пространства R^n , которое является вложением M . Таким образом, моделируя среду, мы будем строить временные серии для одной из динамических переменных, содержащие более 12000 элементов (фазовое пространство исследуемой системы имеет размерность 6000). По этим сериям мы сможем оценить значение энтропии, так как система удовлетворяет условиям теоремы.

Помимо распределения энтропии вдоль среды, о её динамике можно судить по следующему сечению. На плоскости (x, u) ставится точка с координатами $(x_0, u(t_0, x_0))$, если в данный момент времени $v(t_0, x_0) = 0$. Таким образом, если в данной точке пространства активный элемент совершает периодические колебания, то отображение в этой точке будет состоять из конечного числа изолированных точек. Если движения элемента непериодические, то отображение будет представлено множеством дробной размерности.

Было произведено моделирование среды со следующими параметрами: $m = 0.85$, $g = 0.65$, $\gamma = 5.2$. Функция связи между элементами экспоненциальная

$$H(x', x) = \exp\left(-\frac{x'}{x - x'}\right). \quad (7)$$

Получены следующие результаты:

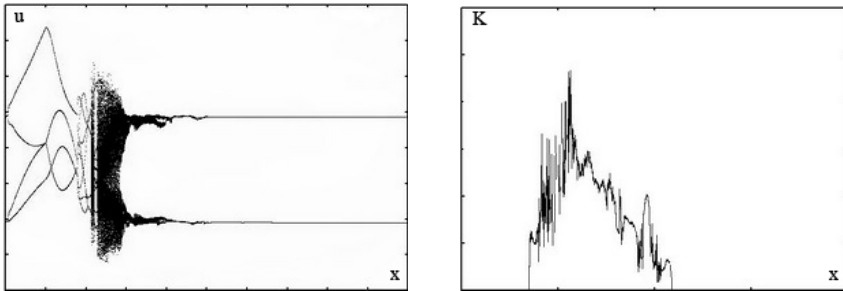


Рис. 1. *a* – сечение среды; *b* – распределение относительной энтропии вдоль среды

Мы видим, что в той области среды, где по сечению можно визуально судить о наличии хаоса, относительная энтропия отлична от нуля. Сначала она быстро нарастает до максимума, а затем наблюдается более медленный спад до нуля. Таким образом, по распределению относительной энтропии можно выявить области среды, в которых элементы совершают хаотическое движение, а также определить степень перемешивания в них.

Библиографический список

1. Астахов С.В., Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С. Исследование пространственного перехода к временному хаосу в активной среде с однонаправленной связью // Изв. вузов ПНД. 2008. Т. 16. № 2. С. 122.
2. Анищенко В.С., Астахов С.В. Относительная энтропия как мера степени перемешивания зашумлённых систем // Письма в ЖТФ, 2007, том 33, вып. 21.
3. Faure Ph., Korn H. // Physica D. 1998. V. 122. P. 265.
4. Thiel M., Romano M.C., Kurts J. // Izv. VUZ. AND. 2003. V. 11. N 3.
5. Huke J.P. Embedding Nonlinear Dynamical Systems: A Guide to Takens' Theorem // MIMS EPrint: 2006.26.

Научный руководитель: Астахов С.В., аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ

сти в области хаотической динамики. Фрагмент зависимости старшего ляпуновского показателя λ_1 от управляющего параметра m приведенный на рис. 2, б, показывает наличие данного окна.

Проведенные исследования показали, что, также как и в случае с генератором ван дер Поля [5], для генераторов в режиме удвоения периода и хаотической динамики, содержащего внутренний источник шума, возможно получать достаточно точные оценки значений управляющего параметра на основе статистической обработки экспериментально получаемых реализаций. Ошибка оценки «не чувствует» бифуркаций удвоения периода, вид графика ошибки в областях бифуркаций остается идентичным режимам устойчивых колебаний.

Данная работа выполнена при поддержке CRDF (грант № BR4M06) и Министерства образования и науки РФ в рамках АБЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» на 2009 г. (грант № 2.2.2.2/229).

Библиографический список

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. // Статистическая физика. Часть 1. Издание 5-е. М.: Физматлит, ISBN 5-9221-0054-8, 2001. С.616.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем // М: Радио и связь. 1991.
3. Павлов А.Н., Янсон Н.Б., Анищенко В.С. Реконструкция динамических систем // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 9. С. 1075-1092.
4. Timmer J. Parameter estimation in nonlinear stochastic differential equations // Chaos, Solitons & Fractals. 2000. V. 11. P. 2571-2578.
5. Маляев В.С., Вадивасова Т.Е. Возможность оценки параметров зашумленной динамической системы по реализациям колебаний // Статистическая физика и информационные технологии. Материалы Международной школы-семинара «StatInfo-2009». Саратов. ООО ИЦ «Наука», ISBN 978-5-91272-957-7, 2009. С.95-98.
6. Mannella R., Paleschi V. Fast and precise algorithm for computer simulation of stochastic differential equations // Phys. Rev. A. 1989. Vol.40, P.3381-3386.

Научный руководитель: проф. Вадивасова Татьяна Евгеньевна

где x, y, z – динамические переменные, a, b, m – управляющие параметры, D – интенсивность шума, $\xi(t)$ – нормированный источник гауссова белого шума. Выберем для оценки параметр m :

$$m_i = x_i - \frac{\dot{z}_i - b}{z_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Параметры a и b будем считать строго заданными ($a=b=0.2$).

В отличие от генераторов Анищенко–Астахова и Ван дер Поля, для осциллятора Ресслера оценка управляющего параметра m в соответствии с (5) практически никогда не приводит к делению на бесконечно малую величину, поскольку переменная z может принимать только положительные значения. Данное свойство сохраняется при включении шума в первое уравнение системы: очень малые значения z имеют очень малую совокупную вероятность. Таким образом, при использовании оценки (5) для системы Ресслера не возникает необходимости фильтровать массив данных, а получаемые в результате вычислений графики зависимости ошибки оценки Δ от параметра m оказываются гладкими, без выбросов.

Зависимости ошибки оценки Δ от m , полученные при различных значениях интенсивности шума D , приведены на рис. 2, *a*. Они показывают, что оценка значений параметра в системе (4) оказывается очень точной и лишь незначительно ухудшается с ростом интенсивности шума. Гладкий характер кривых свидетельствует о нечувствительности оценки m_0 к бифуркациям удвоения периода, имеющим место в интервале $2.5 < m < 4.2$. Однако в целом усложнение динамического режима и переход в область хаоса сопровождаются ростом ошибки оценки. Отметим участок немонотонности зависимости Δ от m , хорошо заметный на графиках в интервале $5.2 < m < 5.5$ при $D=0.00001$ и $D=0.0001$. Он совпадает с окном периодически-

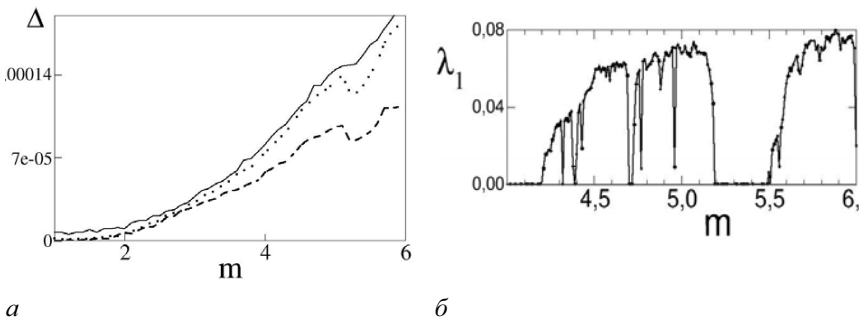


Рис. 2. *a* – зависимость ошибки оценки Δ параметра m от его истинного значения, полученные для системы (4) при различных уровнях шума (пунктир – $D=0.00001$, точки – $D=0.0001$, сплошная линия – $D=0.001$), *б* – фрагмент зависимости старшего ляпуновского показателя λ_1 от управляющего параметра m

КОЛЬЦЕВОЙ НЕАВТНОМНЫЙ ГЕНЕРАТОР ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ХАОСА

Круглов В.П., студент 3 курса ФНП СГУ

В работе предложена схема кольцевой системы, генерирующей, как предполагается, гиперболический хаос. Принцип работы основан на удвоении фазы колебаний за полный цикл передачи сигнала по кольцу обратной связи, что является условием существования аттрактора Смейла–Вильямса в фазовом пространстве.

Рассмотрим кольцевую неавтономную систему, состоящую из двух линейных фильтров второго порядка (осцилляторов) и двух нелинейных элементов, блок-схема которой показана на рис. 1. Через x и y обозначены, соответственно, сигналы от первого и второго осцилляторов. Собственная частота второго осциллятора равна удвоенной частоте первого. Первый нелинейный элемент (Н.Э. I) обладает квадратичной характеристикой в области малых амплитуд и насыщением в области больших амплитуд. На схеме преобразованный сигнал обозначен как $f(x^2)$, вид этой функции указан ниже. На втором нелинейном элементе (Н.Э. II) производится смешение сигнала удвоенной частоты со вспомогательным внешним сигналом $g(t)$, представляющим собой последовательность радиоимпульсов.

Модельные уравнения системы в безразмерных переменных выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x &= \gamma \frac{d}{dt} y g(t), \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + 4\omega_0^2 y &= \gamma \frac{d}{dt} f(x^2). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь γ – коэффициент затухания, собственная частота первого осциллятора равна ω_0 , а второго – $2\omega_0$. Функция, описывающая преобразование сигнала на первом нелинейном элементе, имеет вид

$$f(x^2) = \frac{x^2}{1+x^2}.$$



Рис. 1. Блок-схема рассматриваемой системы

Функция

$$g(t) = \begin{cases} a^2 \sin \omega_0 t, & 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \tau \leq t \leq T \end{cases}$$

описывает внешний сигнал, который включается с периодом $T = 2\pi N / \omega_0$ (N – целое число) на короткий временной интервал τ , a – коэффициент усиления.

Из модельных уравнений были получены уравнения для медленно меняющихся амплитуд в следующем виде:

$$\frac{dA_1}{dt} + \frac{\gamma}{2} A_1 = \begin{cases} \frac{i\gamma a^2}{4} A_2, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & \tau \leq t \leq T, \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{dA_2}{dt} + \frac{\gamma}{2} A_2 = \frac{\gamma A_1^2}{\sqrt{4|A_1|^2 + 1} \left(\sqrt{4|A_1|^2 + 1} + 2|A_1|^2 + 1 \right)}.$$

В этой записи $A_1 = r_1 e^{i\varphi} / 2$, $A_2 = r_2 e^{i\psi} / 2$, где r_1 и r_2 – вещественные амплитуды колебаний, медленно зависящие от времени, φ и ψ – фазы колебаний. Временные зависимости амплитуд и фаз, полученные путем численного решения укороченных уравнений при значениях параметров $\omega_0 = 6\pi$, $\tau = 3$, $T = 13$, $a = 24$, $\gamma = 0.4$, показаны на рис. 2. Хаос в системе проявляется в случайной вариации максимумов амплитуды колебаний осцилляторов и случайных скачках фаз на последовательных периодах воздействия внешним сигналом.

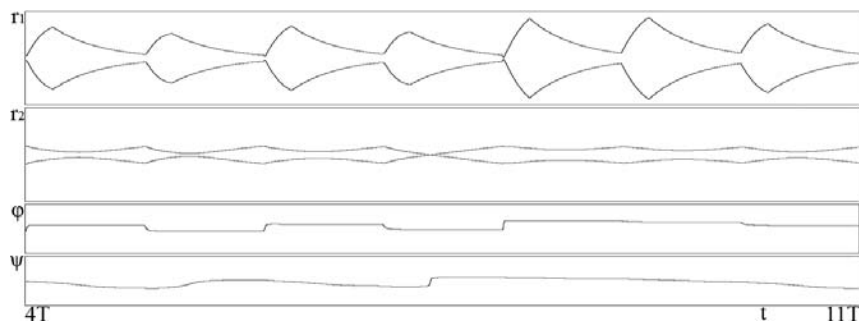


Рис. 2. Временные зависимости медленных амплитуд r_1 , r_2 и фаз φ , ψ в установленном режиме при значениях параметров $\omega_0 = 6\pi$, $\tau = 3$, $T = 13$, $a = 24$, $\gamma = 0.4$

Воздействующий на систему шум в некоторые моменты времени приводит к различным порядкам числителя и знаменателя. В результате, итоговая оценка параметра значительно ухудшается. График зависимости ошибки оценки от истинного значения m , приведенный на рис. 1, б (тонкая линия) сильно изрезан и в целом свидетельствует о плохой оценке значений параметра. Для получения более точных результатов из массива значений x_i необходимо исключить значения, достаточно близкие к нулю. В проведенных экспериментах был использован фильтр, исключающий из массива данных значения x_i , для которых $|x_i| \leq 0.01$. Применение такой фильтрации позволило существенно снизить ошибку оценки (жирная кривая на рис. 1, б).

Как показали расчеты, при увеличении шума оценка значений параметра m_0 в целом ухудшается, однако применение описанной выше процедуры фильтрации позволяет достигать приемлемых результатов даже при интенсивности шума порядка $D=0.01$ и получить относительную ошибку в пределах 1%.

Важным вопросом, рассмотренным в данной работе, является влияние бифуркаций и перехода к хаосу на возможности оценки управляющего параметра зашумленной системы. В отсутствие шума в системе (1) имеют место следующие бифуркации: при $m=0$ происходит суперкритическая бифуркация Андронова-Хопфа, приводящая к потере устойчивости состояния равновесия в начале координат и возникновению периодических автоколебаний; при $0.96 > m > 0$ существуют устойчивые периодические автоколебания со слабо зависящим от параметра m периодом T_0 ; при дальнейшем увеличении m происходит каскад удвоений периода в соответствии со сценарием Фейгенбаума ($m_I \approx 0.966$, $m_{II} \approx 1.294$, $m_{III} \approx 1.359 \dots$), приводящий к возникновению хаоса при $m_{кр} \approx 1.38$. Проведенные исследования показывают, что до возникновения автоколебаний оценка параметра m характеризуется значительной ошибкой, связанной с наличием в обрабатываемой последовательности данных большого количества значений x_i , близких к нулю. При переходе в режим автоколебаний ошибка оценки становится существенно меньше. Приведенные на рис. 1, б графики свидетельствуют об отсутствии заметной чувствительности оценки значений параметра m к бифуркациям удвоения периода и переходу в область хаоса. При использовании соответствующей фильтрации ошибка оценки параметра m в хаотическом режиме увеличивается лишь незначительно.

Обратимся к другой модели хаотического генератора — осциллятору Ресслера. Он задается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z + \sqrt{2D}\xi(t) \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - m) \end{cases}, \quad (4)$$

оценка параметра m . Значение параметра g считалось точно заданным: $g=0.2$. Из уравнений (1), пренебрегая шумовым слагаемым, получаем оценку значения m в момент времени t_i :

$$m_i = \frac{\dot{x}_i - y_i + x_i z_i}{x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

где $h = t_{i+1} - t_i$ – шаг выборки. Шаг h выбирался, как правило, значительно больше шага интегрирования Δt , который при всех расчетах был одинаковым: $\Delta t=0.0001$. Используя метод наименьших квадратов, находим такой номер $i=i_0$ в массиве текущих оценок, при котором значение m_i будет наиболее близко к среднему по полученным данным значению $\langle m \rangle$. Обозначим его как m_0 , и будем рассматривать в качестве итоговой оценки значения параметра. Введем истинную ошибку оценки:

$$\Delta = |m - m_0|. \quad (3)$$

С применением определенных в [5] оптимальных параметров численной схемы, были рассчитаны зависимости ошибки оценки Δ в различных режимах работы генератора (1). На рис. 1, *a* представлен фазовый портрет системы (1) в выбранном режиме колебаний и зависимость Δ от истинного значения параметра m , полученная при $D=0.001$.

Отметим, что для системы (1) возникают сложности в расчетах оценки параметра, поскольку в знаменателе дроби (2) стоит динамическая переменная, которая может принимать значения, сколь угодно близкие к нулю. В отсутствии шума числитель и знаменатель выражения (2) имеют один порядок малости, и результат деления соответствует значению параметра m .

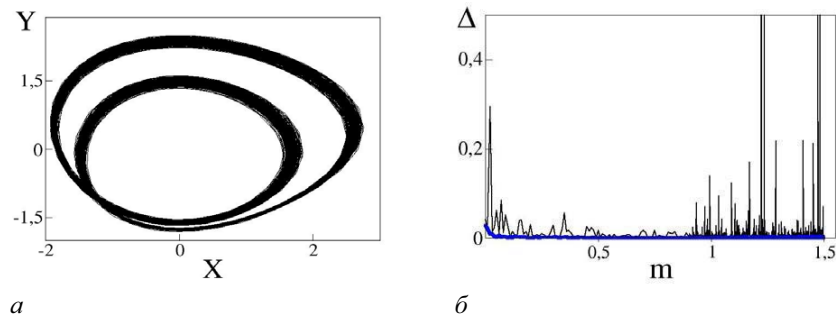


Рис.1. Фазовый портрет системы (1) в режиме зашумленных колебаний с удвоенным периодом (*a*) и ошибка оценки Δ в зависимости от истинного значения управляющего параметра m при интенсивности шума $D=0.001$ (*б*) (тонкая линия – без фильтрации, жирная линия – с фильтрацией)

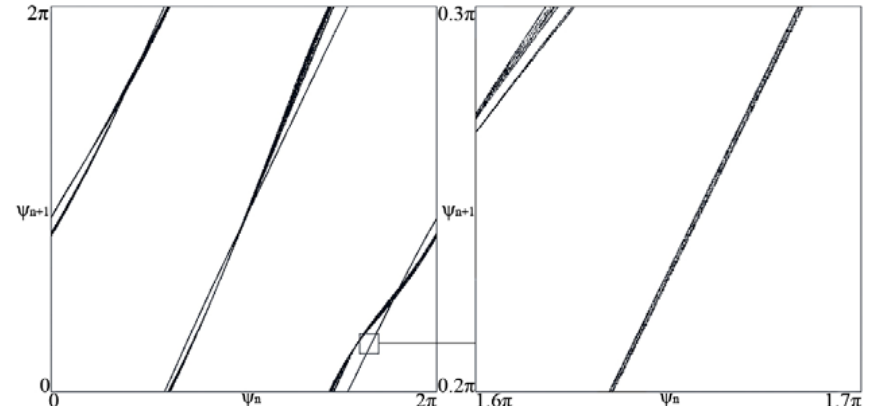


Рис. 3. Итерационная диаграмма для фазы колебаний второго осциллятора и ее увеличенный фрагмент

На рис. 3 представлена диаграмма фазы колебаний второго осциллятора и ее увеличенный фрагмент, полученные при решении системы (1). Очевидно сходство полученного изображения с итерационной диаграммой для отображения Бернулли.

На рис. 4 изображен аттрактор отображения возврата Пуанкаре для системы (1) за период внешнего воздействия в проекции на плоскость (x, u) и его увеличенные фрагменты (переменная u определялась из решения уравнения $\dot{u} = \omega_0 x$). Полученный портрет визуально похож на аттрактор Смейла–Вильямса; это позволяет предполагать, что аттрактор однородно гиперболический. На рисунке отчетливо видна фрактальная структура аттрактора.

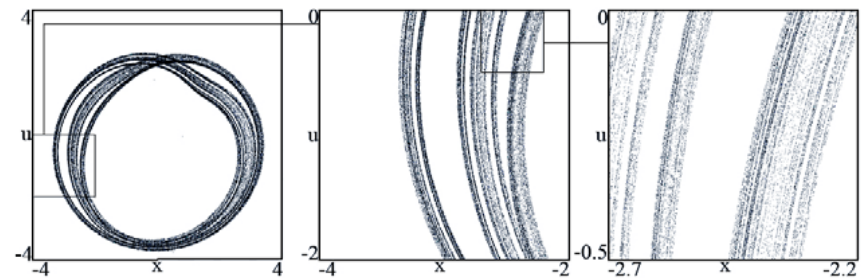


Рис. 4. Аттрактор системы в сечении Пуанкаре на плоскости динамических переменных (x, u) и его увеличенные фрагменты

Для аттрактора в сечении Пуанкаре были вычислены показатели Ляпунова по алгоритму Бенеттина с ортогонализацией по Грамму–Шмидту [3] при значениях параметров $\omega_0 = 6\pi$, $\tau = 3$, $T = 13$, $a = 24$, $\gamma = 0.4$:

$$\Lambda_1 = 0.6695, \Lambda_2 = -0.7751, \Lambda_3 = -4.5398, \Lambda_4 = -4.9982.$$

Старший показатель Ляпунова положительный, что является количественным подтверждением присутствия хаоса. При этом он близок к величине $\ln 2$, равной показателю Ляпунова отображения Бернулли. Остальные показатели отрицательные. Таким образом, элемент объема в фазовом пространстве отображения Пуанкаре за одну итерацию испытывает растяжение по одному направлению и сжатие по остальным трем. Это соответствует построению гиперболического аттрактора типа Смейла–Вильямса в четырехмерном фазовом пространстве.

Полученные результаты (итерационная диаграмма для фазы, спектр ляпуновских показателей) позволяют предполагать существование гиперболического аттрактора типа Смейла–Вильямса в фазовом пространстве предложенной системы. Для подтверждения этого предположения представляется необходимой численная проверка выполнения критерия конусов и более детальное исследование динамики системы. Тем не менее, представленные результаты свидетельствуют, что предложенная схема может найти применение в радиотехнике, электронике и нелинейной оптике, поскольку позволяет реализовать хаотические режимы, нечувствительные к выбору параметров и характеристик системы.

Библиографический список

1. Кузнецов С.П. Гиперболические странные аттракторы систем, допускающих физическую реализацию // Известия вузов – Прикладная нелинейная динамика. 2009. т.17, №4. С. 5-34.
2. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания. М.: Физматлит. 2005. С. 147.
3. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит. 2006. С. 155-157.

Научный руководитель: профессор Кузнецов С.П., д.ф.-м.н., заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики СФ ИРЭ РАН.

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАШУМЛЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО РЕАЛИЗАЦИЯМ КОЛЕБАНИЙ

Маляев В.С., физический факультет СГУ

В последние годы анализ сложных систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, привлекает внимание многих исследователей. Однако часто динамика не подчиняется строгим детерминированным законам. В диссипативных системах, в соответствии с флуктуационно-диссипативными теоремами [1], помимо детерминированной компоненты в расчет должна браться также и шумовая (тепловой шум). Имеются, как правило, и другие источники шума, как внутренние, так и внешние. Методы оценивания параметров динамических систем по зашумленным экспериментально измеряемым сигналам являются с практической точки зрения важным вопросом. Разработаны стандартные методы оценки параметров зашумленных сигналов [2], однако они относятся, прежде всего, к случаю, когда шум «подмешивается» к сигналу, генерируемому детерминированной системой. Гораздо менее исследована проблема оценки параметров системы, содержащей источник шума [3,4].

В работе [5] проводились численные исследования оценки параметров динамической системы, содержащей источник шума, по ее временным реализациям на примере генератора ван дер Поля. При расчетах использовалась фильтрация значений оценок параметра, устраняющая из расчетной последовательности наиболее неправдоподобные значения, появляющиеся вследствие действия шума. Предварительно производилась настройка фильтра, подбирались оптимальные значения параметров фильтрации.

Настоящая работа является логическим продолжением работы [5]. Исследуются две динамические системы со сложным поведением, находящиеся под действием белого гауссова шума: генератор с инерционной нелинейностью Анищенко–Астахова и генератор Ресслера.

Рассмотрим результаты, полученные для генератора Анищенко–Астахова. Данный генератор описывается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x} = mx + y - xz + \sqrt{2D}\xi(t) \\ \dot{y} = -x \\ \dot{z} = -gz + gI(x)x^2 \end{cases}, \quad I(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

где x, y, z – динамические переменные, m – управляющий параметр возбуждения, g – параметр инерционности, D – интенсивность шума, $\xi(t)$ – нормированный источник гауссова белого шума. По известным реализациям колебаний $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$, полученным в результате численного интегрирования (1) с использованием численной схемы Гюна [6], производилась

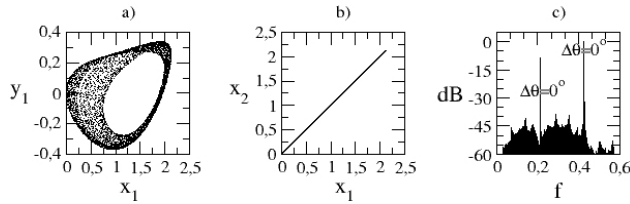


Рис. 6. Фазовые портреты и спектр колебаний для режима функционирования $2A^0$

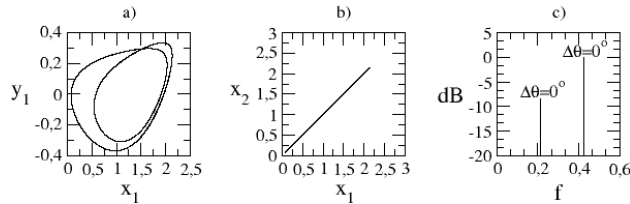


Рис. 7. Фазовые портреты и спектр колебаний для режима с подавленной хаотической динамикой

тической динамики и переключения между периодическими режимами колебаний (рис. 7). После выключения внешних сигналов генераторы переходят в соответствующий хаотический режим.

Проведенные исследования показали возможность управления мультистабильностью в системе связанных генераторов при помощи гармонических сигналов, воздействующих на каждую из подсистем. Для достижения перехода к желаемому мультистабильному режиму необходимо, чтобы разность фаз колебаний воздействия равнялась разности фаз между субгармониками целевого режима. Эффект управления носит пороговый характер по амплитуде воздействия, однако, величина порога крайне мала в сравнении с амплитудой колебаний самих генераторов. Данный метод может быть распространен на более сложные колебательные режимы и на системы с большим числом взаимодействующих осцилляторов.

Библиографический список

1. Астахов В.В., Безручко Б.П., Пудовочкин О.Б., Селезнев Е.П. Фазовая мультистабильность и установление колебаний в нелинейных системах с удвоением периода. // Радиотехника и электроника, 1993, т. 38, № 2, стр. 291–295.
2. Komuro M., Tokunaga R., Matsumoto T., Chua L.O., Hotta A. Global bifurcation analysis of the double-scroll circuit. // Int. J. Bifurcation and Chaos, 1991, v. 1, № 1, pp. 139–182.

Научный руководитель: Шабунин А. В., д.ф.-м. н., доцент КРФиНД.

ДВЕ СХЕМЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ХАОСА

Кузнецов А.С., студент 5 курса физического факультета СГУ

Принцип параметрической генерации и усиления колебаний широко известен в электронике и нелинейной оптике [1–5]. В работе [6] был предложен параметрический генератор гиперболического хаоса. В настоящей работе вводятся две другие модели параметрических систем с гиперболическим хаосом. В первом случае рассматривается система двух связанных осцилляторов, частоты которых ω_1 и $\omega_2 = 2\omega_1$. Во втором случае – система трех осцилляторов, частоты которых ω_1 , $\omega_2 = 2\omega_1$, $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 = 3\omega_1$.

Первый генератор можно описать в виде неавтономной системы двух дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_1^2 x &= f_1(t)(\kappa y \sin \omega_3 t - \beta_1 \dot{x}^3) - \alpha_1 f_4(t) \dot{x} + 2\epsilon f_3(t) xy, \\ \ddot{y} + \omega_2^2 y &= f_1(t)(\kappa x \sin \omega_3 t - \beta_2 \dot{y}^3) - \alpha_2 f_2(t) \dot{y} + \epsilon f_3(t) x^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $f_k(t) = 1$, если при некотором целом n выполнено неравенство $kT \leq t + 4nT < (k+1)T$, и 0 в противном случае. Параметры: κ – интенсивность накачки, $\alpha_{1,2}$ – линейная диссипация осцилляторов на стадиях затухания, ϵ – величина связи через квадратичный нелинейный элемент.

Второй генератор описывается неавтономной системой трех дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_1^2 x &= \beta y z - \alpha_1 f_4(t) \dot{x} + 2\epsilon f_3(t) xy, \\ \ddot{y} + \omega_2^2 y &= \beta x z - \alpha_2 f_2(t) \dot{y} + \epsilon f_3(t) x^2, \\ \ddot{z} + \omega_3^2 z &= \beta xy + f_1(t) \kappa \sin \omega_3 t - \alpha_3 \dot{z}. \end{aligned} \quad (2)$$

В обеих системах эволюция за некоторый период времени T происходит в виде последовательности четырех периодически повторяющихся стадий равной продолжительности $T/4$.

В случае первого генератора, на первой стадии осуществляется параметрическое возбуждение посредством изменения величины реактивной связи между осцилляторами x и y на частоте накачки $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 = 3\omega_1$ и считается присутствующей нелинейная диссипация, характеризуемая параметрами β_1 и β_2 .

В случае второго генератора, роль накачки играет третий осциллятор z , а его возбуждение обеспечивается периодически подаваемой последовательностью импульсов с частотой заполнения ω_3 от внешнего источника.

В обоих случаях считаем, что интервал времени, задающий продолжительность каждой из четырех стадий, содержит целое число высокочастотных периодов сигнала накачки, т.е. $T/4 = 2\pi N/\omega_3$.

Качественно функционирование систем по стадиям можно пояснить следующим образом.

- 1) **В первой системе происходит параметрическая раскачка двух осцилляторов x и y ,** имеющих частоты ω_1 и ω_2 благодаря присутствию накачки (изменение величины реактивной связи между осцилляторами) на частоте ω_3 и стабилизация амплитуды колебаний благодаря нелинейной диссипации. **Во второй системе происходит возбуждение осциллятора накачки z** (с помощью внешнего резонансного воздействия), а за счет него происходит изменение величины реактивной связи между осцилляторами x и y . Амплитуда нарастающих параметрических колебаний стабилизируется, поскольку осуществляется за счет отбора энергии от осциллятора z .
- 2) **Стадия затухания осциллятора y .** Осцилляторы не связаны, причем осциллятор x совершает незатухающие колебания, а в осцилляторе y происходит затухание колебаний до достаточно малого уровня, так что при приближенном рассмотрении ими можно пренебречь. Во второй системе также затухает третий осциллятор z .
- 3) **Происходит взаимодействие осцилляторов x и y через квадратичную нелинейность.** y раскачивается воздействием второй гармоники колебаний осциллятора x . Это происходит резонансным образом в силу выбранного соотношения частот: $\omega_2 = 2\omega_1$. Если колебания осциллятора x представить в виде $x \sim \cos(\omega_1 t + \varphi)$, то преобразование на квадратичной нелинейности дает $\cos^2(\omega_1 t + \varphi) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_1 t + 2\varphi)$. Так что фаза колебаний осциллятора y дается величиной 2φ .
- 4) **Стадия затухания первого осциллятора.** Колебания осциллятора x затухают до пренебрежимо малого уровня, тогда как амплитуда осциллятора y остается постоянной.

При этом если фаза второго осциллятора $2\varphi + \text{const}$, то у первого в процессе параметрического возбуждения, как можно показать, реализуется фаза $-2\varphi + \text{const}$. Далее процесс повторяется.

Изменение фазы колебаний в системе за полный цикл смены стадий приближенно будет описываться отображением

$$\varphi_{n+1} = -2\varphi_n + \text{const}. \quad (3)$$

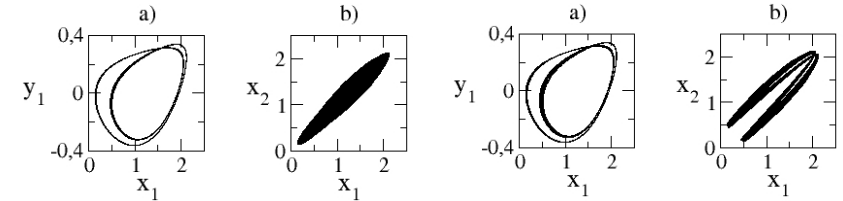


Рис. 3. Фазовые портреты колебаний для режима функционирования на основе $2C^0$. Разность фаз внешних сигналов равна π

Рис. 4. Фазовые портреты колебаний для режима функционирования на основе $2C^1$. Разность фаз внешних сигналов равна π

При достижении этого значения наблюдается быстрое «опрокидывание» тора, возникшего на базе $2C^0$ к режиму, фазовый портрет которого (рис. 4) свидетельствует о том, что это двумерный тор, образованный на базе цикла $2C^1$. Если теперь выключить внешнее воздействие, то система перейдет на режим $2C^1$ (рис. 2). Обратное переключение осуществляется аналогично.

Таким образом, результаты моделирования показали, что кратковременное внешнее гармоническое воздействие, одновременно действующее на оба генератора, может переключить систему из одного вида мультистабильных колебаний в другое. При этом, данный эффект носит пороговый характер: существует минимальный уровень амплитуды сигнала, ниже которого переключение неосуществимо. На рис. 5 построена зависимость пороговых значений для переключения от $2C^0$ к $2C^1$ и обратно.

Данный метод может быть распространен на сложные колебательные процессы. В ходе каскадов бифуркации удвоения периода на основе циклов $2C^0$ и $2C^1$ образуются хаотические ленточные аттракторы $2A^0$ и $2A^1$ (рис. 6), которые сохраняют фазовые особенности субгармоник. Управление в данном случае осуществляется за счет подавления собственной хао-

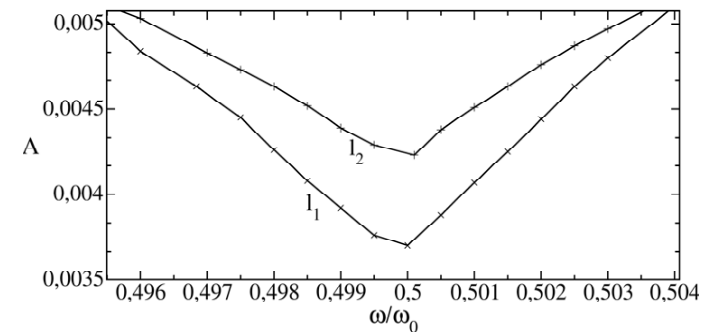


Рис. 5. Зависимость пороговых значений амплитуды внешнего сигнала от частоты для переключения от $2C^0$ к $2C^1$ (линия I_1) и обратно (линия I_2)

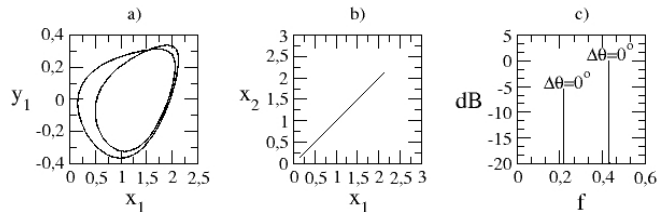


Рис. 1. Фазовые портреты и спектр колебаний для режима функционирования $2C^0$

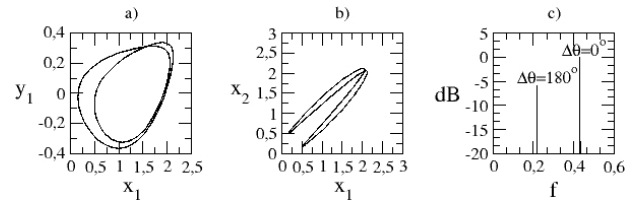


Рис. 2. Фазовые портреты и спектр колебаний для режима функционирования $2C^1$

зы (рис. 1с). Предельный цикл $2C^0$ характеризуется отставанием колебаний во втором генераторе от колебаний в первом на полпериода. При этом, основные гармоники во взаимном спектре имеют нулевые фазы, а субгармоники – фазы, равные π (рис. 2с). Данное различие в фазовых спектрах предельных циклов можно попытаться использовать для управляемого перехода между ними.

Подадим на каждый из генераторов внешний управляющий сигнал, для чего в третье уравнение системы (1) добавим слагаемое $A \cos(\omega t + \varphi_{1,2})$. Если выбрать частоту воздействий близкой к частоте первой субгармоники, а фазы воздействий так, чтобы, разность между ними соответствовала разности фаз этой субгармоники для целевого цикла (0 для $2C^0$ и π для $2C^1$), то можно ожидать, что внешние сигналы «затянут» систему на нужный режим колебаний. Проверим этот метод на практике.

Выберем начальные условия так, чтобы генераторы функционировали в режиме $2C^0$. Частота основной гармоники равна 2.69850 . Подадим на оба генератора гармонические сигналы с равными частотами $\omega = 1.34925$, соответствующими частоте первой субгармоники, с равными и близкими к нулю амплитудами и с разными фазами, так чтобы разность между ними $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ равнялась π . Будем постепенно увеличивать амплитуду воздействия A , наблюдая за качественными изменениями в колебаниях.

При подаче сигнала малой амплитуды происходит мягкое рождение двухчастотных квазипериодических колебаний (рис. 3). Рост величины воздействия не приводит к качественным изменениям вплоть до $A = 0.0036$.

Его называют растягивающим отображением окружности, так как фазовую переменную φ можно трактовать как координату точки на окружности, а результат действия отображения состоит в том, что один полный обход окружности отвечает двум обходам для точки-образа. Знак минус соответствует тому, что обход для образа осуществляется в противоположном направлении. Известно, что описываемая таким отображением динамика хаотическая.

На рис.3 показана полученная при численном решении уравнений итерационная диаграмма для фаз. Диаграмма показывает, что изменение фазы колебаний в системе за полный цикл смены стадий действительно приближенно описывается приведенным выше растягивающим отображением окружности. Видно, что один полный обход окружности отвечает двум обходам в обратном направлении для точки-образа.

Было проведено численное решение системы уравнений (1) при следующих значениях параметров:

$$\omega_1 = 2\pi, \omega_2 = 4\pi, \omega_3 = 6\pi, T = 16, \alpha_1 = \alpha_2 = 1.6, \\ \beta_1 = \beta_2 = 0.02, \varepsilon = 2.2, \kappa = 25.$$

На рис. 1 показан один цикл действия генератора. На рис.2 несколько циклов наложено друг на друга. Присутствие хаоса, возможно, не очень очевидно из картинки. Он проявляется в том, что фаза заполнения в последовательно появляющихся импульсах генерации изменяется случайным

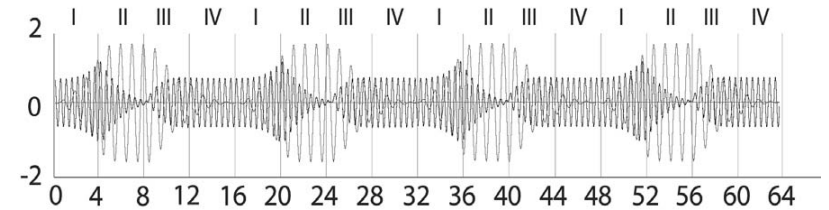


Рис. 1. График зависимости от времени сигналов, порождаемых осцилляторами в системе (1). Римскими цифрами обозначены четыре стадии эволюции.

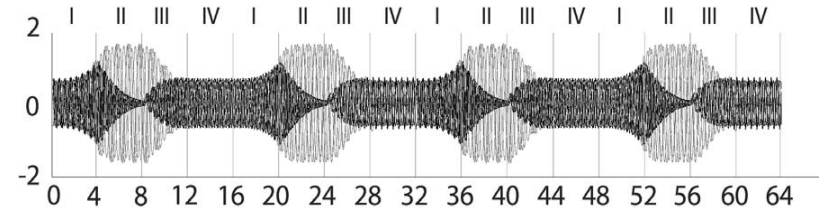


Рис.2. Результат наложения на одном графике нескольких реализаций процесса

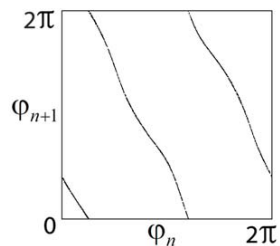


Рис. 3. Итерационная диаграмма фаз первого осциллятора в системе (1)

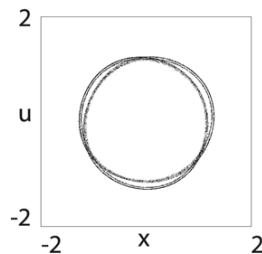


Рис. 4. Портрет аттрактора в сечении Пуанкаре системы (1)

образом, следуя отображению Бернулли. Если наложить на одном графике большое число реализаций процесса, картинка замается.

На рис. 4 представлен портрет аттрактора в сечении Пуанкаре для системы (1). Можно предположить наличие аттрактора типа Смейла–Вильямса в отображении, описывающем эволюцию системы за период изменения коэффициентов в уравнениях. На рисунке заметна характерная для такого аттрактора тонкая поперечная фрактальная структура. Для более аккуратного обоснования гиперболической природы аттрактора, требуется дальнейшее исследование.

Были рассчитаны показатели Ляпунова обеих систем при различных k . Следует отметить их близость к величине $\ln 2$, что соответствует приближению отображения Бернулли.

Для первой системы, $T = 16, \alpha_{1,2} = 1.6, \beta_{1,2} = 0.02, \varepsilon = 2.2$			Для второй системы, $T = 16, \alpha_{1,2,3} = 1.5, \beta = 1, \varepsilon = 3$			
k	25	30	35	90	100	110
L	0.643054	0.656177	0.663774	0.673519	0.657606	0.583778

Библиографический список

1. *Мандельштам Л.И.* Лекции по колебаниям. М., 1955.
2. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М., 1984.
3. *Люиселл У.* Связанные и параметрические колебания в электронике. М., 1963.
4. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М.* Нелинейные колебания, М., 2005.
5. *Ахманов С.А., Хохлов Р.В.* Параметрические усилители и генераторы света // УФН. 1966. Т.88. С.439.
6. *Кузнецов С.П.* О возможности реализации параметрического генератора гиперболического хаоса // ЖЭТФ. 2008. Т.133. С.438.

Научный руководитель: *Кузнецов С.П., д.ф.-м.н., зав. лабораторией СФИРЭ РАН им. В.А.Котельникова*

ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ МЕЖДУ МУЛЬТИСТАБИЛЬНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ В СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ

Литвиненко А.Н., студент 4 курса физического факультета СГУ

В ансамблях слабосвязанных осцилляторов можно наблюдать явление фазовой мультистабильности [1], при которой сосуществующие колебательные режимы характеризуются одинаковой формой колебаний в каждом из взаимодействующих осцилляторов, но различаются значениями сдвига фаз между ними. Развитие фазовой мультистабильности, как правило, связано с усложнением формы колебаний в осцилляторах. Выбор между сосуществующими колебательными режимами в таких системах может быть осуществлен посредством выбора начальных условий. Однако, в ряде случаев, особенно в эксперименте, контролировать начальные условия бывает непросто. В таких случаях актуальной оказывается задача управляемого переключения между фазовыми модами, чтобы посредством небольшого внешнего воздействия переключиться с установившегося режима на целевой режим. В данной работе мы предлагаем метод управляемого переключения между сосуществующими колебательными режимами, основанный на «затягивании» колебаний системы двух генераторов в нужную фазовую моду при одновременном воздействии на оба генератора синхронными внешними гармоническими сигналами, сдвинутыми по фазе относительно друг друга.

В качестве исследуемой системы были взяты связанные генераторы Чуа. Генераторы Чуа являются одним из наиболее простых радиофизических генераторов, демонстрирующих переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода [2]. Рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,2} &= \alpha(y_{1,2} - \varphi(x_{1,2})), \\ \dot{y}_{1,2} &= x_{1,2} - y_{1,2} + z_{1,2} + K(y_{2,1} - y_{1,2}), \\ \dot{z}_{1,2} &= -\beta(y_{1,2}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varphi(x) = 0.0625x^3 - 1.66667$. Она представляет собой уравнения двух резистивно-связанных идентичных генератора Чуа с гладкой характеристикой нелинейного элемента. Выберем значения управляющих параметров: $\alpha = 8.3, \beta = 14.0, K = 0.01$. В этом случае в фазовом пространстве системы (1) сосуществуют два устойчивых предельных цикла: $2C^0$ (рис. 1) и $2C^1$ (рис. 2). Оба предельных цикла соответствуют колебаниям периода два и различаются сдвигом фаз между колебаниями подсистем. В первом из них колебания в обоих генераторах происходят синфазно. В этом случае проекция фазового портрета представляет собой биссектрису прямого угла (рис. 1b) и во взаимном фазовом спектре все гармоники имеют нулевые фа-